DGA Essais en vol Site d'Istres EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée : ENE		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

_____

SESSION DU 12 NOVEMBRE 2013

_____

EXPERIMENTATEURS NAVIGANTS D'ESSAIS

_____

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM :
Date :
Signature :

NOTE : / 20

QUESTION N° 1 - Equation aux dimensions (2 points)

Parmi les trois propositions données ci-dessous, quelle est l'expression de la période propre (T_0) d'un dispositif solide-ressort de masse m et de raideur k? La réponse devra être justifiée uniquement par analyse dimensionnelle.

a. $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ **b.** $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ **c.** $T_0 = 2\pi\frac{m}{k}$

QUESTION N° 2 - Gaz parfait (2 points)

On donne : R = 8,314 SI

1°- Ecrire l'équation d'état de n moles d'un gaz parfait dans l'état P, V, T . En déduire l'unité de R.

2°- Calculer numériquement la valeur du volume molaire d'un gaz parfait à une pression de 1 atm et une température de 0°C. On donne 1 atm = $1{,}013*10^5$ Pa.

Soit m la masse d'une quantité d'un gaz parfait de masse molaire M.

3°- Trouver une autre expression de l'équation d'état de ce gaz faisant intervenir m et une constante r à définir. Préciser l'unité de r.

4°- On considère que l'air est un gaz parfait. Sa masse molaire est M = 28,964 g.
Calculer la valeur de r pour l'air.

5°- Donner une troisième expression de l'équation des gaz parfaits faisant intervenir la masse volumique ρ de ce gaz.

QUESTION N° 3 - Condition de non collision (3 points)

Un avion A vole derrière un avion B dans la même direction ; leurs vitesses par rapport à l'air sont respectivement V_A et V_B (avec $V_A > V_B$).

A l'instant t = 0, l'avion A est à une distance d derrière B, et le pilote de l'avion A sort les aérofreins, provoquant une décélération a (en valeur absolue), que l'on suppose constante.

1°- Calculer la vitesse relative Vr_A de l'avion A par rapport à l'avion B à l'instant t.

2°- En déduire la distance D(t) de l'avion A derrière l'avion B en fonction du temps.

3°- Démontrer que, pour qu'il y ait collision entre A et B, il est nécessaire que : $V_A - V_B > \sqrt{2ad}$

QUESTION N° 4 - Mesure de la masse d'un astronaute (2 points)

Comment peser un astronaute dans une navette spatiale où règne l'impesanteur ? Alors que l'utilisation d'un pèse-personne n'est plus possible, les scientifiques ont imaginé le dispositif suivant : l'astronaute de masse M se place dans une cabine mobile de masse m = 20 kg le long d'un rail à coussin d'air. La cabine peut osciller sous l'action de deux ressorts de raideur $k_1 = 2000$ N.m^{-1}. Lorsque la soufflerie d'air fonctionne, les frottements sur le rail sont négligeables.

Lors des tests du dispositif sur Terre, l'astronaute installé dans sa cabine provoque un déplacement $X_m = 0,5$ m du centre d'inertie G en tirant sur un câble. A l'instant $t_0 = 0$ s, il lâche le câble avec une vitesse initiale nulle et laisse osciller l'ensemble S sur le rail à coussin d'air disposé horizontalement.

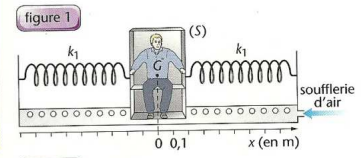
1°- Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de G et la résoudre.

2°- Expliquer pourquoi le dispositif peut être utilisé en impesanteur.

3°- Application numérique : la période des oscillations mesurée est de 1 seconde. Calculer la masse de l'astronaute.

4°- L'imprécision sur la masse de la cabine est de 50 g, sur la raideur du ressort de 0,1 % et sur la période du mouvement de 0,001 s. Calculer l'imprécision sur la mesure de l'astronaute.

figure 1



QUESTION N° 5 - Le grand saut (4 + 3 points)

Le 14 octobre 2012, Félix Baumgartner, parachutiste autrichien de 43 ans est entré dans l'histoire. En s'élançant de 39,045km au-dessus de la base américaine de Roswell, il a réalisé l'exploit de passer le mur du son durant sa chute, pour atteindre la vitesse de 1342,8 km.h^{-1}.

Cette question et la suivante reviennent sur les grandes étapes de ce saut historique. Malgré tout, ces deux questions sont indépendantes.

Partie A : la montée en ballon

Le ballon qui doit permettre la montée dans la haute atmosphère est constitué d'une enveloppe sphérique fermée à laquelle est attachée une nacelle pressurisée emportant le sauteur avec son équipement. Ce ballon est gonflé avec de l'hélium. Le jour du saut, les conditions atmosphériques sont standards et l'on considère que la base d'essai est au niveau de la mer.

Données :

- masse totale de l'ensemble {ballon ; nacelle ; sauteur} : $m = 1{,}6 \times 10^3$ kg ;
- intensité de la pesanteur au sol : $g = 9{,}8$ m.s^{-2} ;
- masse volumique de l'air au sol : $\rho_0 = 1225$ g.m^{-3} ;
- constante des gaz parfaits R = 287 J / (kg.K).

On rappelle aussi que la loi d'atmosphère standard reliant pression et altitude découle :

- de conditions standard au niveau de la mer : $p_0 = 1013$ hPa $T_0 = 288{,}15$ K
- de l'équation de Laplace : $dp = - \rho g dZ$
- de la loi de Mariotte $p/\rho = RT$
- d'une loi de variation de température :

  $T = T_0 + a Z$ avec $a = - 6.5°/1000$ m (pour $Z < 11\,000$ m)

  $T = T_1 = 216.65$ K (pour $11\,000$ m $< Z < 20\,000$ m)

  $T = T_1 + b (Z - 20\,000)$ avec $b = 1°/1000$ m (pour $z > 20\,000$ m)

1°- Ecrire les équations représentant la loi standard p = f (Z) pour les trois tranches d'atmosphère considérées (on supposera l'accélération de la pesanteur constante : $g = 9{,}8$ m.s^{-2}).

2°- En supposant que le volume du ballon est largement supérieur à celui de la nacelle et du sauteur, calculer le volume minimal de l'ensemble {ballon ; nacelle ; sauteur} à 40 km d'altitude.

Partie B : Chute libre dans la haute atmosphère (stratosphère)

1°- Indiquer, brièvement et sans faire de calcul, la raison pour laquelle on peut faire l'hypothèse d'une chute libre (sans frottement) pour cette première partie du saut.

2°- Dans cette phase de chute, on suppose la vitesse initiale nulle au moment du largage à l'altitude de 39,045 km.
On considère que l'accélération de la pesanteur vaut alors $g = 9{,}7$ m.s^{-2}.

Lorsque la vitesse maximale (1342,8 km.h^{-1}) est atteinte :

a. Calculer la durée de la chute depuis le largage.

b. Calculer la hauteur de chute et l'altitude atteinte.

QUESTION N° 7 (4 points)

Proposée antérieurement

DGA Essais en vol Site d'Istres EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :	
Employeur :		Unité :	
Spécialité essais présentée* :	PEXA PEXH	INE (option Avions)	INE (option Hélicoptères)
(* Rayer les mentions inutiles)			

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

_____

SESSION DU 17 NOVEMBRE 2014

_____

EXPERIMENTATEURS NAVIGANTS D'ESSAIS

_____

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

6 exercices proposés antérieurement

Validé par :

NOM : Date : Signature :

NOTE : / 20

DGA Essais en vol Site d'Istres EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée : ENE		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

SESSION DU 16 NOVEMBRE 2015

EXPERIMENTATEURS NAVIGANTS D'ESSAIS

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM :
Date :
Signature :

NOTE : / 20

QUESTION N° 1 (2 points)

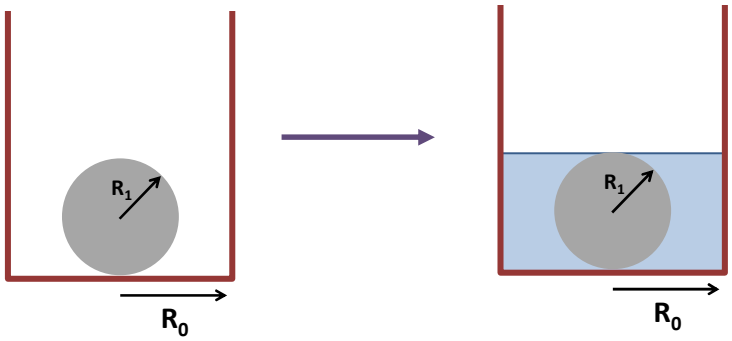
A l'aide de l'analyse dimensionnelle, retrouvez α, β, γ dans la formule donnant la fréquence de vibration d'une corde, sachant qu'elle est de la forme :

$$N = K\, l^{\alpha}\ T^{\beta}\ \mu^{\gamma}$$

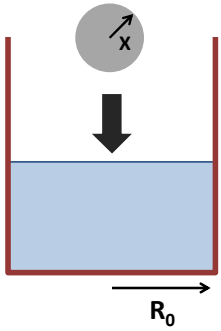
où : - N = fréquence de la vibration
- T = force de tension
- K = constante sans dimension
- l = longueur de la corde
- μ = masse linéique de la corde

QUESTION N° 2 (3 points)

Au fond d'un verre d'eau (que l'on assimile à un cylindre de rayon R_0), on pose une bille de rayon R_1.
On remplit ensuite le verre d'eau jusqu'à ce que l'eau affleure au ras de la bille. On suppose que la bille est suffisamment lourde pour demeurer au fond du verre.

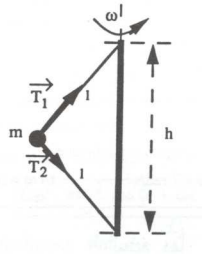


On retire ensuite la bille du verre et on y conserve l'eau à l'intérieur.
Existe-il d'autres billes (par exemple de rayons différents) permettant également à l'eau d'affleurer avec le même volume d'eau (celui obtenu précédemment avec la bille de rayon R_1) ?



QUESTION N° 3 (3 points)

Une masse ponctuelle m est fixée aux deux extrémités d'une tige verticale de longueur h = 40 cm par deux fils inextensibles de longueur l = 30 cm.
L'ensemble est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe de la tige.
La vitesse angulaire de rotation étant égale à ω, les deux fils sont tendus et, à l'instant t, le système a l'allure représentée sur la figure ci-dessous:



$\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ désignent les tensions des deux fils comme indiqué sur la figure.

1) Exprimer les normes T_1 et T_2 des tensions des deux fils.

3) A quelle condition les deux fils sont-ils tendus ?

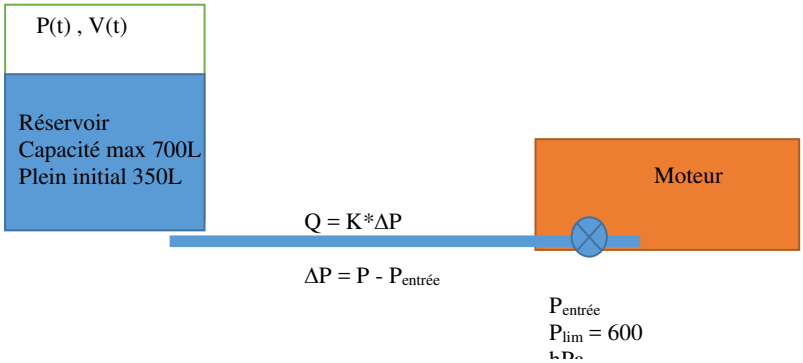
QUESTION N° 4 (2 points)

Guillaume vient d'acheter un nouveau congélateur pour pouvoir profiter des glaces.
La température dans son cellier est de 35°C et la pression ambiante est de 1024 hPa. Avant de le brancher, il vérifie que la porte est bien montée. Il peut l'ouvrir et la fermer sans effort.
Après l'avoir branché, porte fermée, quand le thermostat monté sur le congélateur lui indique qu'il a atteint une température de -18°C, il veut ouvrir la porte pour le remplir et se rend compte qu'il doit fournir un effort conséquent. La porte a une dimension de 60 cm x 40 cm. On considèrera que le congélateur ne contient que de l'air et que celui-ci est un gaz parfait.

Q1) Expliquez pourquoi Guillaume doit forcer pour ouvrir la porte.
Vous étayerez votre explication avec un rapide calcul.

Q2) Guillaume estime l'effort à 40 daN. Comparez à votre résultat et commentez.

QUESTION N° 5 (4 points)



Le réservoir de carburant d'un avion est à moitié vide.
Celui-ci, d'un volume total de 700 L, est rempli de 350 L de carburant.
Le reste est rempli d'air à pression et température atmosphériques (1013 hPa et 25°C).
La mise à l'air libre du réservoir est bouchée (on considère donc que la poche d'air dans le réservoir est étanche et on assimilera l'air à un gaz parfait diatomique $\gamma = 7/5$) et le soutier procède au remplissage du réservoir. Il pompe donc du carburant vers le réservoir à une pression max de 9 bars.

Q 1) En supposant que la poche d'air subit une compression adiabatique réversible durant le remplissage du réservoir, calculer la température du gaz quand la pompe à essence ne permettra plus de remplir le réservoir, c'est-à-dire lorsque la pression de la poche d'air atteindra 9 bars.
Calculer également le volume de carburant ajouté dans le réservoir.

Q 2) L'avion est entreposé dans le hangar pour la nuit à une température de 13°C et l'équilibre thermique finit par se faire (on abandonne ici l'hypothèse adiabatique).
L'air dans le réservoir étant supposé être un gaz parfait, quelle va être la pression dans le réservoir ?

Q 3) Le réservoir est connecté au moteur de l'avion par une tuyauterie de section circulaire de rayon R. La tuyauterie est connectée d'un coté au réservoir et de l'autre au moteur.
Dans un premier temps, la pompe carburant à l'entrée du moteur n'appelle qu'un débit Q = 120 L/heure, ce qui fait baisser le niveau du réservoir.
Calculer la loi de pression de l'air dans le réservoir en fonction du temps (on supposera que la détente de l'air dans le réservoir est cette fois lente et isotherme). On considère encore que l'air est à 13°C.

Q 4) On admettra que le débit volumique Q dans la tuyauterie est proportionnel à la différence de pression ΔP entre les deux extrémités de la tuyauterie : $Q = K*\Delta P$ avec $K = 1{,}04 \cdot 10^{-9}$ SI.
Donner les unités de la constante K dans le système international (longueur/temps/masse).

Q 5) La pompe à l'entrée du moteur peut assurer le débit Q_1 tant que sa pression d'entrée est supérieure à $P_{lim} = 600$ hPa. Quand la pression d'entrée atteint ce seuil, la pompe maintient cette pression à l'entrée du moteur et le débit de carburant dépend de la pression dans le réservoir ($Q = K*\Delta P$). Le moteur cale lorsque le débit de carburant est inférieur à $Q_2 = 20$ L/h.
Calculer le volume de carburant restant dans le réservoir au moment où le moteur cale (on supposera encore que la détente de l'air dans le réservoir est lente et isotherme).

QUESTION N° 6 (3 points)

Un ressort vertical, de masse négligeable et de longueur au repos L_R, est fixé en son extrémité supérieure.

En son extrémité inférieure, on accroche une masse M considérée comme ponctuelle.

On appellera L la longueur du ressort à un instant donné.

1) Quelle est la dimension, en unités SI, de la raideur k du ressort ?

2) Quelle est la longueur L_E du ressort à l'équilibre ?
Que fait la masse si elle est écartée de sa position d'équilibre ?

3) Depuis cette position d'équilibre, on soulève la masse d'une hauteur telle que la longueur du ressort devienne L_0, avec $L_R < L_0 < L_E$. A l'instant t = 0, on lâche la masse M.
Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de la masse M.
Calculez la période du mouvement en fonction de m et de k.

4) Pour quelle position de M la vitesse est-elle maximale ?

5) En appliquant le principe de la conservation de l'énergie, calculez cette vitesse maximale.

Application numérique :

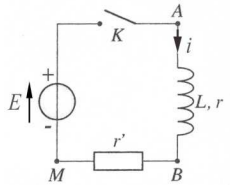
- k = 10 unités SI
- M = 500 g
- g = 10 m/s^2
- L_R = 15 cm
- L_0 = 17 cm

QUESTION N° 7 (3 points)

Un circuit série comporte un générateur, maintenant entre ses bornes une tension constante E = 6 V , un interrupteur K, une bobine (L,r) et un conducteur ohmique de résistance r'.

On posera R = r + r' et $\tau = \frac{L}{R}$.

On ferme K à la date t = 0.

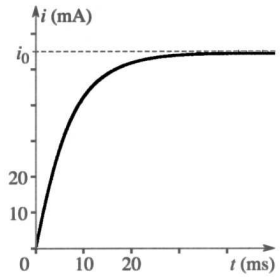


1) Etablir l'équation différentielle qui définit la tension E en fonction du courant i et des éléments du circuit.

2) Résoudre cette équation. Comment appelle-t-on τ ?

3) A partir de l'enregistrement ci-dessous, déterminer :

a) la valeur de R,
b) la valeur de τ,
c) la valeur de L.



4) On suppose $r.i << L.\frac{di}{dt}$.

Quelle est l'expression de la tension U_{AB} aux bornes de la bobine ?

DGA Essais en vol Site d'Istres EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée : ENE (A)		
(* Rayer les mentions inutiles)		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

_____

SESSION DU 13 NOVEMBRE 2017

_____

EXPERIMENTATEURS NAVIGANTS D'ESSAIS

_____

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM : Date : Signature :	NOTE : / 20

EXERCICE N° 1 (2 points) :

La vitesse de propagation des ondes sonores dans un gaz peut se mettre sous la forme :

$$V = k.P^a.\rho^b$$

Commenté [FM1]: a = ½ b = -½

où k est un coefficient sans dimension.

P et ρ sont respectivement la pression et la masse volumique du gaz.

Déterminer, par l'analyse dimensionnelle, l'expression de V.

EXERCICE N° 2 (3 points) :

Dans un gaz à haute température (où les phénomènes thermiques ne peuvent plus être négligés), le nombre de Prandtl est un paramètre de similitude sans dimension qui peut être vu comme un indicateur de l'importance relative des phénomènes aérodynamiques par rapport aux phénomènes thermiques.
Comme les nombres de Mach, Reynolds etc., la similitude des phénomènes physiques observés (par exemple entre des conditions de vol réelles et en soufflerie) n'est possible que pour des valeurs proches de Pr caractérisant les deux environnements.

$$Pr = \mu.\ \lambda^a.C_p^{\ b}$$

Commenté [FM2]:
a = -1
b = 1

où :

$\mu = \nu * \rho$ (ρ est la masse volumique)

ν est la viscosité cinématique en m^2/s

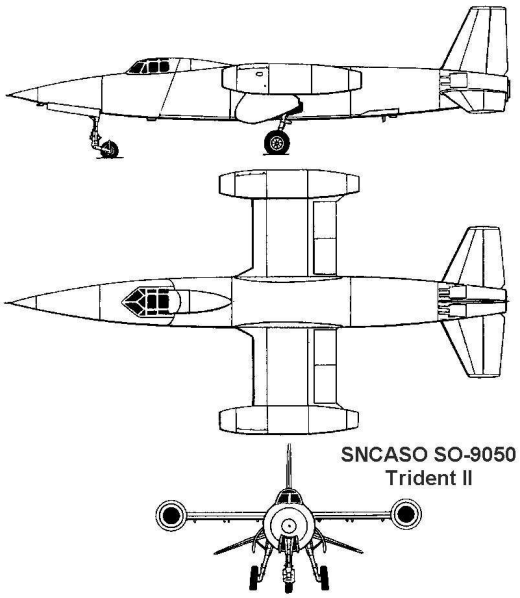
λ est la conductivité thermique en W/(m.K)

C_p est la capacité thermique massique (ou « chaleur massique ») du gaz à pression constante en J/(kg.K)

Déterminer les valeurs respectives des coefficients a et b.

EXERCICE N° 3 (6 points) :

Le retour du Trident



Contexte :

Devant la prolifération de menaces aériennes et balistiques imposant des temps de réaction très courts et des distances importantes à parcourir, l'Etat-Major des armées et la DGA ont décidé de revisiter le concept issu de la fin des années 1950 d'intercepteur « Trident » à propulsion mixte (deux réacteurs aux extrémités d'ailes et un moteur fusée en propulsion centrale).

On démontre que la meilleure pente de montée d'un aéronef à réaction s'effectue à l'incidence de finesse maximale de l'avion f_{max} qui est aussi l'incidence à laquelle la traînée est minimale (par définition et dans le cas général, la finesse est égale au rapport entre portance R_z et traînée R_x : $f = R_z/R_x$).

Le Trident V est conçu de telle manière (profil et calage/incidence de l'aile principalement) que lorsque la pente maximale réalisable au décollage à M_{TOM} est réalisée, l'incidence de l'avion soit nulle.

Dans ces conditions, le vecteur vitesse, la ligne de foi du fuselage et les poussées des 3 moteurs sont contenus dans le même plan et l'assiette géométrique de l'avion est donc considérée comme égale à la pente.

Lancement : on considère les poussées et la masse du Trident M_{TOM} constantes

1) Donner l'expression et calculer la pente maximale atteignable par l'avion au décollage. On fera l'hypothèse des « petits angles » pour le cosinus (cos(x)~1) dans cette seule question et il est demandé de faire un schéma (sur feuille libre au besoin).

Commenté [FM3]: Donner fmax : check

Commenté [FM4]: Au moins sur 3/10 de point si on fait 8 questions au total

NOTE : MTOW = MTOM dans les explications

C'est une question de STATIQUE (**mouvement rectiligne uniforme** en sortie de rampe, l'engin, considéré de masse constante, n'accélère pas). On pose donc $\Sigma F = 0$ Il vient selon l'axe de propulsion (x) : $T_{totale} - M_{TOW}.g_0.\sin(\gamma_{max}) - Rx(\gamma_{max}) = 0$ et selon (z) : $Rz(\gamma_{max}) - M_{TOW}.g_0.\cos(\gamma_{max}) = 0$. γ_{max} étant supposé « petit », on pose $\cos(\gamma_{max}) = 1$.
$f_{max} = \max(Cz/Cx) = Rz(\gamma_{max})/Rx(\gamma_{max})$ donc $Rx(\gamma_{max}) = M_{TOW}.g_0/f_{max}$. et on peut réécrire selon (x) :
$T_{totale} - M_{TOW}.g_0.\sin(\gamma_{max}) - M_{TOW}.g_0/f_{max} = 0$
Dès lors, il vient :
$\sin(\gamma_{max}) = T_{totale}/M_{TOW}.g_0 - 1/f_{max}$ et on trouve $\gamma_{max} = 0.8$ rad = 48.4° (sans approximation sur le cosinus, on trouve quelque chose de très voisin)

Pour minimiser la masse de cet avion-fusée, son train d'atterrissage est dimensionné pour la fin de sa mission, avec peu de carburant restant. Il est donc accéléré sur une rampe en sortie de laquelle il atteint les conditions calculées précédemment.

2) Quelle doit être la portance développée en sortie de rampe ?
Que vaut alors la traînée ?

Commenté [FM5]: .
Rz = $M_{TOW}.g_0.\cos(\gamma_{max})$ = 216575 N
Rx = Rz*f = 37341 N

3) Calculer le facteur de charge n (rapport portance/poids) - sans dimension - en sortie de rampe.

Commenté [FM6]: n =0.66

On accélère l'intercepteur sur la rampe grâce à une catapulte électromagnétique qui fournit constamment un surcroît d'accélération longitudinal de $2g_0$ sur une première partie horizontale jusqu'à obtenir la vitesse précédemment calculée puis, selon un tremplin assimilé à un arc de cercle, assure le maintien de cette vitesse jusqu'à la sortie de la rampe à la pente calculée précédemment.

4) Considérant la poussée fournie comme constante en module, et en négligeant la traînée aérodynamique, estimer la longueur minimale de la rampe horizontale.

Commenté [FM7]: On néglige la traînée Rx qui fait en gros 12% de la poussée totale en sortie de rampe, et ZERO au démarrage. On en déduit $nXa.g0.M_{TOW}$ =(T-~~Rx~~) donc nxa = $T/(g0.M_{TOW})$ = T/W = 0.92
nxaTOTALE = 0.92 + 2 donc gxa totale = 2.92*9.81 = 28.64 m/s²
Le TEMPS pour atteindre la vitesse en sortie de rampe est de 161/28.64 = 6 secondes environ (5.61s).
X= 1/2*28.64*5 .61² = **451 m**

5) Calculer le rayon de courbure constant* de la rampe pour maintenir une accélération centripète ne dépassant pas $3g_0$.

Commenté [FM8]: 878 m de rayon R (n.g0 = V²/R)

6) Faire le bilan des distances et temps de parcours de ces deux segments, ainsi que la longueur totale d'envol.

Commenté [FM9]: 741m pour la longueur parcourue en 4.6 s. Total de 1192m parcourus en 4.61+5.61 = 10,2 s

7) Calculer la hauteur totale de la rampe (là où le Trident est libéré) et commenter brièvement le résultat.

Commenté [FM10]: h = R(1-cos(γ_{max})) = 292 m
Il faudrait bâtir une rampe presque de la taille de la Tour Eiffel, ou alors se placer sur le flanc d'une montagne. Ce n'est pas rien en général, peut-être placer des accélérateurs à poudre pour un décollage vertical

* dans les faits, on aurait un rayon de courbure progressif pour limiter le « *jolt* » (dérivée de l'accélération centripète qui, passant ici instantanément de nulle à $3g_0$, est en théorie infinie)

Propulsion

On suppose une détente parfaite des gaz, la poussée du M-88 se réduisant alors au débit massique multiplié par la différence des vitesses (V_{jet} - V) où V est assimilée à la vitesse de l'aéronef.

1) Connaissant les caractéristiques du moteur, estimer la vitesse V correspondant aux données « nominales» publiées dans des conditions standard au niveau de la mer.

Commenté [FM11]: V= Q/Sfan.r0 = 139 m/s – 502 km/h – 271 noeuds

2) En déduire la vitesse d'éjection des gaz V_{jet} du M-88 (on la considèrera comme constante).

Commenté [FM12]: F = Q(Vjet- V) donc VJET = F/Q + V = 1293 m/s (on reprend directement les données)

Accélération de la pesanteur :	g0	= 9.81 m/s²
Masse volumique de l'air au niveau de la mer (décollage)	ρ_0	= 1.225 kg/m^3

Trident V (cellule)

Longueur :		= 32.7 m
Envergure totale (hors nacelles moteur, non portantes) :	b_{aile}	= 11.43 m
Surface Alaire (référence des coeffs aérodynamiques) :	S_{REF}	= 62.25 m²
Corde moyenne :	c	= 5.44 m
Allongement :	A	= 2.10
Masse maximale au décollage :	M_{TOM}	= 33240 kg
Masse à vide (avec armement et carburant résiduel) :	M_{ZFM}	= 16395 kg
Coefficient de traînée à portance nulle (subsonique) :	Cx_{0sub}	= 0.038 (référence S_{REF})
Finesse maximale (subsonique) :	f_{max}	= 5.8

Moteur M-88

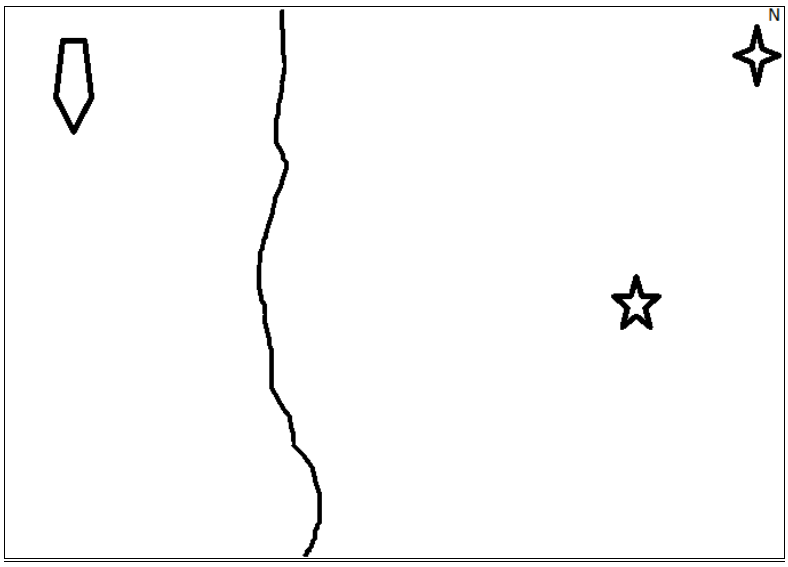
Poussée unitaire pleins gaz avec post-combustion :	$F_{M88\text{-}PC}$	75000	N
Poussée unitaire pleins gaz « secs » :	$F_{M88\text{-}sec}$	50000	N
Consommation spécifique pleins gaz avec post-combustion :	SFC_{PC}	4.72E-05	kg/(N.s)
Consommation spécifique pleins gaz « sec » :	SFC_{sec}	2.22E-05	kg/(N.s)
Débit d'air nominal (@ 100% RPM) :	Q_{M88}	65	kg/s
Diamètre du Fan	D_{fan}	0.696	m
Taux de compression	τ_C	24.5	:1
Taux de dilution	τ_D	0.3	:1
Température d'entrée turbine	τ_T	1850	K

Moteur-fusée Vinci

Poussée unitaire	F_{VINCI}	150000 N
Stoechiométrie LOX/LH2 (en masse)	$\tau_{LOX/LH2}$	5.8:1
Pression de chambre	$P_{chambre}$	6.08E+06 Pa
Impulsion spécifique	I_{SP}	465 s
Vitesse d'éjection des gaz	Ve_{VINCI}	4562 m/s
Ratio d'expansion de tuyère	τ_{nozzle}	240:1
Puissance de la turbopompe LOX	$Pw_{LOX\text{-}TP}$	3.50E+05 W
Puissance de la turbopompe LH2	$Pw_{LH2\text{-}TP}$	2.40E+06 W

EXERCICE N° 4 (6 points) :

Carrier Command



Un bâtiment de projection et de commandement, assisté d'un groupe de soutien (en haut à gauche sur le dessin) fait route à la vitesse de 20 nœuds et à 200 milles marins au large, parallèlement à la côte sensiblement Nord-Sud d'un pays à problèmes. Et c'est là que vous intervenez en tant que planificateur de mission.

Son groupe aéromobile embarqué doit exfiltrer des prisonniers dans un camp situé à 500 milles marins à l'intérieur des terres (représenté par l'étoile à cinq branches sur le dessin). Il disposera de 30 minutes maximum sur zone pour mener à bien l'opération, avant que d'éventuels renforts appelés par les gardes du camp ne viennent compliquer la situation. Cette durée ne peut être étendue pour conserver des marges en autonomie carburant compatibles d'alea divers (météo, menaces, etc.). On la considèrera comme nominale (par exemple, exactement 30 minutes seront passées sur zone), pour la planification de la mission.

Le groupe aéromobile est constitué, entre autres, de drones et d'hélicoptères hybrides à grande vitesse, fixant la vitesse d'avancement du dispositif autour de 240 nœuds.

Au moment où le dispositif arrivera sur zone (camp de prisonniers), le groupe naval sera exactement à l'ouest du camp (relèvement 270°) et gardera le même cap jusqu'à la récupération des aéronefs.
L'arrivée sur zone est prévue à 03h00 du matin (heure locale).

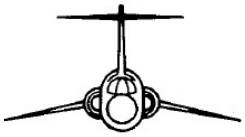
Déterminez les grandes lignes et la timeline de l'opération (en heures locales, sans vent):

a) l'heure de décollage du dispositif
b) La route à prendre à l'aller
c) L'heure de franchissement de la côte à l'aller **ET** au retour
d) La route de retour
e) L'heure de la récupération (entrée dans la zone de contrôle du bateau)
f) Le temps total de navigation aérienne du dispositif (temps sur zone compris)

EXERCICE N° 5 (3 points) :

Commenté [FM13]: Même support, mais aucune question en rapport avec Laplace

The Last (real) Starfighter



Le Lockheed F-104 Starfighter, conçu comme un pur intercepteur, au milieu des années 1950, a été produit à plus de 2500 exemplaires. L'armée de l'air italienne l'a utilisé jusqu'en 2004. Léger et à l'aise à grande vitesse, il souffrait de qualités de vol assez médiocres à basse vitesse, régime dans lequel il tua le plus de pilotes, lui donnant le sobriquet peu enviable de « faiseur de veuves »…

(Les 3 parties sont indépendantes du point de vue des calculs)

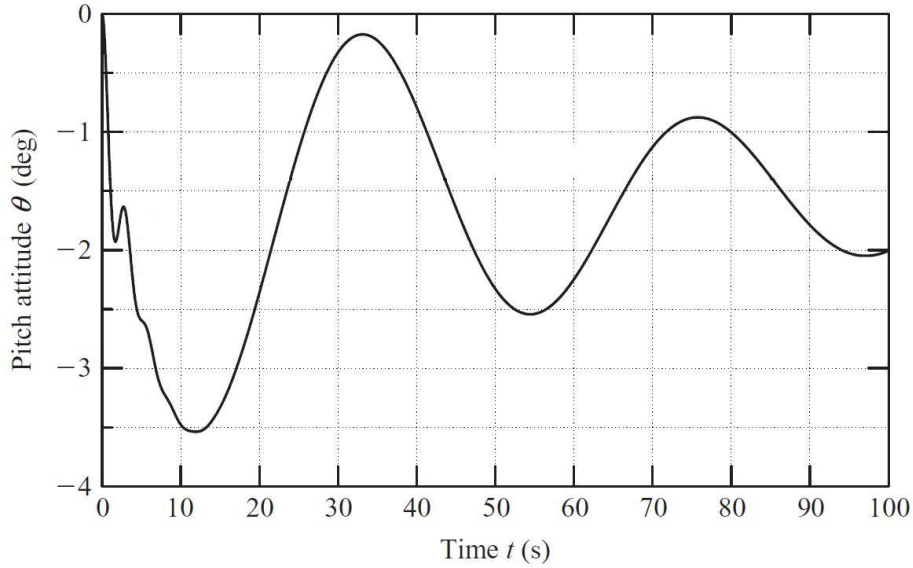
a) Avion naturel

On peut déterminer, à partir des équations de la mécanique du vol, la fonction de transfert longitudinale d'un aéronef quelconque en assiette θ pour un déplacement de la profondeur η. Elle s'écrit, de manière générale, comme suit pour un avion (s est la variable de Laplace, pour travailler dans le domaine fréquentiel) :

$$\frac{\theta(s)}{\eta(s)} = \frac{K_\theta (s + 1/T_{\theta_1})(s + 1/T_{\theta_2})}{(s^2 + 2\zeta_p \omega_p s + \omega_p^2)(s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2)}$$

Considérons le F-104 volant en palier stabilisé au niveau de la mer et à près de 180 nœuds (93 m/s), en configuration lisse.

La réponse temporelle de cet avion, non asservi, à un échelon de 1° de la gouverne de profondeur se traduit par la réponse suivante en assiette (extrait sur 100s seulement) :



Le dénominateur de la fonction de transfert est le même quel que soit le paramètre considéré (tangage θ, vitesse de tangage q, accélération verticale a_z…) et se traduit dans le domaine temporel par deux oscillations superposées qui vont dominer l'allure générale des réponses de ces différents paramètres.

- Estimer la valeur ω_p (en radians/s) de la pulsation du « mode » le plus lent présent (vraiment visible en fait) d'après la réponse temporelle (mode dit de *Phugoïde* ou *Phygoïde*).

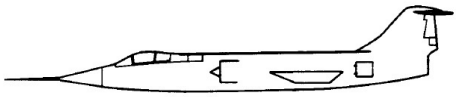
Commenté [FM14]: On voit un peu plus de 40s, disons 42s, ce qui nous fait 0.15 rad/s - ($\omega = 2\pi/T$)

- Au vu de la durée de convergence de la réponse, on estime que l'amortissement total de ce mode est ~ 0.033 rad/s.
  Calculer la valeur du taux d'amortissement (ou amortissement « réduit ») du mode.

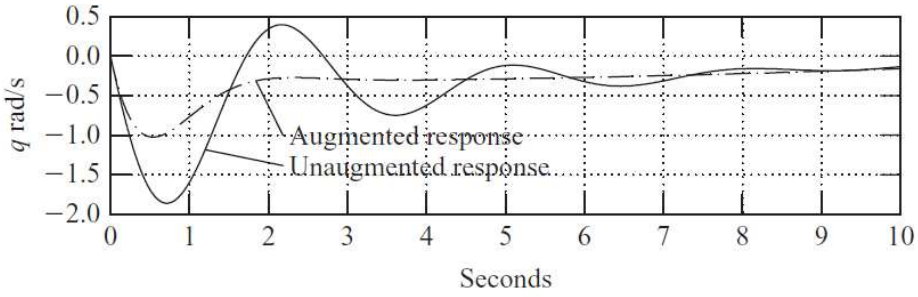
Commenté [FM15]: $2\zeta_P \omega_P = 0.033$ ➔ $\zeta_P = 0.11$ sans unité

- Justifier et quantifier, au regard de cette valeur de ζ_p, « l'erreur » (en %) commise pour estimer ω_p d'après le tracé de la réponse temporelle.

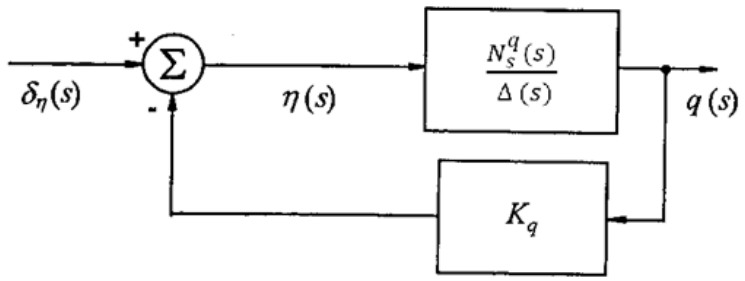
Commenté [FM16]: $\omega_{Pamorti} = \omega_P * \sqrt{(1-\zeta_P)}$, mais $\sqrt{(1-0.11^2)} = \sqrt{(0.9879)} = 99.39$ %. Si on veut être puriste, il faut ramener l'écart entre les deux valeurs à la valeur amortie, ce qui nous fait $(1-\sqrt{(0.9879)})/\sqrt{(0.9879)} = 0.6\%$ d'erreur…



b) Avion asservi



Pour améliorer les caractéristiques de vol, on s'oriente vers un S.A.S. (Système d'Augmentation de Stabilité) par lequel la rétroaction (Feedback) amplifie, par un simple gain proportionnel K_q (et non K_θ, qui ne donne pas de bons résultats), la mesure de la vitesse de tangage de l'avion avant de la sommer avec la demande (consigne), comme présenté ci-dessous :



L'effet sur la réponse temporelle se fait ressentir sur l'autre mode, plus rapide et dit « d'oscillation d'incidence » (« short period », de pulsation ω_s et de taux d'amortissement ζ_s)

- Quantifier, d'après le tracé, l'amélioration du taux d'amortissement de la réponse suivant la formule empirique $\zeta_s = (7 - n)/10$ où n représente le nombre d'inversion de sens de la réponse

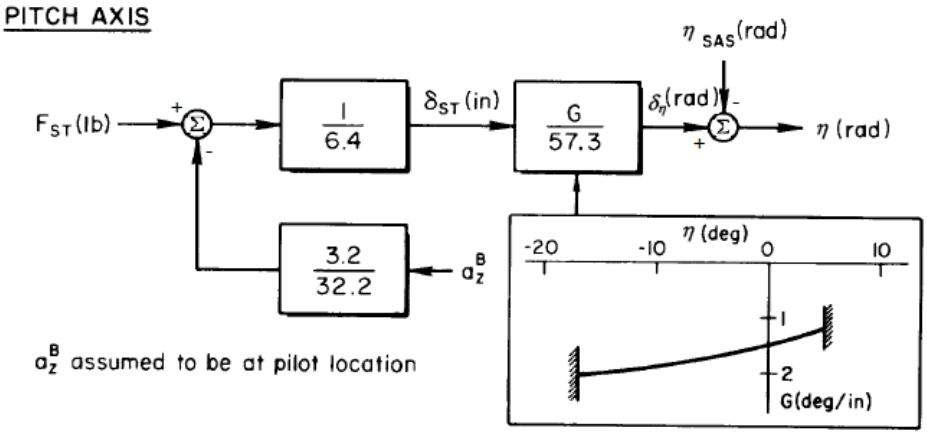
Commenté [FM17]: On a (7-6)/10 =0.1 dans le premier cas, et plutôt (7-3)/10 = 0.4 dans le deuxième (on accepte 0.3 ou 0.5). 4 fois plus amorti donc en moyenne ou (0.4-0.1)/0.1 = 300% d'amortissement supplémentaire

c) Commande de profondeur

En amont de cet asservissement, ou trouve le manche (« **ST**ick »), dont le déplacement sur la chaîne de profondeur est directement proportionnel à l'effort appliqué par le pilote, selon un rapport constant quelles que soient les conditions de vol. Un amplificateur de déplacement (système hydraulique de fonction de transfert G/57.3) vient alors transformer ce déplacement de manche en consigne de déplacement de gouverne.

Commenté [FM18]: Sans donner plus de détails pour voir si ils comprennent un schéma

Pour éviter une trop grande sollicitation à des vitesses élevées où un faible effort/déplacement commanderait une ressource (ou un piqué) trop prononcés (et donc potentiellement un dépassement de limite structurale et/ou d'incidence entraînant une perte de contrôle), une rétroaction sur l'accélération ressentie en cabine limite l'effort sous facteur de charge.



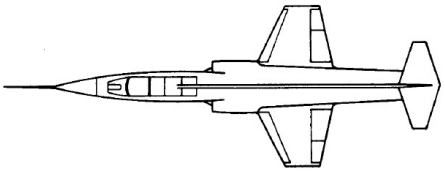
- Quel moyen technologique simple proposeriez-vous pour matérialiser physiquement le gain 1/6.4 ?

Commenté [FM19]: Un ressort… (la question vise à mettre le candidat sur la voie de la simplicité pour la question suivante, et à voir si il fait le lien entre le diagramme et la réalité)

- Même question pour le gain 3.2 / 32.2 (un même organe passif doit assurer la mesure de l'accélération ET la limitation de l'effort ; 9.81m/s² = 32.2 ft/s²).

Commenté [FM20]: Un contre-poids en porte-à-faux à la base du manche (bonne source potentielle de pompage..).

Si personne ne trouve, on fera sauter la question…. Là on teste l'imagination…ou la culture.



DGA ESSAIS EN VOL BASE D'ESSAIS D'ISTRES EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée* :	ENE	

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A ou B

_____

SESSION DU 12 NOVEMBRE 2018

_____

EXPERIMENTATEURS NAVIGANTS D'ESSAIS

_____

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM :
Date :
Signature :

NOTE : / 20

EXERCICE N° 1 (2 points)

1. Déterminer l'unité, dans le SI, de la permittivité du vide ε_0 sachant que cette constante apparait dans l'équation suivante (loi de Coulomb) :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2}$$

où F est une force, q est une charge électrique qui s'exprime en Coulomb ($1\ C = 1\ A.s$) et r une longueur.

2. On rappelle en outre la relation qui lie la tension u [V] et la charge électrique q [C] aux bornes d'un condensateur de capacité C [F] : $q = Cu$.
En déduire une expression différente de l'unité de la permittivité du vide ε_0 utilisant le Farad [F].

EXERCICE N° 2 (2 points)

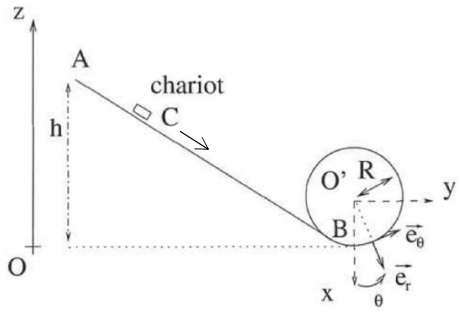


Figure1: Schématisation du problème

On étudie numériquement la trajectoire d'un chariot de parc d'attraction, de masse m=10 tonnes. Ce chariot part du point A, descend le long du plan incliné et entre ensuite dans un looping haut de R=40 m, où l'on suppose qu'il peut parcourir plusieurs tours.

Les courbes de la Figure 2 représentent l'évolution au cours du temps de l'énergie cinétique E_c, de l'énergie potentielle E_p, de l'énergie totale E_m et l'évolution de la réaction normale R_n du looping sur le chariot.

On prendra : $g = 10\ m/s^2$.

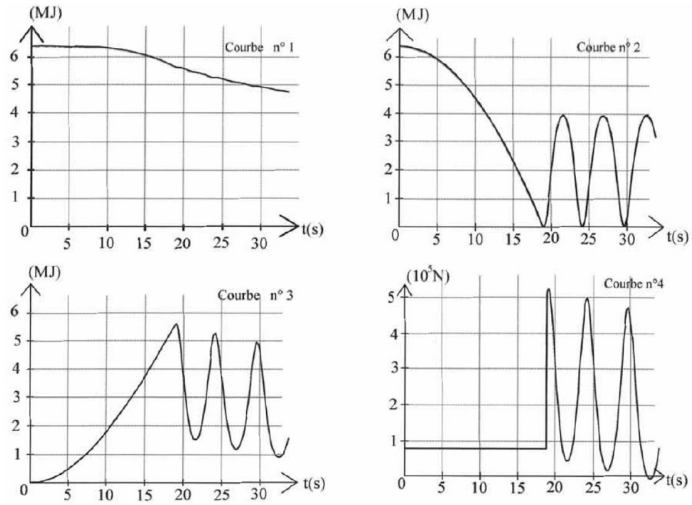


Figure 2: Résultats numériques

1. Associer à chaque courbe de la Figure 2 la grandeur représentée. La simulation prend-elle en compte des frottements et autres sources de dissipation ?

2. Calculer la hauteur initiale h et la vitesse initiale $V0$ du chariot, et la vitesse maximale Vmax qu'il atteint.

3. À quelle date le chariot quitte-t-il le looping et combien de tours entiers a-t- il effectué avant de se décoller du looping ?

EXERCICE N° 3 (7 points)

On s'intéresse à la gouverne de profondeur d'un avion de ligne moderne, située un niveau du bord de fuite du plan horizontal réglable (PHR).

Couramment sur les avions de ligne récents, le mouvement de rotation de la gouverne autour de l'axe de charnière est obtenu grâce à une unité de commande constituée de deux actionneurs :

- une servocommande reliée au circuit hydraulique de l'avion ;
- un EHA (Electro Hydraulic Actuator), utilisé en cas de défaillance sur la servocommande ou sur le circuit hydraulique. L'EHA est alimenté électriquement et produit localement, via un moteur électrique entrainant une pompe, l'énergie hydraulique nécessaire à son fonctionnement.

Dans la suite de cet exercice, on supposera un actionneur unique, assimilé à un vérin de section utile $S = 57{,}1\ cm^2$.

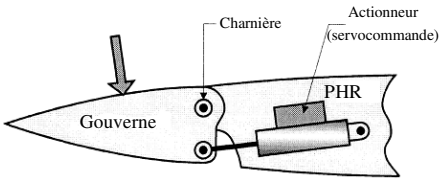


Figure 1 : Principe de fonctionnement de la gouverne de profondeur

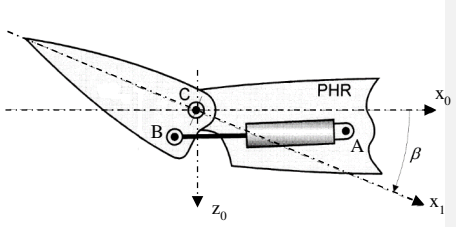


Figure 2 : Schéma avec gouverne en butée haute ($\beta = -20°$), tige sortie

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE 1

La modélisation cinématique de ce mécanisme est fournie sur la Figure 3.

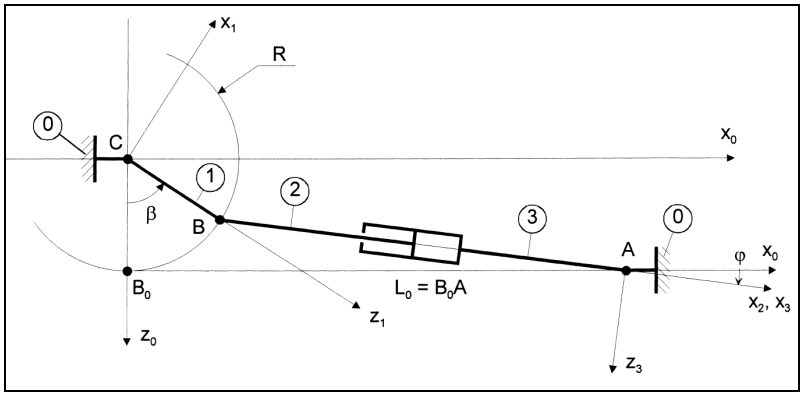


Figure 3 : Modélisation cinématique du fonctionnement de la gouverne de profondeur

On introduit les notations suivantes :

- $R_0(A, x_0, y_0, z_0)$ le repère lié au PHR ⓪ ;
- $R_1(C, x_1, y_1, z_1)$ le repère lié à la gouverne ① ;
- $R_2(B, x_2, y_2, z_2)$ le repère lié à la tige du vérin ② ;
- $R_3(A, x_3, y_3, z_3)$ le repère lié au corps du vérin ③ ;
- $R = 155\ mm$ la longueur du bras de levier CB ;

En position neutre, $\beta = 0°$, $\varphi = 0°$, $L_0 = AB_0 = 700\ mm$ et les axes CB_3 et AB_0 sont perpendiculaires.

1. Calculer, pour une pression nominale de 338 bars, le module F_v de la force développée par le vérin.

2. Démontrer rigoureusement la relation suivante liant les deux angles β et φ :
$$\tan\varphi = \frac{R(\cos\beta - 1)}{L_0 - R\sin\beta}$$

3.
   a. Déterminer l'expression du module M_v du moment autour de l'axe de charnière $C\vec{y}$ généré par le vérin en fonction de F_v, β et φ.

   b. Faire l'application numérique pour $\beta = 0°$ puis $\beta = -30°$.

4. On note $L = AB$ la longueur entre les points d'attache A et B.
   a. Déterminer l'expression de la course du vérin $c = L - L_0$ en fonction de R, L_0 et β.

   b. Faire l'application numérique pour les deux butées mécaniques angulaires de la gouverne, à savoir $\beta = +20°$ et $\beta = -30°$.

   c. La Figure 4 représente l'évolution de la course en fonction de β. Elle autorise une représentation linéaire de la forme $\beta = K.c$ avec β en radians et c en mètres.
   Déterminer graphiquement K.

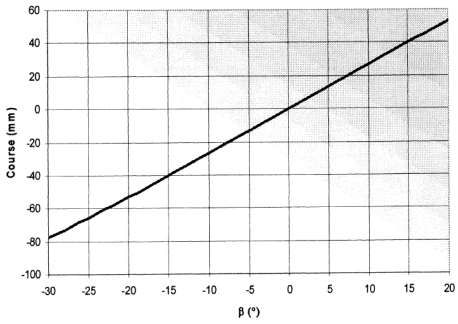


Figure 4 : Évolution de la course du vérin en fonction de β

PARTIE 2

Dans cette partie, on s'intéresse à la fonction de transfert du vérin.

On note :

- $Q(p)$ la transformée de Laplace de la variable $Q(t)$, le débit volumique entrant dans la chambre du vérin ;
- $P(p)$ la transformée de Laplace de la variable $P(t)$, le différentiel de pression entre les deux chambres du vérin ;
- $X_2(p)$ la transformée de Laplace de la variable $x_2(t)$, la position de la tige du vérin par rapport à la position neutre ;
- $\Gamma_a(p)$ la transformée de Laplace de la variable $\Gamma_a(t)$, la résultante des forces aérodynamiques appliquée au centre de poussée de la gouverne ;

L'équation du débit dans le vérin et le principe fondamental de la dynamique appliqué à la gouverne permettent de construire la représentation du système, sous forme de schéma bloc, donnée en Figure 1.

Y figurent :

- B le module de compressibilité du fluide en N/m^2 ;
- V_0 le volume de chaque chambre du vérin en position neutre en m^3 ;
- S la section utile du vérin en m^2 ;
- d la distance entre le centre de poussée de la gouverne et l'axe de charnière en m ;
- R la distance BC en m ;
- m_e la masse équivalente de la gouverne ramenée sur l'axe des vérins en kg ;
- c le coefficient d'amortissement visqueux en $N/(m/s)$.

En outre, on note également $r_h = \frac{2BS^2}{V_0}$ la raideur hydraulique du vérin.

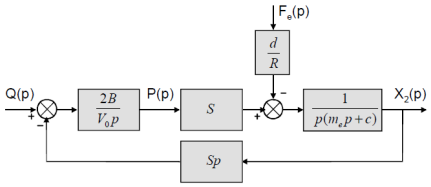


Figure 1 : Schéma bloc du vérin

On souhaite simplifier le schéma bloc de la Figure 1 et l'écrire sous la forme de la Figure 2.

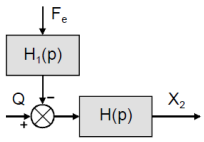


Figure 2 : Schéma bloc simplifié du vérin

1. Déterminer la fonction de transfert $H(p)$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme canonique suivante :

$$H(p) = \frac{K_0}{p\left(1 + 2\frac{\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$$

   En déduire les expressions de K_0, ω_0 et ξ en fonction de r_h, S, m_a et c.

2. Déterminer la fonction de transfert $H_1(p)$ en fonction de d, R, S, et r_h.

EXERCICE N° 4 (2 points)

Figure1: Avion Banc d'Essais moteur Honeywell Boeing 757

L'avion banc d'essais moteur d'un motoriste aéronautique est équipé de deux moteurs, un par aile, de type A et d'un moteur central de type B.

On note *p* (respectivement *q*) la probabilité pour un moteur de type A (respectivement B) de tomber en panne. Chaque moteur tombe en panne indépendamment les uns des autres.

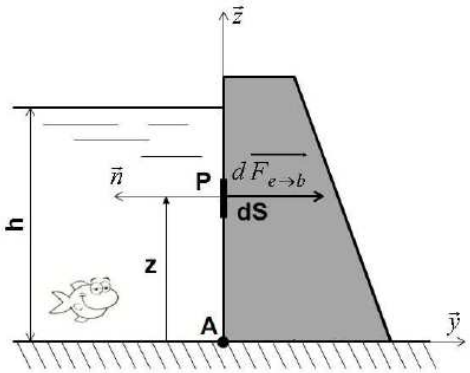
Le trimoteur peut voler si et seulement si au moins deux moteurs fonctionnent.

1. En détaillant votre calcul, exprimer la probabilité pour l'avion de voler ?

2. Faire l'application numérique avec $p = 0{,}001$ et $q = 0{,}1$.

EXERCICE N° 5 (4 points)

Barrage du Revest les Eaux (Var)



On note *h* la hauteur de la retenue d'eau située en amont du barrage et *L* la largeur de celui-ci (supposée constante).
On s'intéresse au point *P* situé à la hauteur *z* et on pose *dS* l'élément de surface du barrage autour ce point.

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE 1

1.
   a. En appliquant la loi fondamentale de l'hydrostatique, donner l'expression de *p(z)* la pression au point *P*.
   On notera ρ_e la masse volumique de l'eau, *g* de l'accélération de pesanteur terrestre, et p_a la pression atmosphérique au niveau de la surface.

   b. Dans la suite de l'exercice, on négligera la contribution liée à la pression atmosphérique au niveau de la surface. Justifier quantitativement cette hypothèse en considérant $h = 100\ m$.

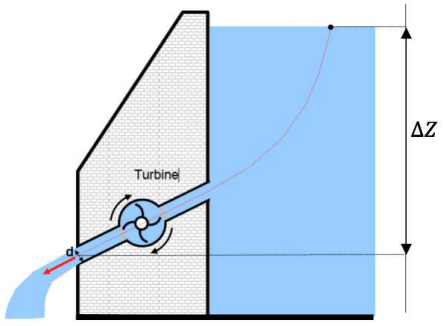
2. Écrire l'expression de la force élémentaire $\overrightarrow{dF_{e\to b}}$ de l'eau sur le barrage au point P.

3. En déduire l'expression et la valeur numérique de la force et du moment exprimés au point A.

4. Déterminer la hauteur du point B, notée h_B, de sorte que le moment exprimé en ce point soit nul.

PARTIE 2

Le barrage est désormais équipé d'une turbine dont les aubes sont entraînées par un jet d'eau sous pression. La conduite de sortie de diamètre $d = 2{,}5\ m$ est située à une profondeur $\Delta Z = 50\ m$.
Le débit volumique en sortie est régulé à $q_v = 25\ m^3/s$. La retenue d'eau étant suffisamment grande, le niveau d'eau en amont du barrage est supposé constant.
Les pertes de charges sont évaluées à $Q_{pc} - 30\ J/kg$. La turbine a un rendement global $\eta = 60\%$.



1. Donner l'expression et la valeur numérique de la vitesse de l'écoulement d'eau à la sortie de la canalisation.

2. En utilisant le théorème de Bernoulli, déterminer l'expression de la puissance P_a disponible sur l'arbre de la turbine. Faire l'application numérique en exprimant votre résultat en MW.

EXERCICE N° 6 (3 points)

Figure 1: Pilote pressé de voler ou qui ne veut pas être mouillé ?

Dans cet exercice, on se propose de répondre à l'éternelle question : sous la pluie, est-il préférable de marcher ou de courir pour se mouiller le moins possible ?

Pour ce faire, notre pilote est assimilé à un parallélépipède rectangle de dimensions h, l, et L et se déplace à vitesse constante $\vec{V}$ par rapport au sol.

La pluie tombe à la vitesse $\vec{U}$ dans le plan (Oxy). Le nombre de gouttes de pluies par unité de volume est noté n. Ces deux grandeurs sont supposées constantes.

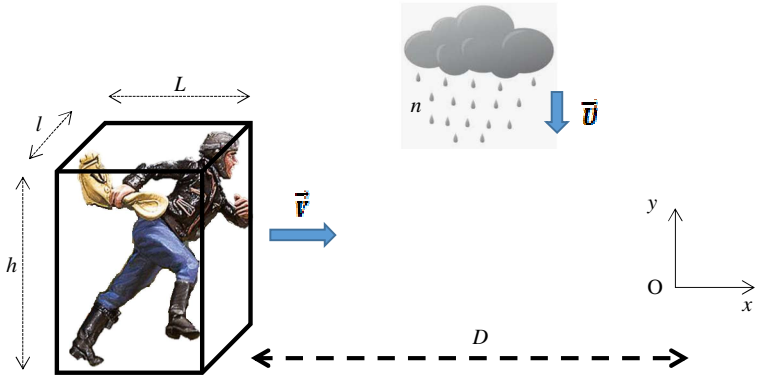


Figure 2: Modélisation du problème

Répondre à la question posée en préambule. Pour cela, détailler votre raisonnement et exprimer la quantité N de gouttes accumulées sur le trajet, dans le cas où le vent nul (pluie verticale).

Qualitativement, que se passerait-il avec du vent de face ou du vent dans le dos ?

MINISTÈRE DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

_____

EXPERIMENTATEUR NAVIGANT D'ESSAIS

_____

SESSION DU 15 NOVEMBRE 2021

_____

ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 3h00 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée -- – Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur ce document

Document validé par :

Nom :

Date : 05/11/2021

Signature :

Lieutenant-colonel Stéphane Alma
Directeur de l'EPNER

EXERCICE 1 : Analyse dimensionnelle

Le nombre de Bansen Ba est un nombre sans dimension utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert d'énergie thermique par radiation et le transfert par convection.
On le définit de la manière suivante :

$$Ba = \frac{h_r S}{F c_p}$$

Avec :
-h_r : le coefficient de transfert thermique par radiation
-S : la surface de transfert
-F : le débit massique
-c_p : la capacité thermique, qui représente la quantité d'énergie thermique que l'on doit transférer à un corps pour augmenter sa température. Sa valeur est donc l'énergie à apporter à un kilogramme de ce corps pour augmenter sa température d'un Kelvin.

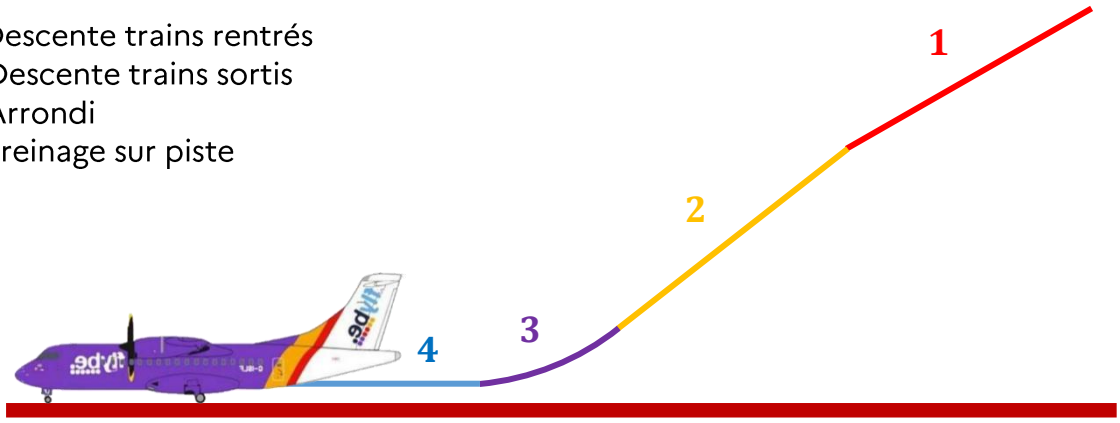
(Source : Wikipédia)

Donnez l'unité de h_r.

EXERCICE 2 : Avion à l'atterrissage

On s'intéresse à l'atterrissage d'un avion de ligne type ATR 42.
Pour se faire, on décomposera l'étude en quatre phases :

1-Descente trains rentrés
2-Descente trains sortis
3-Arrondi
4-Freinage sur piste

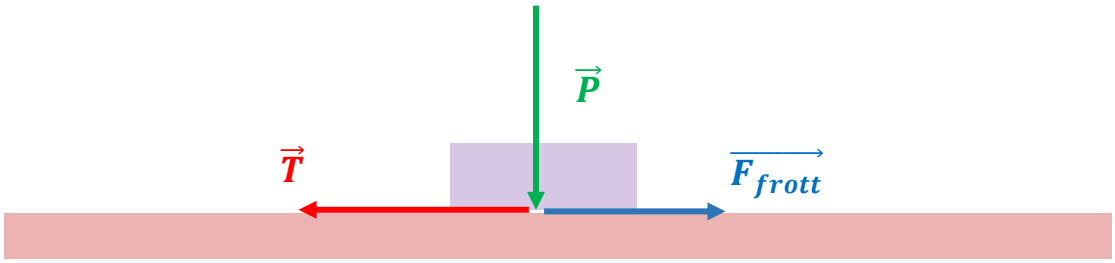


On dispose des données suivantes :

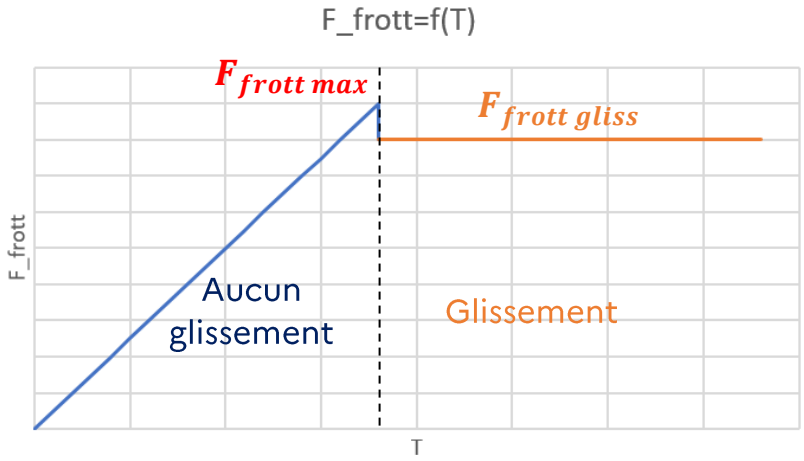
-Masse : $m = 10\,000\ kg$
-Surface alaire : $S = 54{,}5\ m^2$
-Surface fuselage (vue de face) : $S_{fus} = 7\ m^2$
-Surface trains (vue de face) : $S_{trains} = 0{,}5\ m^2$
-Coefficient de trainée du fuselage : $C_{x\,fus} = 0{,}85$
-Coefficient de trainée des trains : $C_{x\,trains} = 1$
-Calage des ailes : $\varepsilon = 1{,}5°$
-Densité de l'air : $\rho = 1{,}225\ kg/m^3$

-Coefficient d'adhérence des roues au sol :
Le module de la force de frottement $\overrightarrow{F_{frott}}$ s'exerçant sur un objet d'un certain poids $\vec{P}$, soumis à une force qui le tracte $\vec{T}$, s'écrit :

$$F_{frott} = f.P$$



Avec le coefficient d'adhérence f. On a l'évolution de F_{frott} en fonction du module de la force tractrice $\vec{T}$:

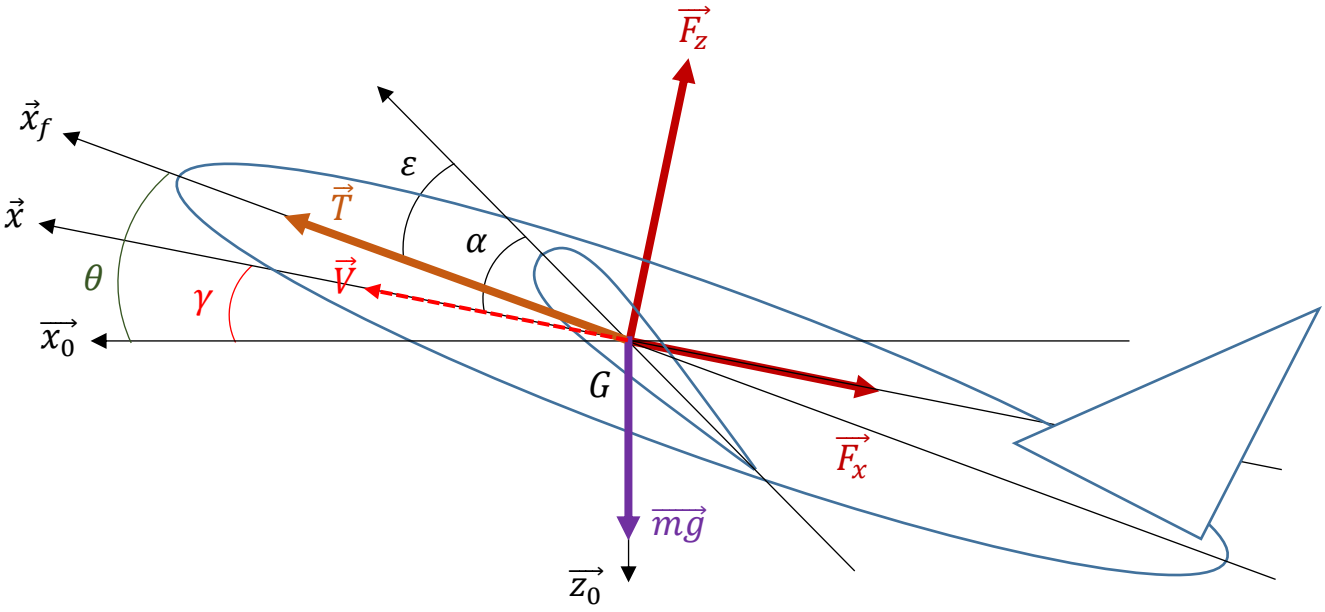


Tant que $T \leq F_{frott\ max} = f_s P$, l'objet ne glisse pas par rapport au sol.
Ensuite, $F_{frott} = F_{frott\ gliss} = f_c . P$
Pour la piste d'atterrissage dans notre exercice, on prendra $f_s = 0{,}9$ et $f_c = 0{,}8$.

On définit le bilan des forces, ainsi que les trois repères Terre, fuselage et air :

-Centre de gravité de l'avion : G
-Repère Terre R_0 : $(G, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$, l'axe $\overrightarrow{y_0}$ étant perpendiculaire à la feuille, et orienté vers la table
-Repère fuselage R_f : $(G, \overrightarrow{x_f}, \overrightarrow{y_f}, \overrightarrow{z_f})$, l'axe $\overrightarrow{y_f}$ étant confondu avec $\overrightarrow{y_0}$
-Repère air R : $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, l'axe $\vec{y}$ étant confondu avec $\overrightarrow{y_0}$

Les angles utilisés sont tous positifs sur le schéma ci-dessous, et sont appelés :
-Angle d'incidence de l'aile : α
-Angle de calage de l'aile : ε
-Assiette fuselage : θ
-Pente de la trajectoire : γ



On écrit les forces s'exerçant sur l'avion (que l'on suppose toutes s'appliquer en G) :
-La poussée des deux moteurs :

$$\vec{T} = T.\overrightarrow{x_f}$$

-Le poids de l'avion :

$$\overrightarrow{mg} = mg.\overrightarrow{z_0}$$

Avec $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

-La portance des ailes :

$$\overrightarrow{F_z} = -F_z.\vec{z} = -\frac{1}{2}\rho S V^2 C_z.\vec{z}$$

Avec :

$$C_z = A\alpha$$

Sachant que $A = 0{,}1\ deg^{-1}$.

-La trainée de l'avion trains sortis :

$$\overrightarrow{F_x} = -F_x.\vec{x} = -\left(F_{x\ aile} + F_{x\ fus} + F_{x\ trains}\right).\vec{x} = -\frac{1}{2}\rho V^2\left(SC_x + S_{fus}C_{x\ fus} + S_{trains}C_{x\ trains}\right).\vec{x}$$

Avec :

$$C_x = C_{x0} + kC_z^2$$

Sachant que $C_{x0} = 0{,}015$ et $k = 0{,}03$.

Conventions :

On écrira pour un vecteur $\vec{X}$ quelconque projeté dans le repère Terre :

$$\vec{X} = a_0\overrightarrow{x_0} + b_0\overrightarrow{y_0} + c_0\overrightarrow{z_0}$$

Soit sous forme matricielle :

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

Pour la vitesse on définit le nom des coordonnées :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \\ V_{z0} \end{pmatrix}_{R_0}$$

Et on a :

$$\|\vec{V}\| = V = \sqrt{V_{x0}^2 + V_{y0}^2 + V_{z0}^2}$$

On écrira la dérivée du vecteur vitesse par rapport au repère Terre, projetée dans le repère Terre :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R_0}$$

I- Etablissement des équations

Nous allons étudier le mouvement de l'avion par rapport au sol en écrivant le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) projeté dans le repère Terre :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R_0} = (\overrightarrow{mg})_{R_0} + (\overrightarrow{F_z})_{R_0} + (\overrightarrow{F_x})_{R_0} + (\vec{T})_{R_0}$$

Où par exemple $(\overrightarrow{mg})_{R_0}$ représente la projection du vecteur $\overrightarrow{mg}$ dans le repère Terre R_0.

a. Donnez l'expression de la projection de $\vec{V}$ dans le repère Terre sous forme matricielle $(\vec{V})_{R_0}$.

b. Ecrivez les équations données par le PFD.

c. Donnez la relation qui lie les angles $\alpha, \varepsilon, \gamma$ et θ.

II- Descente trains rentrés

L'avion suit une trajectoire rectiligne et le pilote sait, d'après les indications à bord, que les composantes de vitesse par rapport au sol sont constantes et valent :

$$V_{x0} = 250\ km/h \text{ et } V_{z0} = 10\ km/h$$

a. Donnez la valeur de γ **en vous aidant du tableau du cosinus et sinus donné en annexe**.

b. En reprenant les équations du PFD, et en supposant que les composantes projetées sur l'axe vertical terrestre de la trainée F_x et de la poussée des moteurs T sont négligeables, calculez l'incidence α des ailes.

c. En déduire l'assiette θ de l'avion.

d. Calculez la trainée de l'avion.

e. En déduire la poussée T des moteurs.

III- Descente trains sortis

Le pilote sort les trains, mais ne modifie pas la poussée des moteurs. Il laisse l'avion se stabiliser de nouveau à une nouvelle vitesse.

On a désormais :

$$V_{x0} = 220\ km/h \text{ et } V_{zf} = 30\ km/h$$

a. Calculez la nouvelle incidence des ailes.

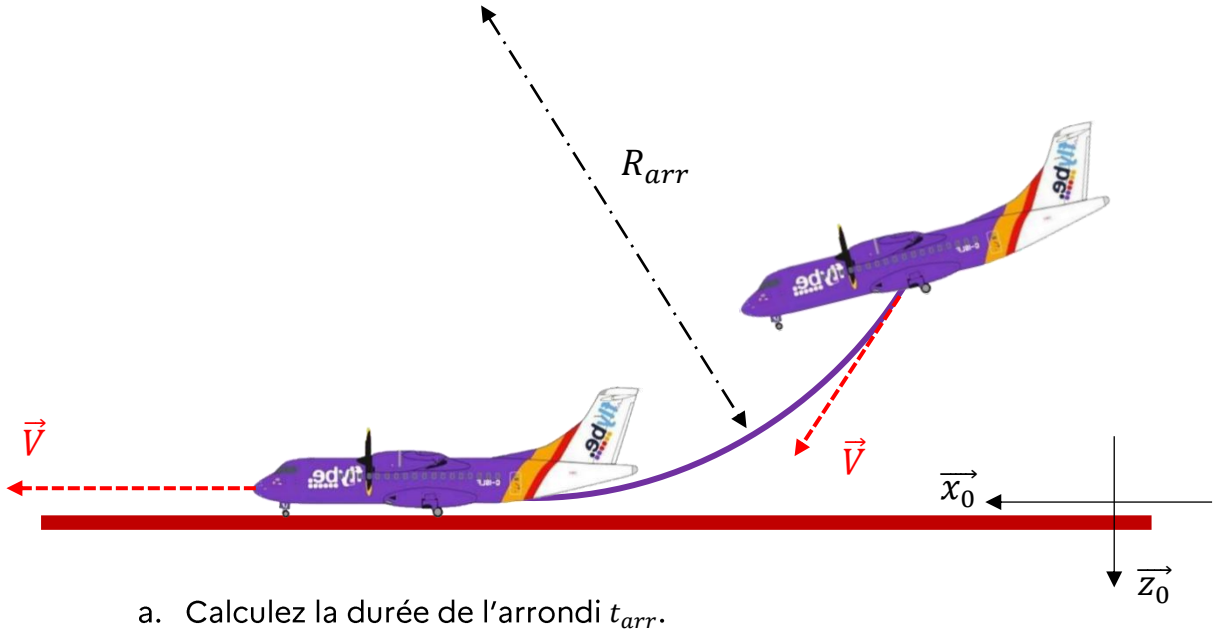
b. Calculez la trainée de l'avion, ainsi que la poussée affichée par les moteurs.

c. Faites un bilan rapide des résultats obtenus dans les cas sans et avec trains.
Expliquez brièvement comment les forces s'organisent pour assurer l'équilibre de l'avion dans chaque cas.

IV- Arrondi

On suppose que lors de l'arrondi (trajectoire circulaire de rayon $R_{arr} = 2\,000\ m$), la vitesse de l'avion est constante et vaut la vitesse totale précédemment calculée moins $50\ km/h$ (décélération due à la sortie d'aérofreins).

Le pilote débute son arrondi avec la pente précédemment calculée (trains sortis), et le termine lorsque l'avion est complètement posé au sol.



a. Calculez la durée de l'arrondi t_{arr}.

b. Déterminez l'incidence des ailes au cours de l'arrondi (on supposera la pente faible : $cos\gamma \approx 1$ et on néglige l'influence des moteurs).

V- Freinage sur piste

Une fois sur la piste, le pilote coupe la poussée des moteurs et rentre les aérofreins.

a. Faites un schéma avec le bilan des forces, une fois que l'avion est en train de freiner sur la piste (le pilote actionne les freins). On considérera que le train d'atterrissage de l'avion est constitué de trois roues (une à l'avant, deux à l'arrière : on supposera une répartition du poids égale entre chaque roue).

b. Calculez la portance des ailes au début de la décélération et justifiez que l'on puisse la négliger dans notre étude.

c. Donnez l'expression de la force de frottement $\overrightarrow{F_{frott}}$ s'exerçant sur chaque roue en fonction du poids de l'avion et du coefficient d'adhérence des roues au sol.

d. Donnez l'équation différentielle régissant l'évolution de la vitesse V.
Est-il possible de la résoudre simplement ? Pourquoi ?

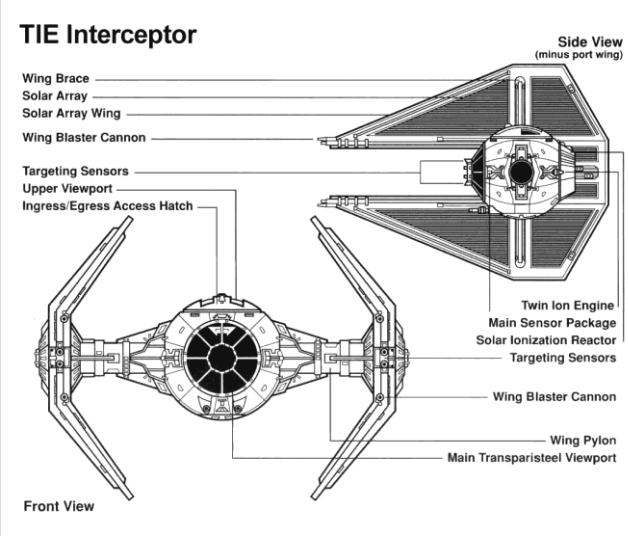
e. On se propose de simplifier le terme de trainée. On va faire l'approximation que la dépendance en V est linéaire : $F_x = KV$ avec K une constante.
Calculez la trainée de l'avion au tout début de la décélération. En déduire la valeur de K (et son unité) la plus cohérente pour notre étude.

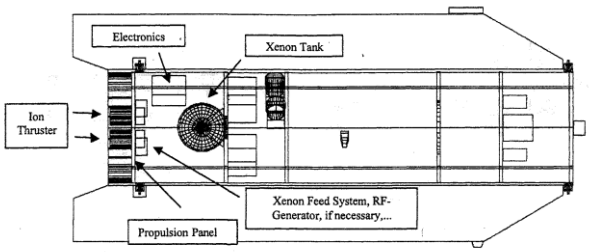
f. On considère que le pilote freine de telle sorte que les roues soient bloquées tout le temps de la décélération.
Calculez le temps de freinage.

Annexe :

x	cos(x)	sin(x)		x	cos(x)	sin(x)
-0,05	0,999	-0,050		-0,146	0,989	-0,145
-0,049	0,999	-0,049		-0,145	0,990	-0,144
-0,048	0,999	-0,048		-0,144	0,990	-0,144
-0,047	0,999	-0,047		-0,143	0,990	-0,143
-0,046	0,999	-0,046		-0,142	0,990	-0,142
-0,045	0,999	-0,045		-0,141	0,990	-0,141
-0,044	0,999	-0,044		-0,14	0,990	-0,140
-0,043	0,999	-0,043		-0,139	0,990	-0,139
-0,042	0,999	-0,042		-0,138	0,990	-0,138
-0,041	0,999	-0,041		-0,137	0,991	-0,137
-0,04	0,999	-0,040		-0,136	0,991	-0,136
-0,039	0,999	-0,039		-0,135	0,991	-0,135
-0,038	0,999	-0,038		-0,134	0,991	-0,134
-0,037	0,999	-0,037		-0,133	0,991	-0,133
-0,036	0,999	-0,036		-0,132	0,991	-0,132
-0,035	0,999	-0,035		-0,131	0,991	-0,131
-0,034	0,999	-0,034		-0,13	0,992	-0,130
-0,033	0,999	-0,033		-0,129	0,992	-0,129
-0,032	0,999	-0,032		-0,128	0,992	-0,128
-0,031	1,000	-0,031		-0,127	0,992	-0,127
-0,03	1,000	-0,030		-0,126	0,992	-0,126
				-0,125	0,992	-0,125

EXERCICE 3 : TIE (non) Fighter





Le satellite GOCE de l'agence spatiale européenne, propulsé par deux propulseurs ioniques (***T**win **I**on **T**hrusters*), était l'engin orbital le plus stylé et le plus ressemblant au célèbre chasseur (***T**win **I**on **E**ngines*) de l'Empire dans la non-moins célèbre fiction de George Lucas.

Le « ***G**ravity field and steady-state **O**cean **C**irculation **E**xplorer »* (prononcer [Go-ché], à l'italienne), était prévu pour effectuer un vol propulsé pendant 15000 heures (environ 20 mois) à 260 km d'altitude en moyenne en orbite ~polaire, dans la *thermosphère.* La traînée de ce satellite profilé est par construction minimisée, mais pas nulle. Une fois son Xénon épuisé en 2013, sa chute a pris un mois seulement pour finir par se désintégrer comme une étoile filante en quelques minutes.

Données :

Masse totale en début de mission : 1100 kg
Masse de fluide propulsif (Xe) : 40 kg
Poussée maximale du propulseur ionique : 35 mN

1) Sachant que la traînée aérodynamique de GOCE varie entre 4 et 12 mN, calculez pour la poussée maximale les accélérations maximale/minimale/moyenne et justifiez l'approximation qui consiste à considérer la masse comme constante en moyenne à 1080 kg.

2) Ce propulseur utilise de l'énergie électrique pour ioniser et accélérer une masse de gaz propulsif (Xénon ici) et provoquer une réaction en retour (le gaz n'est donc pas le « carburant » au sens courant du terme). Au banc d'essais on a mesuré la poussée dans le quasi-vide, la consommation de Xénon, la consommation électrique et la vitesse d'éjection du Xénon ionisé (pour 1 propulseur) :

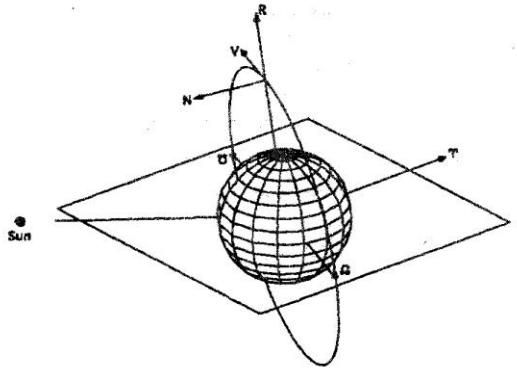
Poussée (N)	Débit massique (kg/s)	Puissance électrique fournie (W)	Vitesse d'éjection (m/s)
2,50E-003	3,50E-007	100	7142
5,00E-003	5,00E-007	170	10000
6,00E-003	5,25E-007	200	11428
1,20E-002	5,50E-007	380	21818

En calculant la puissance du jet de gaz ionisé, calculez l'évolution du rendement énergétique η (ou efficience) en fonction du niveau de poussée.

En déduire la tendance et le point de fonctionnement préférentiel (toute considération opérationnelle mise de côté).

3) Bilan énergétique sur la mission.

1. Sachant que la vitesse du satellite par rapport au repère géocentrique (sans tenir compte de la rotation de la terre donc) sur son orbite circulaire peut s'écrire $V_{ORB} = R_0\sqrt{\frac{g_0}{R_0+h}}$ où R_0 est le rayon de la terre (6378 km), h l'altitude du satellite (260 km) et g_0 l'accélération de la pesanteur au niveau du sol ($g_0 = 9{,}81\ m.s^{-2}$), calculez l'énergie dépensée pour contrer la traînée de GOCE sur la durée de la mission en considérant l'hypothèse la plus pessimiste.



2. Calculer l'énergie totale de GOCE sur son orbite polaire par rapport au repère géocentrique ci-dessus (on supposera que l'on a toujours $g = g_0 = 9{,}81\ m.s^{-2}$ pour le calcul de l'énergie potentielle).

3. Dans le bilan énergétique de la **mission**, calculez la part apportée par le lanceur pour placer l'engin sur son orbite.
   Puis, estimez sur la durée prévue de la mission la part relative apportée par le satellite pour vaincre la traînée résiduelle (considérez cette énergie comme 100% embarquée sous une forme ou une autre).
   Commentez par rapport au couple altitude moyenne/vitesse choisie.

EXERCICE 4 : « First Man »

NASA Dryden Flight Research Center Photo Collection
http://www.dfrc.nasa.gov/gallery/photo/index.html
NASA Photo: E-4942 Date: 1959 Photo by: NASA photo

X-15 launch from B-52 mothership

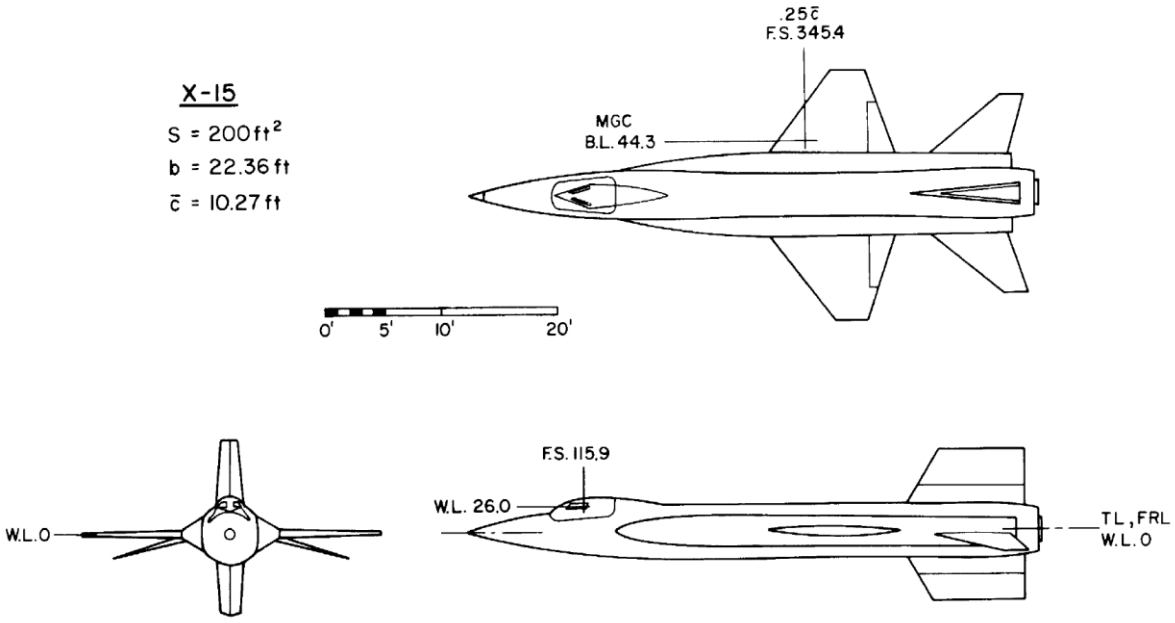


Figure V-2. X-15 General Arrangement

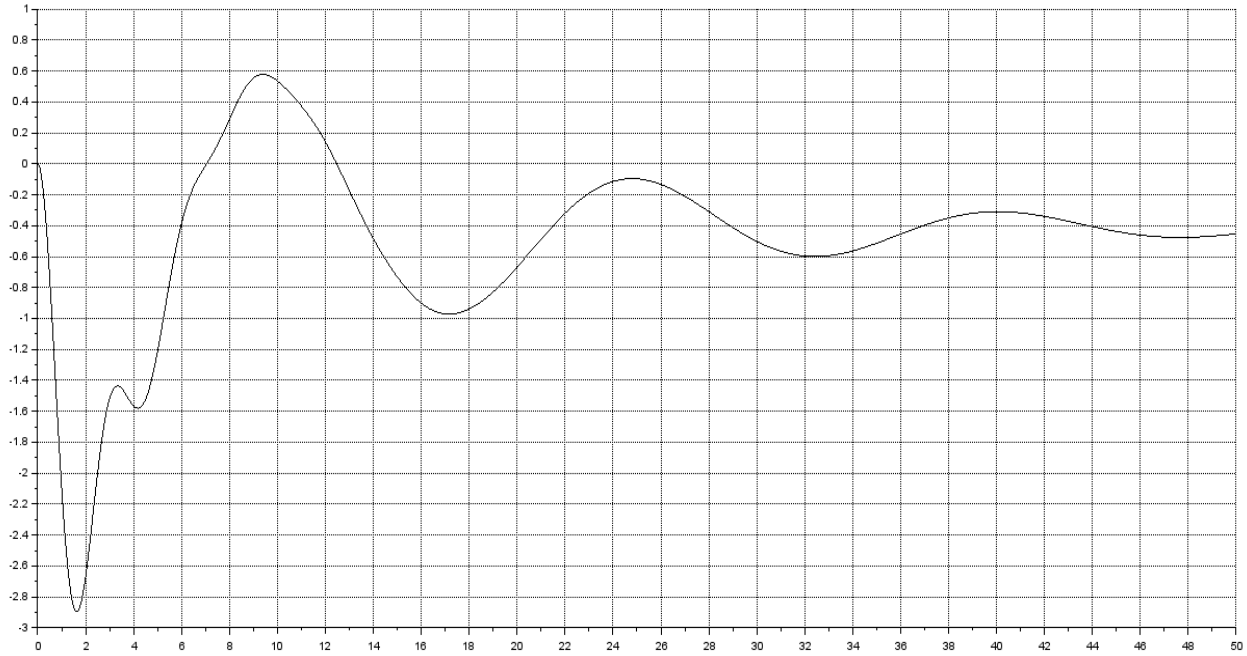
I- Avion naturel en conditions de largage (Cas de vol 4, $M = 0{,}8$, $H = 40\,000\ ft$)

La Fonction de transfert reliant la profondeur δ_S (*stabilizer*) à l'assiette (θ) du X-15 à sa masse au largage est :

$$\frac{\theta(s)}{\delta_S(s)} = \frac{-7{,}02(s + 0{,}138)(s + 0{,}334)}{(s^2 + 0{,}145s + 0{,}175)(s^2 + 0{,}844s + 4{,}452)}$$

Une fois largué, le X-15 répond ainsi à un simple échelon unitaire en profondeur (1 degré) :

$\theta\ (deg)$



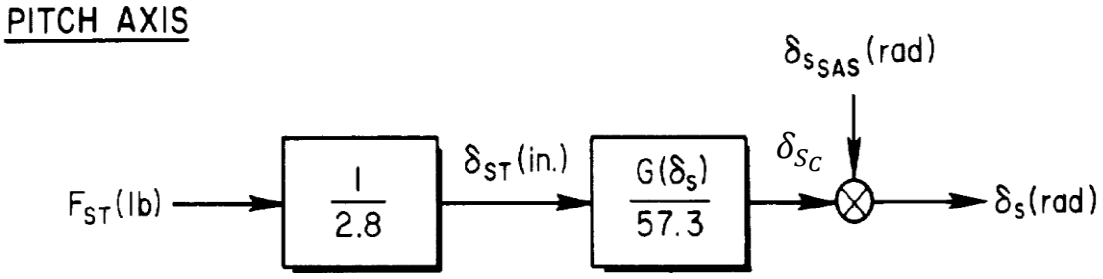
t (secondes)

1) Déterminez la période, la fréquence et la pulsation d'oscillation la plus lente (dite « phugoïde » ou « phygoïde »*).*

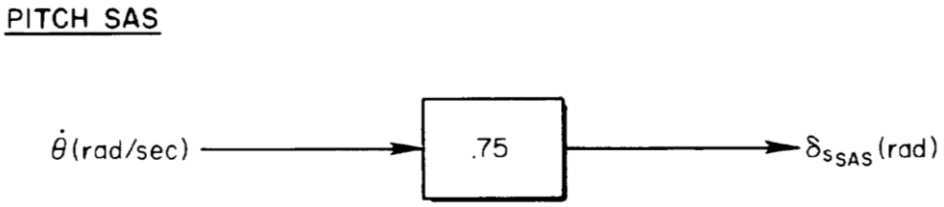
2) Peut-on justifier l'approximation $\omega_{amorti} \approx \omega_{naturel}$ pour cet aéronef, sur la base de son amortissement réduit ?

II- *Stability Augmentation System* ON

Le schéma général des commandes de vol du X-15 est constitué d'une chaîne transformant des efforts aux manches (F_{ST}) en ordres de gouvernes commandées δ_{S_c}, qui peuvent être « augmentées » ($\delta_{S_{SAS}}$) par une boucle de rétroaction (« *feedback* ») améliorant la stabilité et construite à partir de la mesure de la vitesse de tangage $q = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ par un gyromètre solidaire de la structure du véhicule aérospatial.



(in : mesure en pouces, lb : mesure en livres-forces)



On définit la déflection « commandée » δ_{S_C} telle que $\delta_S = \delta_{S_C} + \delta_{S_{SAS}}$.

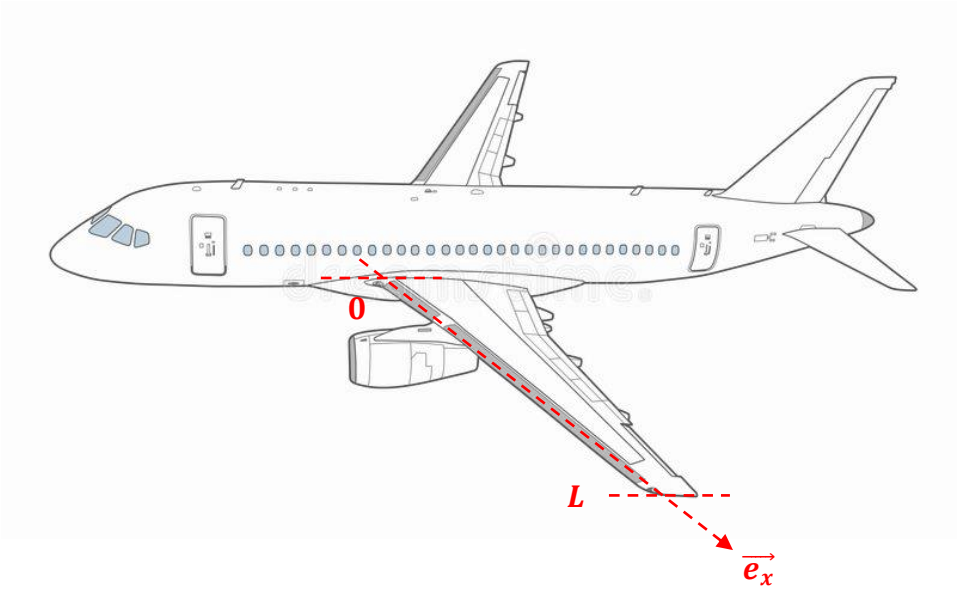
1) Quelle fonction de transfert relie plus particulièrement l'entrée $\delta_S(s)$ à la sortie $q(s)$?

2) Quel élément mécanique peut jouer la fonction du gain $\frac{1}{2,8}$ dans le schéma-bloc des commandes ?

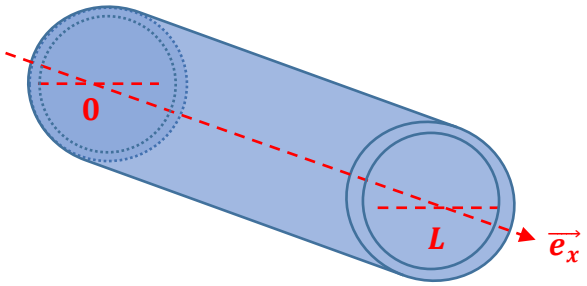
EXERCICE 5 : Système d'antigivrage des ailes d'un avion

De l'air chaud ($80°C$) est prélevé au niveau des moteurs et circule dans une conduite le long du bord d'attaque des ailes, dans le but d'éviter que du givre ne se forme et ne dégrade sérieusement les performances de l'appareil.

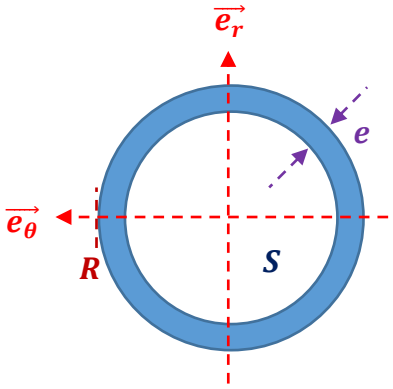
On considère que la température de l'air est constante dans la conduite située dans le bord d'attaque.
Cette conduite est assimilée à un cylindre de rayon $R = 3\ cm$ et de longueur L.



Dispositif d'antigivrage sur aile d'avion.

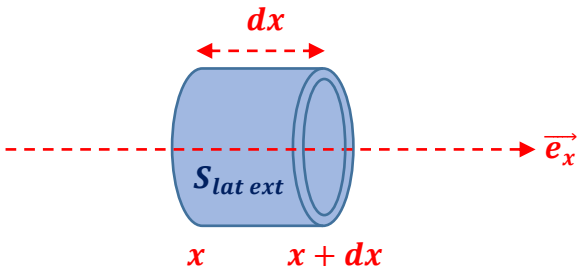


Conduite dans laquelle s'écoule l'air chaud.



Tuyau de la conduite vu de face.
La surface S est la section de la conduite laissée à l'air pour circuler.
L'épaisseur du tuyau est $e = 2\ mm$.

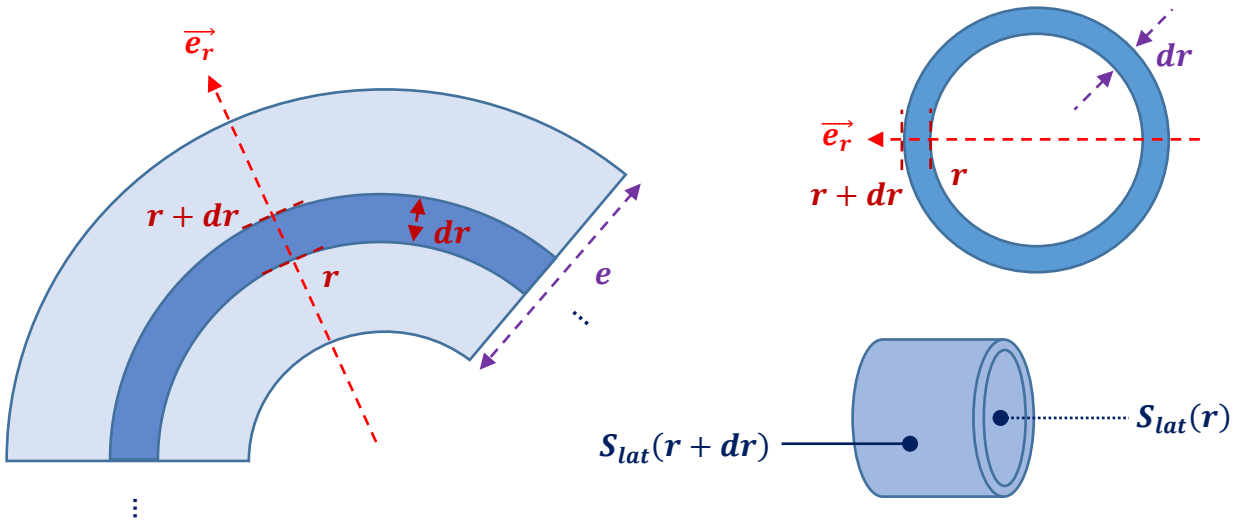
Nous allons concentrer notre étude sur une portion de la conduite, définie par sa longueur dx :



Portion de conduite, située à une distance x de l'emplanture de l'aile.

La surface latérale extérieure de cette portion de conduite (par laquelle la chaleur transite) est appelée $S_{lat\ ext}$.

Et nous allons encore diviser cette portion en plusieurs cylindres d'épaisseur dr, pour r tel que $R > r > R - e$:



On va supposer que l'échange de chaleur s'effectue au travers de la moitié avant de la conduite du bord d'attaque :

Profil de l'aile, avec la conduite au niveau du bord d'attaque.
Le demi-cylindre avant permet l'échange de chaleur entre l'air circulant dans la conduite et l'air extérieur.
On suppose en revanche qu'aucun échange de chaleur ne se fera au travers du demi-cylindre arrière.

Nous voulons étudier l'échange de chaleur entre l'air circulant dans la conduite et l'air extérieur. On supposera que le bord d'attaque est la surface latérale extérieure de la conduite. Il va donc falloir étudier le transfert d'énergie thermique qui s'opère au travers du tuyau de notre portion de conduite.
Pour cela, nous allons d'abord évaluer la variation d'énergie interne de notre système qui sera le morceau de tuyau d'épaisseur dr et longueur dx de la conduite, comme décrit précédemment.

Nous écrirons donc l'énergie interne U de notre système, le travail W qu'il reçoit ou donne au milieu extérieur, et les échanges d'énergie thermique Q avec le milieu extérieur.

1- Rappelez le premier principe de la thermodynamique, et l'unité des paramètres en jeu.

2- Donnez en fonction de r et dx, l'expression de la surface par laquelle le transfert d'énergie thermique se fera, et que l'on appellera **surface d'échange $S_{ech}(r)$**.

Le flux thermique φ_r au travers de la surface d'échange $S_{ech}(r)$ est défini par :

$$\varphi_r(t) = \frac{dQ}{dt}$$

3- Quelle est l'unité de φ_r ?

On définit le vecteur densité de flux thermique $\overrightarrow{j_{th}}(r,t)$, comme suit :

$$\varphi_r(t) = \overrightarrow{j_{th}}(r,t).S_{ech}(r).\overrightarrow{e_r} = j_{th}(r,t).S_{ech}(r)$$

4- Quelle est l'unité de j_{th} ? Qu'exprime-t-il ?
Etant donné l'objectif de notre système antigivrage, a-t-on plutôt intérêt à avoir une forte densité de flux thermique ou pas ?

5- Sachant que notre système n'est soumis à aucune force du milieu extérieur, et inversement n'en exerce aucune, donnez la relation entre son énergie interne et la quantité d'échange d'énergie thermique.

On écrit donc, entre deux instants t et $t + dt$:

$$U(t + dt) - U(t) = \varphi_r(t)dt - \varphi_{r+dr}(t)dt$$

6- Expliquez physiquement cette relation.

Pour la suite, on considérera que $S_{ech}(r + dr) \approx S_{ech}(r)$.

7- Montrez rapidement que :

$$\varphi_r(t)dt - \varphi_{r+dr}(t)dt = [j_{th}(r,t) - j_{th}(r + dr, t)]S_{ech}(r)dt$$

8- Donnez l'expression de l'énergie interne U de notre système, en fonction de l'énergie interne volumique u ($J.m^{-3}$), $S_{ech}(r)$ et dr.

9- Sachant que :

$$U(t + dt) - U(t) = \frac{dU}{dt}dt$$

Montrez que :

$$\frac{du}{dt} = \frac{j_{th}(r,t) - j_{th}(r + dr, t)}{dr}$$

Il est possible de définir autrement la densité de flux thermique :

$$j_{th} = -\lambda\frac{dT}{dr}$$

Où λ est la conductivité thermique du matériau constituant le tuyau, et T sa température en Kelvin.

10- Donnez l'unité de la conductivité thermique, ainsi que son sens physique.

11- Comment évolue la température du matériau de notre tuyau avec r ?
En déduire le signe de j_{th}. Que cela traduit-il physiquement ?

12- Compte-tenu de l'objectif de notre système d'antigivrage, quel matériau entre l'aluminium et le fer est à privilégier ?
Données : $\lambda_{alu} = 226\ SI$ et $\lambda_{fer} = 72\ SI$.

Finalement, on peut écrire une équation sur la température du tuyau le long de son épaisseur e, et en fonction du temps si les conditions extérieures sont variables :

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \lambda \frac{d^2T}{dr^2}$$

Où ρ est la masse volumique du matériau et c sa capacité thermique massique.

Et où l'on a écrit :

$$\frac{d^2T}{dr^2} = \frac{d\left(\frac{dT}{dr}\right)}{dr}$$

13- Donnez l'unité de c.

14- On se place dans des conditions non variables dans le temps. L'air extérieur est à $5°C$. La température du tuyau ne dépend donc plus du temps, mais seulement de r.

15- Donnez le profil d'évolution de la température du tuyau en fonction de r.

16- Calculez $\frac{dT}{dr}$.

17- Montrez que dans ce cas, la densité de flux thermique j_{th} ne dépend pas de r, et donnez sa valeur en considérant le matériau le plus adapté entre aluminium et fer.

18- En déduire la valeur du flux thermique traversant la surface d'échange extérieure $S_{ech}(R)$ de la portion de tuyau de longueur dx.
Donnée : $dx = 2\ cm$.

19- Si l'on avait choisi le matériau le moins adapté, quelle aurait été la valeur du flux thermique ? En quoi est-ce moins bien ?

20- Le système d'antigivrage n'est toutefois pas aussi efficace en pratique, quelles sont les hypothèses optimistes faites en début d'exercice ?

MINISTÈRE DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

_____

EXPERIMENTATEUR NAVIGANT D'ESSAIS

_____

SESSION DU 15 NOVEMBRE 2021

_____

CORRIGÉ ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 3h00 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée -- – Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur ce document

Document validé par :

Nom :

Date : 05/11/2021

Signature :

EXERCICE 1 : Analyse dimensionnelle

Le nombre de Bansen Ba est un nombre sans dimension utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert d'énergie thermique par radiation et le transfert par convection.
On le définit de la manière suivante :

$$Ba = \frac{h_r S}{F c_p}$$

Avec :
-h_r : le coefficient de transfert thermique par radiation
-S : la surface de transfert
-F : le débit massique
-c_p : la capacité thermique, qui représente la quantité d'énergie thermique que l'on doit transférer à un corps pour augmenter sa température. Sa valeur est donc l'énergie à apporter à un kilogramme de ce corps pour augmenter sa température d'un Kelvin.

(Source : Wikipédia)

Donnez l'unité de h_r.

On a les unités des différents paramètres :

$$[S] = m^2$$
$$[F] = kg.s^{-1}$$
$$[c_p] = J.K^{-1}.kg^{-1}$$

Sachant que :

$$[B_a] = \left[\frac{h_r S}{F c_p}\right] = 1$$

Donc on retrouve l'unité du coefficient de transfert thermique :

$$[h_r] = \left[\frac{F c_p}{S}\right] = \frac{(kg.s^{-1}).(J.K^{-1}.kg^{-1})}{m^2} = \frac{J.K^{-1}.s^{-1}}{m^2} = J.K^{-1}.s^{-1}.m^{-2}$$

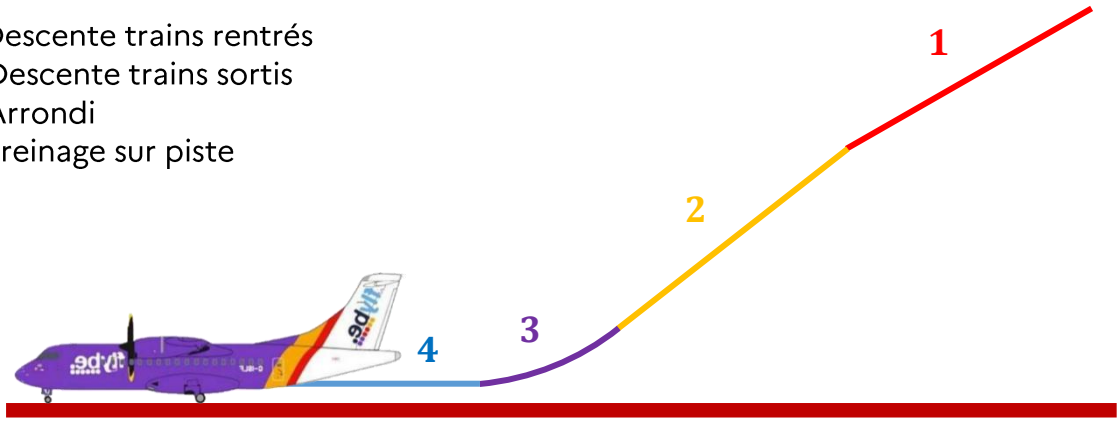
Ou :

$$[h_r] = W.K^{-1}.m^{-2}$$

EXERCICE 2 : Avion à l'atterrissage

On s'intéresse à l'atterrissage d'un avion de ligne type ATR 42.
Pour se faire, on décomposera l'étude en quatre phases :

1-Descente trains rentrés
2-Descente trains sortis
3-Arrondi
4-Freinage sur piste

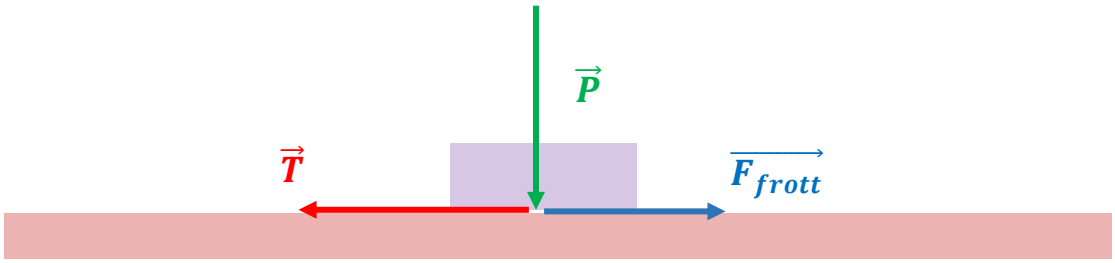


On dispose des données suivantes :

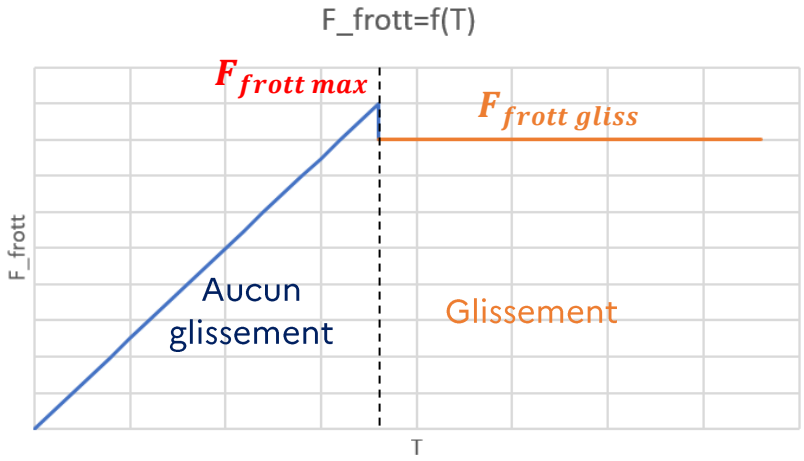
-Masse : $m = 10\,000\ kg$
-Surface alaire : $S = 54{,}5\ m^2$
-Surface fuselage (vue de face) : $S_{fus} = 7\ m^2$
-Surface trains (vue de face) : $S_{trains} = 0{,}5\ m^2$
-Coefficient de trainée du fuselage : $C_{x\,fus} = 0{,}8$
-Coefficient de trainée des trains : $C_{x\,trains} = 1$
-Calage des ailes : $\varepsilon = 1{,}5°$
-Densité de l'air : $\rho = 1{,}225\ kg/m^3$

-Coefficient d'adhérence des roues au sol :
Le module de la force de frottement $\overrightarrow{F_{frott}}$ s'exerçant sur un objet d'un certain poids $\vec{P}$, soumis à une force qui le tracte $\vec{T}$, s'écrit :

$$F_{frott} = f.P$$



Avec le coefficient d'adhérence f. On a l'évolution de F_{frott} en fonction du module de la force tractrice $\vec{T}$:

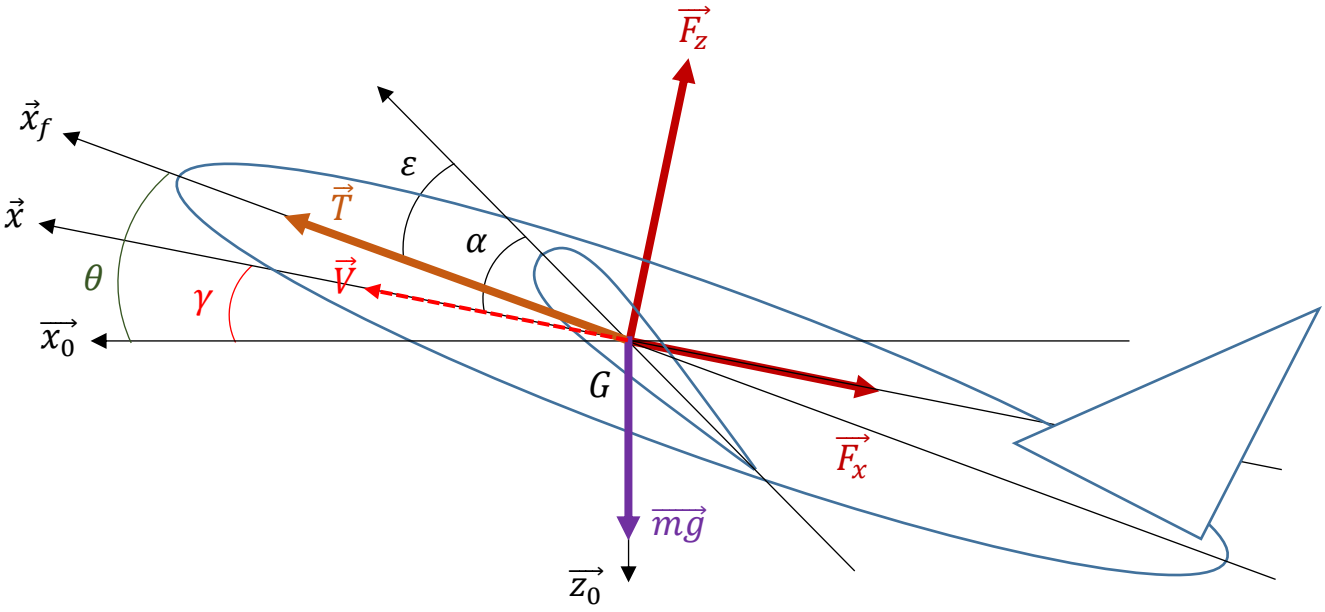


Tant que $T \leq F_{frott\ max} = f_s P$, l'objet ne glisse pas par rapport au sol.
Ensuite, $F_{frott} = F_{frott\ gliss} = f_c . P$
Pour la piste d'atterrissage dans notre exercice, on prendra $f_s = 0{,}9$ et $f_c = 0{,}8$.

On définit le bilan des forces, ainsi que les trois repères Terre, fuselage et air :

-Centre de gravité de l'avion : G
-Repère Terre R_0 : $(G, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$, l'axe $\overrightarrow{y_0}$ étant perpendiculaire à la feuille, et orienté vers la table
-Repère fuselage R_f : $(G, \overrightarrow{x_f}, \overrightarrow{y_f}, \overrightarrow{z_f})$, l'axe $\overrightarrow{y_f}$ étant confondu avec $\overrightarrow{y_0}$
-Repère air R : $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, l'axe $\vec{y}$ étant confondu avec $\overrightarrow{y_0}$

Les angles utilisés sont tous positifs sur le schéma ci-dessous, et sont appelés :
-Angle d'incidence de l'aile : α
-Angle de calage de l'aile : ε
-Assiette fuselage : θ
-Pente de la trajectoire : γ



On écrit les forces s'exerçant sur l'avion (que l'on suppose toutes s'appliquer en G) :
-La poussée des deux moteurs :

$$\vec{T} = T.\overrightarrow{x_f}$$

-Le poids de l'avion :

$$\overrightarrow{mg} = mg.\overrightarrow{z_0}$$

Avec $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

-La portance des ailes :

$$\overrightarrow{F_z} = -F_z.\vec{z} = -\frac{1}{2}\rho S V^2 C_z.\vec{z}$$

Avec :

$$C_z = A\alpha$$

Sachant que $A = 0{,}1\ deg^{-1}$.

-La trainée de l'avion trains sortis :

$$\overrightarrow{F_x} = -F_x.\vec{x} = -\left(F_{x\ aile} + F_{x\ fus} + F_{x\ trains}\right).\vec{x} = -\frac{1}{2}\rho V^2\left(SC_x + S_{fus}C_{x\ fus} + S_{trains}C_{x\ trains}\right).\vec{x}$$

Avec :

$$C_x = C_{x0} + kC_z^2$$

Sachant que $C_{x0} = 0{,}015$ et $k = 0{,}03$.

Conventions :

On écrira pour un vecteur $\vec{X}$ quelconque projeté dans le repère Terre :

$$\vec{X} = a_0\overrightarrow{x_0} + b_0\overrightarrow{y_0} + c_0\overrightarrow{z_0}$$

Soit sous forme matricielle :

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

Pour la vitesse on définit le nom des coordonnées :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \\ V_{z0} \end{pmatrix}_{R_0}$$

Et on a :

$$\|\vec{V}\| = V = \sqrt{V_{x0}^2 + V_{y0}^2 + V_{z0}^2}$$

On écrira la dérivée du vecteur vitesse par rapport au repère Terre, projetée dans le repère Terre :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R_0}$$

I- Etablissement des équations

Nous allons étudier le mouvement de l'avion par rapport au sol en écrivant le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) projeté dans le repère Terre :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R_0} = (\overrightarrow{mg})_{R_0} + (\overrightarrow{F_z})_{R_0} + (\overrightarrow{F_x})_{R_0} + (\vec{T})_{R_0}$$

Où par exemple $(\overrightarrow{mg})_{R_0}$ représente la projection du vecteur $\overrightarrow{mg}$ dans le repère Terre R_0.

a. Donnez l'expression de la projection de $\vec{V}$ dans le repère Terre sous forme matricielle $(\vec{V})_{R_0}$.

On décompose simplement le vecteur vitesse dans le repère terrestre (rotation d'un angle γ) :

$$\vec{V} = V_{x0}\overrightarrow{x_0} + V_{y0}\overrightarrow{y_0} + V_{z0}\overrightarrow{z_0} = Vcos\gamma.\overrightarrow{x_0} - Vsin\gamma.\overrightarrow{z_0}$$

Ou sous forme matricielle :

$$(\vec{V})_{R_0} = \begin{pmatrix} V_{x0} = Vcos\gamma \\ 0 \\ V_{z0} = -Vsin\gamma \end{pmatrix}_{R_0}$$

b. Ecrivez les équations données par le PFD.

On s'intéresse aux mouvements de l'avion dans le plan $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{z_0})$. On projette donc les équations du PFD suivant ces axes, ce qui nous donne deux équations :

$$m\frac{dV_{z0}}{dt} = mg - Tsin\theta - F_z cos\gamma + F_x sin\gamma \quad (1)$$

$$m\frac{dV_{x0}}{dt} = Tcos\theta - F_z sin\gamma - F_x cos\gamma \quad (2)$$

c. Donnez la relation qui lie les angles $\alpha, \varepsilon, \gamma$ et θ.

D'après le schéma donné en introduction, on a la relation qui lie les angles :

$$\theta + \varepsilon = \alpha + \gamma \quad (3)$$

Remarque :

On complète donc notre système d'équations avec :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 C_z \quad (4)$$

$$F_x = \frac{1}{2}\rho V^2 \left(SC_x + S_{fus}C_{x\,fus} + S_{trains}C_{x\,trains}\right) \quad (5)$$

$$V_{x0} = V cos\gamma \quad (6)$$

$$V_{z0} = -V sin\gamma \quad (7)$$

On a ainsi 7 équations pour 7 inconnues : $T, F_z, F_x, \theta, \alpha, V, \gamma$.

II- Descente trains rentrés

L'avion suit une trajectoire rectiligne et le pilote sait, d'après les indications à bord, que les composantes de vitesse par rapport au sol sont constantes et valent :

$$V_{x0} = 250\ km/h \text{ et } V_{z0} = 10\ km/h$$

a. Donnez la valeur de γ **en vous aidant du tableau du cosinus et sinus donné en annexe**.

On sait que :

$$V_{x0} = V cos\gamma \quad (6)$$

$$V_{z0} = -V sin\gamma \quad (7)$$

Donc :

$$\sqrt{V_{x0}^2 + V_{z0}^2} = V$$

Soit :

$$V = \sqrt{250^2 + 10^2} = 250{,}199\ km/h$$

Ensuite :

$$cos\gamma = \frac{V_{x0}}{V} = \frac{250}{250{,}199} = 0{,}999$$

$$sin\gamma = -\frac{V_{z0}}{V} = -\frac{10}{250{,}199} = -0{,}040$$

Ce qui correspond, grâce au tableau, à $\gamma = -0{,}04$.

Donc la pente vaut :

$$\gamma = -0{,}04\frac{360}{2\pi} = -2{,}29°$$

b. En reprenant les équations du PFD, et en supposant que les composantes projetées sur l'axe vertical terrestre de la trainée F_x et de la poussée des moteurs T sont négligeables, calculez l'incidence α des ailes.

L'équation du PFD selon l'axe $\overrightarrow{z_0}$ (à l'équilibre : $V_{z0} = cste$) s'écrit, avec ces simplifications :

$$0 = mg - Tsin\theta - F_z cos\gamma + F_x sin\gamma \approx mg - F_z cos\gamma \quad (1)$$

Donc :

$$F_z = \frac{mg}{cos\gamma} = \frac{10\,000.9{,}81}{0{,}999} = 98\,178\ N$$

Ensuite, pour déterminer l'incidence des ailes, on utilise la formule de portance :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 C_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 A\alpha \quad (4)$$

Avec :

$$A = 0{,}1\ deg^{-1}$$

Soit une incidence :

$$\alpha = \frac{2F_z}{\rho S V^2 A} = \frac{2.98\,178}{1{,}225.54{,}5\left(\frac{250}{3{,}6}\right)^2 0{,}1} = 6{,}09°$$

c. En déduire l'assiette θ de l'avion.

On utilise la formule reliant tous les angles :

$$\theta + \varepsilon = \alpha + \gamma \quad (3)$$

Pour trouver l'assiette de l'avion :

$$\theta = \alpha + \gamma - \varepsilon = 6{,}09 - 2{,}29 - 1{,}5 = 2{,}3°$$

d. Calculez la trainée de l'avion.

On utilise la formule de la trainée trains rentrés :

$$F_x = \frac{1}{2}\rho V^2 \left(SC_x + S_{fus} C_{x\,fus}\right) \quad (5)$$

Avec :

$$C_x = C_{x0} + kC_z^2$$

Sachant que $C_{x0} = 0{,}015$ et $k = 0{,}03$.

Ainsi :

$$C_x = 0{,}015 + 0{,}03.(0{,}1.6{,}09)^2 = 0{,}026$$

Et donc :

$$F_x = \frac{1}{2}1{,}225.\left(\frac{250}{3{,}6}\right)^2 (54{,}5.0{,}026 + 7.0{,}8) = 4\,212 + 16\,568 = 20\,780\ N$$

e. En déduire la poussée T des moteurs.

On utilise la dernière équation de notre système, qui est l'équation du PFD selon l'axe $\overrightarrow{x_0}$ (en sachant que l'avion est à l'équilibre : $V_{x0} = cste$) :

$$0 = T cos\theta - F_z sin\gamma - F_x cos\gamma \quad (2)$$

Soit une poussée :

$$T = \frac{F_z sin\gamma + F_x cos\gamma}{cos\theta} = \frac{98\,178.(-0{,}039) + 20\,780.0{,}999}{cos\left(2{,}3\frac{2\pi}{360}\right)} = 16\,853\ N$$

III- Descente trains sortis

Le pilote sort les trains, mais ne modifie pas la poussée des moteurs. Il laisse l'avion se stabiliser de nouveau à une nouvelle vitesse.

On a désormais :

$$V_{x0} = 220\ km/h \text{ et } V_{zf} = 30\ km/h$$

a. Calculez la nouvelle incidence des ailes.

Tout d'abord, on doit nécessairement calculer la pente de l'avion puisqu'elle intervient dans toutes les formules qui nous permettent de trouver l'incidence des ailes. Donc on utilise :

$$V_{x0} = V cos\gamma \quad (6)$$

$$V_{z0} = -V sin\gamma \quad (7)$$

Ainsi :

$$\sqrt{V_{x0}^2 + V_{z0}^2} = V$$

Soit :

$$V = \sqrt{220^2 + 30^2} = 222{,}036\ km/h$$

Ensuite :

$$cos\gamma = \frac{V_{x0}}{V} = \frac{220}{222{,}036} = 0{,}991$$

$$sin\gamma = -\frac{V_{z0}}{V} = -\frac{30}{222{,}036} = -0{,}135$$

Ce qui correspond, grâce au tableau, à $\gamma = -0{,}135$.

Donc la pente de l'avion est :

$$\gamma = -0{,}135\frac{360}{2\pi} = -7{,}77°$$

Ensuite, si l'on utilise la formule reliant les angles (3), on doit connaitre l'assiette pour trouver l'incidence, ce qui complexifie le calcul.

Mais si l'on utilise le PFD selon l'axe vertical (1), en supposant toujours que les projections de poussée et trainée sont faibles par rapport à celles du poids et de la portance, on a directement :

$$0 \approx mg - F_z cos\gamma \quad (1)$$

Soit :

$$F_z = \frac{mg}{cos\gamma} = \frac{10\,000.9{,}81}{0{,}991} = 99\,008\ N$$

Et ensuite on a :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 A\alpha \quad (4)$$

Soit une incidence :

$$\alpha = \frac{2F_z}{\rho S V^2 A} = \frac{2.99\,008}{1{,}225.54{,}5\left(\frac{222}{3{,}6}\right)^2 0{,}1} = 7{,}8°$$

b. Calculez la trainée de l'avion, ainsi que la poussée affichée par les moteurs.

On calcule la trainée en considérant cette fois la trainée additionnelle due aux trains sortis :

$$F_x = \frac{1}{2}\rho V^2\left(SC_x + S_{fus}C_{xfus} + S_{trains}C_{x\,trains}\right)$$

Avec :

$$C_x = 0{,}015 + 0{,}03.(0{,}1)^2.(7{,}8)^2 = 0{,}033$$

Soit :

$$F_x = \frac{1}{2}1{,}225.\left(\frac{168}{3{,}6}\right)^2(54{,}5.0{,}033 + 7.0{,}8 + 0{,}5.1) = 4\,221 + 13\,048 + 1\,165 = 18\,433\ N$$

Enfin on utilise l'équation du PFD suivant l'axe horizontal pour trouver la poussée :

$$0 = T cos\theta - F_z sin\gamma - F_x cos\gamma \quad (2)$$

Avec :

$$\theta + \varepsilon = \alpha + \gamma \quad (3)$$

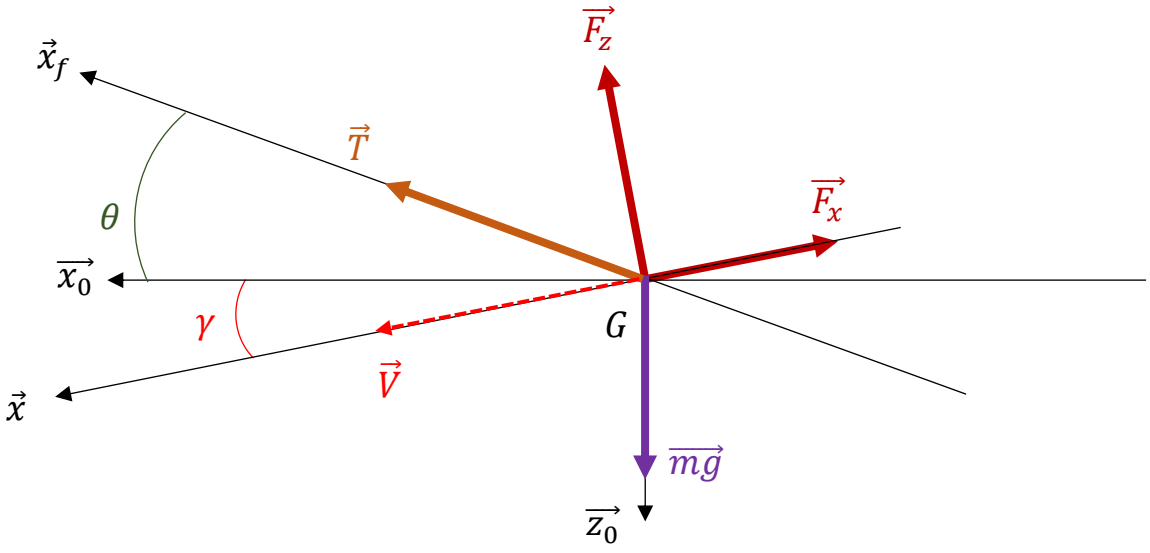
$$\theta = \alpha + \gamma - \varepsilon = 6{,}09 - 7{,}77 - 1{,}5 = -1{,}47°$$

Soit :

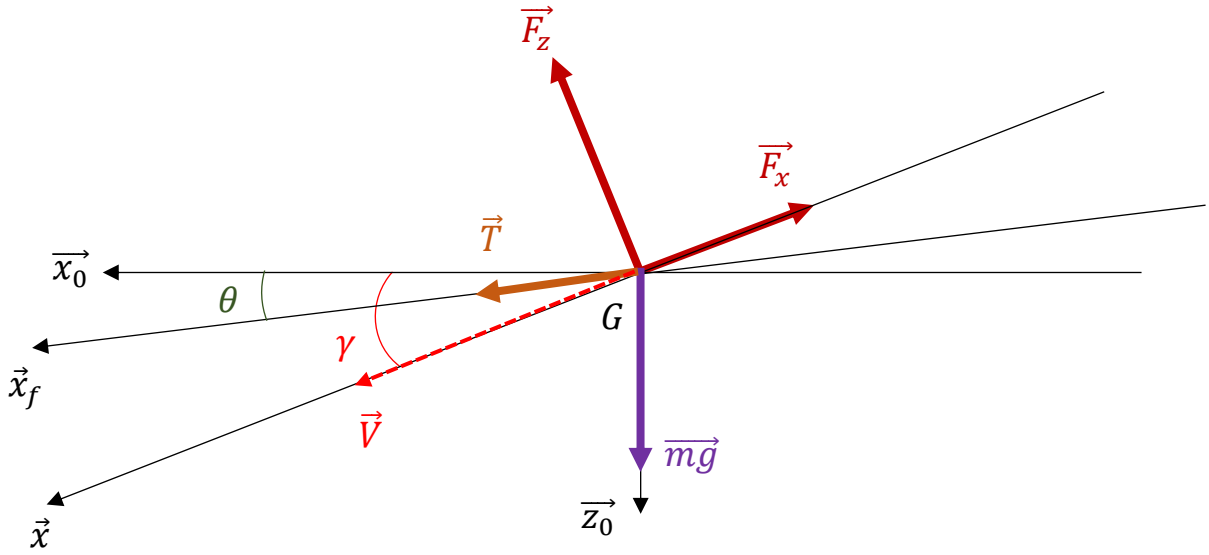
$$T = \frac{F_z sin\gamma + F_x cos\gamma}{cos\theta} = \frac{99\,008.(-0{,}135) + 18\,433.0{,}991}{cos\left(-1{,}47\frac{2\pi}{360}\right)} = 4\,889\ N$$

c. Faites un bilan rapide des résultats obtenus dans les cas sans et avec trains.
Expliquez brièvement comment les forces s'organisent pour assurer l'équilibre de l'avion dans chaque cas.

On peut faire les schémas des forces (pas à l'échelle) avec et sans trains :



Sans trains



Avec trains

Dans les deux cas nous avons :

V	γ	α	θ	T	F_z	F_x
$250\ km/h$	$-2{,}29°$	$6{,}09°$	$2{,}3°$	$16\,853\ N$	$98\,178\ N$	$20\,780\ N$
$222\ km/h$	$-7{,}77°$	$7{,}8°$	$-1{,}47°$	$4\,889\ N$	$99\,008\ N$	$18\,433\ N$

Les angles :

Puisque la vitesse verticale augmente et la vitesse horizontale diminue, la pente augmente (en descente), mais la différence de vitesse entre trains rentrés et sortis ne nécessite pas une variation importante d'incidence des ailes, d'où le fait que l'assiette soit devenue à piquer.

Suivant l'axe horizontal terrestre :

La vitesse de l'avion diminue à la sortie des trains, ce qui entraine une diminution de la trainée du fuselage ($F_{x\,fus}$: $16\,570 \rightarrow 13\,050\ N$), et ce qui oblige les ailes à voir leur incidence légèrement augmenter pour toujours contrer le poids. Globalement la trainée des ailes reste stable entre la perte de vitesse et la prise d'incidence ($F_{x\,ailes}$: $4\,210 \rightarrow 4\,220\ N$).

Les trains sortis ajoutent une trainée de $F_{x\,trains} = 1\,165\ N$.

Globalement la trainée de l'avion diminue à cause de la baisse de trainée fuselage entrainée par la réduction de vitesse.

De plus, l'assiette étant plus à piquer, la portance des ailes génèrent un effort plus vers l'avant, ainsi il apparait que l'équilibre des forces selon l'axe horizontal terrestre s'établit pour une poussée moteurs beaucoup plus faible qu'avant.

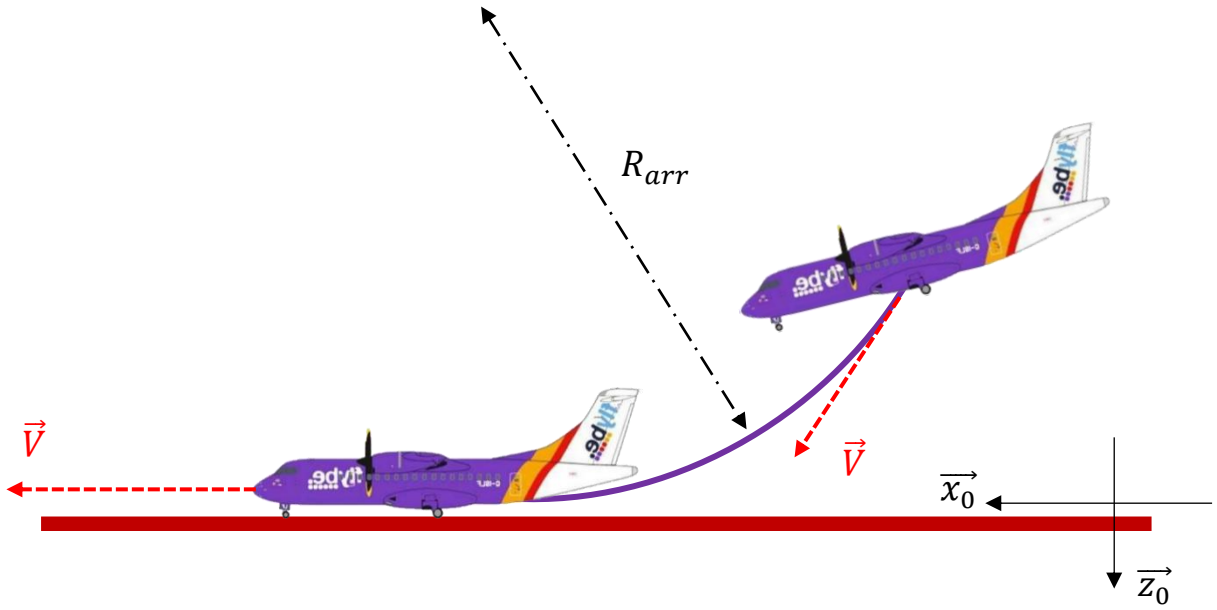
Suivant l'axe vertical terrestre :

La trainée diminue mais elle est plus orientée vers le haut, tandis que la poussée des moteurs diminue mais est plus orientée vers le bas. Finalement, l'équilibre des forces suivant l'axe vertical s'obtient pour une portance à peu près égale.

IV- Arrondi

On suppose que lors de l'arrondi (trajectoire circulaire de rayon $R_{arr} = 2\,000\ m$), la vitesse de l'avion est constante et vaut la vitesse totale précédemment calculée moins $50\ km/h$ (décélération due à la sortie d'aérofreins).

Le pilote débute son arrondi avec la pente précédemment calculée (trains sortis), et le termine lorsque l'avion est complètement posé au sol.



a. Calculez la durée de l'arrondi t_{arr}.

On a la formule qui relie vitesse linéaire et vitesse de rotation pour une trajectoire circulaire :

$$V = R_{arr}\frac{d\gamma}{dt} = R_{arr}\frac{\Delta\gamma}{t_{arr}} = R_{arr}\frac{-\gamma}{t_{arr}}$$

La pente au début de l'arrondi vaut $\gamma = -7{,}77°$ et à la fin $0°$. Le temps que met l'avion pour effectuer l'arrondi (parcourir la distance $-R_{arr}\gamma$) est t_{arr}.

Soit :

$$t_{arr} = R_{arr}\frac{-\gamma}{V} = 2\,000\,\frac{7{,}77\,\frac{2\pi}{360}}{\frac{222-50}{3{,}6}} = 5{,}67\ s$$

b. Déterminez l'incidence des ailes au cours de l'arrondi (on supposera la pente faible : $cos\gamma \approx 1$ et on néglige l'influence des moteurs).

On s'intéresse au mouvement de l'avion dans le repère air (R) cette fois. Il faut donc écrire le PFD comme suit :

$$m\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R} = (\overrightarrow{mg})_R + (\overrightarrow{F_z})_R + (\overrightarrow{F_x})_R + (\vec{T})_R$$

Avec la composition des accélérations :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R} = \left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R}^{R} + \overrightarrow{\Omega_{R/R_0}} \wedge \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_R = \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{d\gamma}{dt} \\ 0 \end{pmatrix}_R \wedge \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -V\frac{d\gamma}{dt} \end{pmatrix}_R$$

Ce terme correspond en fait à l'accélération d'inertie d'entrainement représentant la force centrifuge.

Donc, suivant l'axe verticale $\vec{z}$ on a :

$$-mV\frac{d\gamma}{dt} = mg.cos\gamma - F_z - Tsin(\gamma - \theta) \approx mg - F_z$$

$$F_z = mg + mV\frac{d\gamma}{dt}$$

$$\frac{1}{2}\rho SV^2 C_z = mg + mV\left(\frac{-\gamma}{t_{arr}}\right)$$

$$\alpha = \frac{2}{\rho SV^2 A}\left[mg + mV\left(\frac{-\gamma}{t_{arr}}\right)\right]$$

Soit finalement :

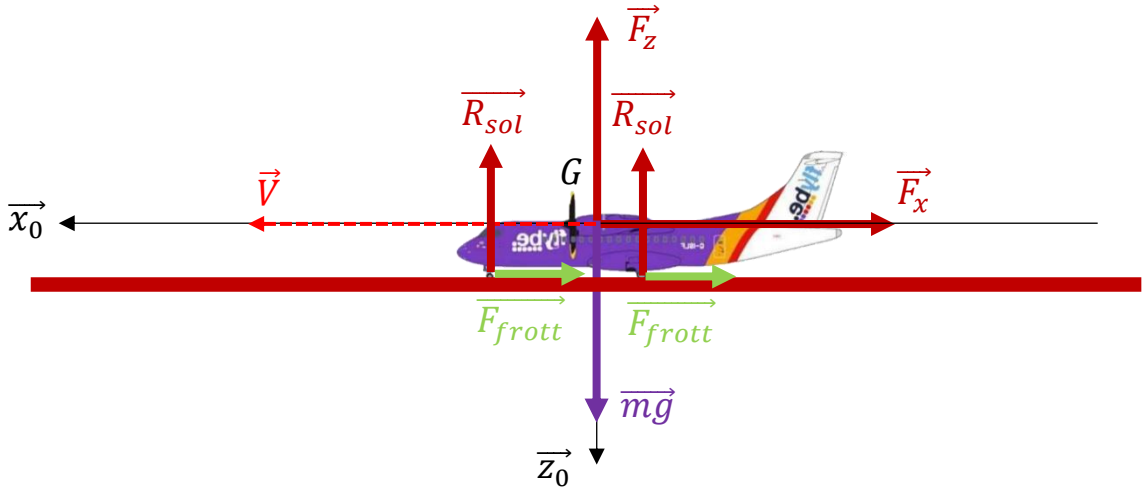
$$\alpha = \frac{2}{1{,}225.54{,}5.\left(\frac{222-50}{3{,}6}\right)^2 0{,}1}\left[10\,000.9{,}81 + 10\,000.\left(\frac{222-50}{3{,}6}\right)\left(\frac{-7{,}77\frac{2\pi}{360}}{5{,}67}\right)\right] = 14{,}37°$$

V- Freinage sur piste

Une fois sur la piste, le pilote coupe la poussée des moteurs et rentre les aérofreins.

a. Faites un schéma avec le bilan des forces, une fois que l'avion est en train de freiner sur la piste (le pilote actionne les freins). On considérera que le train d'atterrissage de l'avion est constitué de trois roues (une à l'avant, deux à l'arrière : on supposera une répartition du poids égale entre chaque roue).

On a le schéma suivant :



La portance est remplacée petit à petit par la réaction du sol. L'incidence des ailes est égale au calage ε.

b. Calculez la portance des ailes au début de la décélération et justifiez que l'on puisse la négliger dans notre étude.

On a la portance au début de la décélération qui vaut :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 A\alpha$$

En sachant que :

$$\alpha = \varepsilon = 1{,}5°$$

$$V = 222 - 50 = 172\ km/h$$

Donc :

$$F_z = \frac{1}{2}1{,}225.54{,}5.\left(\frac{172}{3{,}6}\right)^2.0{,}1.1{,}5 = 11\,435\ N$$

Comparée au poids :

$$mg = 10\,000.9{,}81 = 98\,100\ N$$

On pourra simplifier notre étude en considérant qu'elle est négligeable, d'autant plus que la vitesse va diminuer au cours de la décélération, donc la portance aussi…

c. Donnez l'expression de la force de frottement $\overrightarrow{F_{frott}}$ s'exerçant sur chaque roue en fonction du poids de l'avion et du coefficient d'adhérence des roues au sol.

Chaque roue supporte le tiers du poids de l'appareil, et est donc soumise à une force de frottement orientée vers l'arrière, et de norme :

$$F_{frott} = f.R_{sol} = f.\frac{mg}{3}$$

Soit :

$$\overrightarrow{F_{frott}} = -f.\frac{mg}{3}\overrightarrow{x_0}$$

d. Donnez l'équation différentielle régissant l'évolution de la vitesse V. Est-il possible de la résoudre simplement ? Pourquoi ?

On écrit le PFD suivant l'axe horizontal terrestre :

$$m\frac{dV}{dt} = -F_x + 3F_{frott} = -\left(F_{x\,aile} + F_{x\,fus} + F_{x\,trains}\right) - f.mg$$

Soit :

$$m\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2}\rho V^2\left(SC_x + S_{fus}C_{xfus} + S_{trains}C_{x\,trains}\right) - f.mg$$

Qui est donc une équation différentielle de la forme :

$$m\frac{dV}{dt} = -k_2V^2 + k_1$$

Avec k_2 et k_1 des constantes.

On a un terme en V^2, ce qui signifie que l'équation n'est pas linéaire et donc simple à résoudre.

e. On se propose de simplifier le terme de trainée. On va faire l'approximation que la dépendance en V est linéaire : $F_x = KV$ avec K une constante.
Calculez la trainée de l'avion au tout début de la décélération. En déduire la valeur de K (et son unité) la plus cohérente pour notre étude.

On a la trainée de l'avion au début de la décélération qui vaut :

$$F_x = \frac{1}{2}\rho V^2 \left(SC_x + S_{fus}C_{xfus} + S_{trains}C_{x\,trains}\right)$$

Avec :

$$C_x = 0{,}015 + 0{,}03.(0{,}1)^2.(1{,}5)^2 = 0{,}016$$

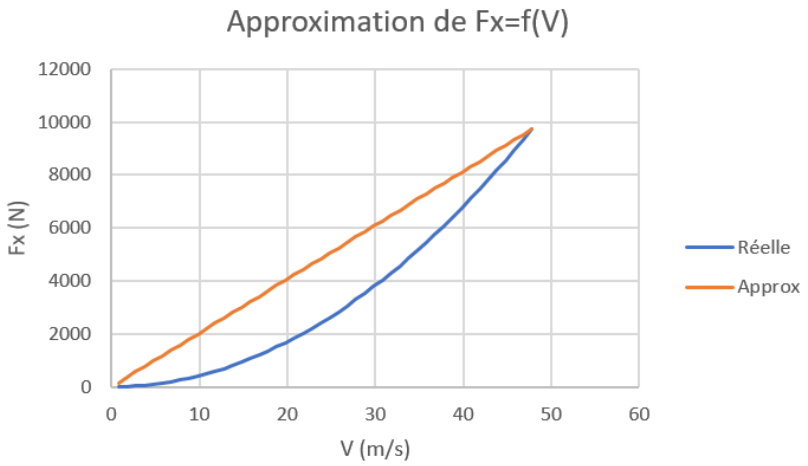
Donc :

$$F_x = \frac{1}{2}1{,}225.\left(\frac{172}{3{,}6}\right)^2 (54{,}5.0{,}016 + 7.0{,}8 + 0{,}5.1) = 9\,727\ N$$

Donc on calcule la constante K :

$$K = \frac{F_x}{V} = \frac{9\,727}{\frac{172}{3{,}6}} = 203{,}55\ kg.s^{-1}$$

Graphiquement cela donne :



f. On considère que le pilote freine de telle sorte que les roues soient bloquées tout le temps de la décélération.
Calculez le temps de freinage.

Tant que l'avion n'est pas complètement arrêté (vitesse nulle), les roues (bloquées) glissent par rapport au sol ($f = f_c$) et on a le PFD suivant l'horizon :

$$m\frac{dV}{dt} = -KV - f_c.mg$$

$$\frac{dV}{dt} + \frac{K}{m}V = -f_c g$$

Soit :

$$V(t) = k_1 e^{-\frac{K}{m}t} + k_2$$

En sachant que :

$$V(t=0) = V \rightarrow k_1 + k_2 = V$$

Et :

$$\lim_{t\to+\infty} V(t) = k_2 = -\frac{f_c.mg}{K}$$

Donc :

$$k_1 = V + \frac{f_c.mg}{K}$$

Et finalement :

$$V(t) = \left(V + \frac{f_c.mg}{K}\right) e^{-\frac{K}{m}t} - \frac{f_c.mg}{K}$$

Remarque :

La vitesse tend vers une valeur négative $\left(-\frac{f_c.mg}{K}\right)$. Cela vient du fait que l'écriture de notre équation n'est plus bonne dès lors que l'avion est arrêté, puisque la force de frottement s'annule à ce moment.

D'après notre équation, la force de frottement $-f_c.mg$ (qui ne dépend pas de la vitesse) fait reculer l'avion après que ce dernier s'est arrêté.

La trainée augmente alors en sens opposé (dirigée selon $\vec{x}$), jusqu'à une valeur telle qu'elle compense la force de frottement (toujours dirigée selon $-\vec{x}$). Cette valeur est atteinte pour une vitesse de $-\frac{f_c.mg}{K}$.

D'après notre équation, la vitesse passe par 0 pour le temps t tel que :

$$V(t) = 0 = \left(V + \frac{f_c.mg}{K}\right) e^{-\frac{K}{m}t} - \frac{f_c.mg}{K}$$

Soit :

$$e^{-\frac{K}{m}t} = \frac{\frac{f_c.mg}{K}}{V + \frac{f_c.mg}{K}}$$

$$e^{\frac{K}{m}t} = \frac{V + \frac{f_c.mg}{K}}{\frac{f_c.mg}{K}}$$

$$\frac{K}{m}t = ln\left(\frac{V + \frac{f_c.mg}{K}}{\frac{f_c.mg}{K}}\right) = ln\left(\frac{KV}{f_c.mg} + 1\right)$$

Soit :

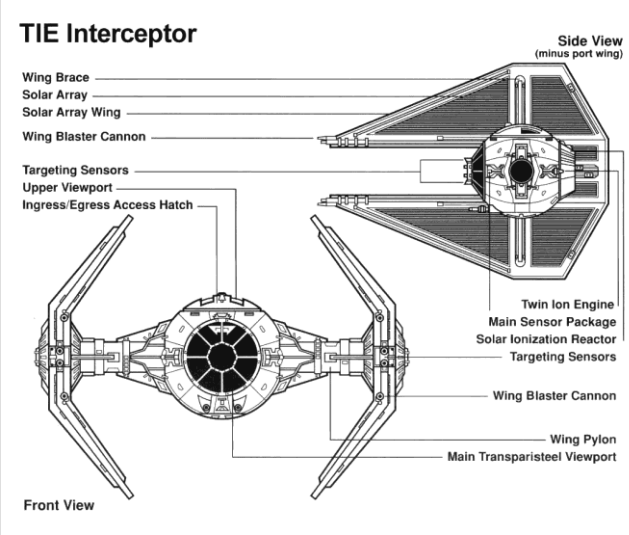
$$t = \frac{m}{K} ln\left(\frac{KV}{f_c.mg} + 1\right) = \frac{10\,000}{203{,}55} ln\left(\frac{203{,}55.\left(\frac{172}{3{,}6}\right)}{0{,}8.10\,000.9{,}81} + 1\right) = 5{,}7\ s$$

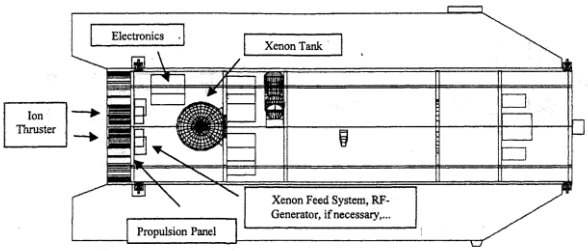
Plus la vitesse de l'avion est importante, plus le temps de freinage est grand. Conclusion inverse si c'est le coefficient d'adhérence qui est important.
S'il est en revanche plus difficile de conclure simplement avec la masse ou la trainée de l'avion d'après notre formule, le bon sens nous indique qu'une augmentation de masse va augmenter le temps de freinage (inertie plus importante), à l'inverse d'une augmentation de trainée.
Il est à noter que si le pilote freine de telle manière qu'il est en limite de blocage des roues, le coefficient d'adhérence au sol est plus important, donc il est possible d'augmenter encore l'efficacité du freinage et donc diminuer le temps d'arrêt de l'avion.

Annexe :

x	cos(x)	sin(x)		x	cos(x)	sin(x)
-0,05	0,999	-0,050		-0,146	0,989	-0,145
-0,049	0,999	-0,049		-0,145	0,990	-0,144
-0,048	0,999	-0,048		-0,144	0,990	-0,144
-0,047	0,999	-0,047		-0,143	0,990	-0,143
-0,046	0,999	-0,046		-0,142	0,990	-0,142
-0,045	0,999	-0,045		-0,141	0,990	-0,141
-0,044	0,999	-0,044		-0,14	0,990	-0,140
-0,043	0,999	-0,043		-0,139	0,990	-0,139
-0,042	0,999	-0,042		-0,138	0,990	-0,138
-0,041	0,999	-0,041		-0,137	0,991	-0,137
-0,04	0,999	-0,040		-0,136	0,991	-0,136
-0,039	0,999	-0,039		-0,135	0,991	-0,135
-0,038	0,999	-0,038		-0,134	0,991	-0,134
-0,037	0,999	-0,037		-0,133	0,991	-0,133
-0,036	0,999	-0,036		-0,132	0,991	-0,132
-0,035	0,999	-0,035		-0,131	0,991	-0,131
-0,034	0,999	-0,034		-0,13	0,992	-0,130
-0,033	0,999	-0,033		-0,129	0,992	-0,129
-0,032	0,999	-0,032		-0,128	0,992	-0,128
-0,031	1,000	-0,031		-0,127	0,992	-0,127
-0,03	1,000	-0,030		-0,126	0,992	-0,126
				-0,125	0,992	-0,125

EXERCICE 3 : TIE (non) Fighter





Le satellite GOCE de l'agence spatiale européenne, propulsé par deux propulseurs ioniques (***T**win **I**on **T**hrusters*), était l'engin orbital le plus stylé et le plus ressemblant au célèbre chasseur (***T**win **I**on **E**ngines*) de l'Empire dans la non-moins célèbre fiction de George Lucas.

Le « ***G**ravity field and steady-state **O**cean **C**irculation **E**xplorer* » (prononcer [Go-ché], à l'italienne), était prévu pour effectuer un vol propulsé pendant 15000 heures (environ 20 mois) à 260 km d'altitude en moyenne en orbite ~polaire, dans la *thermosphère*. La traînée de ce satellite profilé est par construction minimisée, mais pas nulle. Une fois son Xénon épuisé en 2013, sa chute a pris un mois seulement pour finir par se désintégrer comme une étoile filante en quelques minutes.

Données :

Masse totale en début de mission : 1100 kg
Masse de fluide propulsif (Xe) : 40 kg
Poussée maximale du propulseur ionique : 35 mN

1) Sachant que la traînée aérodynamique de GOCE varie entre 4 et 12 mN, calculez pour la poussée maximale les accélérations maximale/minimale/moyenne et justifiez l'approximation qui consiste à considérer la masse comme constante en moyenne à 1080 kg.

On fait un calcul d'*extrema* en faisant le bilan des forces et l'accélération qui en résulte :

$$\sum F = T_{max} - D = ma \leftrightarrow a = \frac{T_{max} - D}{m}$$

Où T représente la poussée maximale et D la trainée de GOCE.

Il en ressort que :

$$a_{max} = \frac{T_{max} - D_{min}}{m_{min}} = \frac{2.35.10^{-3} - 4.10^{-3}}{1060} = 6{,}226.10^{-5}\ m.s^{-2}$$

$$a_{min} = \frac{T_{max} - D_{max}}{m_{max}} = \frac{2.35.10^{-3} - 12.10^{-3}}{1100} = 5{,}273.10^{-5}\ m.s^{-2}$$

$$a_{moy} = \frac{T_{max} - D_{moy}}{m_{moy}} = \frac{2.35.10^{-3} - 8.10^{-3}}{1080} = 5{,}741.10^{-5}\ m.s^{-2}$$

Ainsi on peut calculer l'écart relatif entre valeurs maximale/moyenne et valeurs minimale/moyenne :

$$\epsilon_{max-moy} = \frac{6{,}226 - 5{,}741}{5{,}741} 100 = 8{,}45\ \%$$

$$\epsilon_{min-moy} = \frac{5{,}273 - 5{,}741}{5{,}741} 100 = -8{,}15\ \%$$

On est ainsi capables de prévoir les accélérations instantanées à moins de 10% près, ce qui semble tout à fait acceptable pour une phase d'avant-projet (jugement d'ingénieur, la réponse est dans la question en fait...).

2) Ce propulseur utilise de l'énergie électrique pour ioniser et accélérer une masse de gaz propulsif (Xénon ici) et provoquer une réaction en retour (le gaz n'est donc pas le « carburant » au sens courant du terme). Au banc d'essais on a mesuré la poussée dans le quasi-vide, la consommation de Xénon, la consommation électrique et la vitesse d'éjection du Xénon ionisé (pour 1 propulseur) :

Poussée (N)	Débit massique (kg/s)	Puissance électrique fournie (W)	Vitesse d'éjection (m/s)
2,50E-003	3,50E-007	100	7142
5,00E-003	5,00E-007	170	10000
6,00E-003	5,25E-007	200	11428
1,20E-002	5,50E-007	380	21818

En calculant la puissance du jet de gaz ionisé, calculez l'évolution du rendement énergétique η (ou efficience) en fonction du niveau de poussée.

En déduire la tendance et le point de fonctionnement préférentiel (toute considération opérationnelle mise de côté).

La puissance du jet est :

$$P_{jet} = Poussee.V_{ejection}$$

Et le rendement énergétique (par rapport à l'énergie électrique dépensée), on a :

$$\eta = \frac{P_{jet}}{P_{elec}}$$

On trouve dans l'ordre pour chaque poussée : $18\ \%, 29\ \%, 34\ \%$ et $69\ \%$.

Il vaut mieux être à des consignes de poussée élevées. **On préfèrera donc rester à $12\ mN$ de poussée pour les opérations**.

Remarque :

Le débit massique est surnuméraire comme information, mais on peut vérifier que la poussée est égale au débit multiplié par la vitesse d'éjection.

3) Bilan énergétique sur la mission.

1. Sachant que la vitesse du satellite par rapport au repère géocentrique (sans tenir compte de la rotation de la terre donc) sur son orbite circulaire peut s'écrire $V_{ORB} = R_0\sqrt{\frac{g_0}{R_0+h}}$ où R_0 est le rayon de la terre (6378 km), h l'altitude du satellite (260 km) et g_0 l'accélération de la pesanteur au niveau du sol ($g_0 = 9{,}81\ m.s^{-2}$), calculez l'énergie dépensée pour contrer la traînée de GOCE sur la durée de la mission en considérant l'hypothèse la plus pessimiste.

On peut déjà calculer la valeur de la vitesse avec la formule :

$$V_{ORB} = 6378.10^3\sqrt{\frac{9{,}81}{6378.10^3 + 260.10^3}} = 7753\ m.s^{-1} (= 7{,}75\ km.s^{-1})$$

Donc pour une traînée de $12\ mN$, on a :

$$P_{utile} = 7753.12.10^{-3} = 93\ W$$

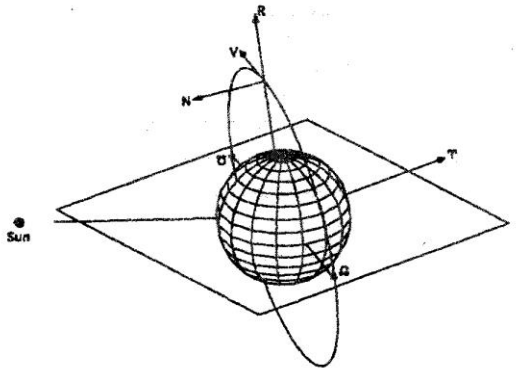
Ce qui, sur une mission de $15000\ h$ donne une dépense énergétique en Joules ($W.s$) de :

$$E_{trainee} = 93.15000.3600 = 5\ 022\ 000\ 000\ J = 5.10^9\ J$$

Soit l'équivalent du pouvoir calorifique de $120\ kg$ de pétrole brûlé avec son comburant.

Remarque :

S'il on compare avec la puissance de jet à $12\ mN$, on trouve $P_{jet} = 262\ W$ pour une puissance électrique consommée $P_{elec} = 380\ W$ et non $93\ W$ comme calculé d'après l'énergie mécanique du véhicule. Dans ces conditions, le rendement global du propulseur n'est pas de 69 %, mais de $\frac{93}{380}100 =$ 24,5 % seulement, c'est à dire que près de trois quarts de la consommation électrique concernerait l'alimentation des servitudes, vannes, régulateurs, conditionnement divers.



2. Calculer l'énergie totale de GOCE sur son orbite polaire par rapport au repère géocentrique ci-dessus (on supposera que l'on a toujours $g = g_0 = 9{,}81\ m.s^{-2}$ pour le calcul de l'énergie potentielle).

Dans le repère géocentrique, on a l'énergie totale :

$$E_t = E_c + E_p = \frac{1}{2}mV_{ORB}^2 + mg(R_0 + h) = \frac{1}{2}1080.7753^2 + 1080.9{,}81.(6378 + 260).10^3$$

$$= 32.10^9 + 70.10^9 = 102.10^9\ J$$

Un tiers de l'énergie concerne l'énergie cinétique et les deux tiers restants concerne l'énergie potentielle de pesanteur.

3. Dans le bilan énergétique de la **mission**, calculez la part apportée par le lanceur pour placer l'engin sur son orbite.
   Puis, estimez sur la durée prévue de la mission la part relative apportée par le satellite pour vaincre la traînée résiduelle (considérez cette énergie comme 100% embarquée sous une forme ou une autre).
   Commentez par rapport au couple altitude moyenne/vitesse choisie.

Si le lanceur fournie l'énergie $\frac{1}{2}mV_{ORB}^2 + mgh$, il « resterait » donc $\Delta E_t = mgR_0$ à la charge de Goce ?

Non puisque le site de lancement ne se situe pas au centre de la terre…

L'énergie communiquée par le lanceur est bien :

$$E_{lanceur} = \frac{1}{2}mV_{ORB}^2 + mgh = \frac{1}{2}1080.7753^2 + 1080.9{,}81.260.10^3 = 35.10^9\ J$$

Soit le tiers de ce que l'on avait avant par ce simple changement de repère, avec une énergie cinétique prépondérante cette fois (l'atmosphère n'est pas bien épaisse…).

Cette valeur est à mettre en regard des $5.10^9\ J$ consommés en traînée aérodynamique trouvés à la question 3.1).

Au global, l'énergie totale de GOCE dans le repère géocentrique n'est pas le bilan énergétique de la mission, qui est la somme de l'énergie apportée par le lanceur et de

celle apportée par le satellite (en fait par le soleil pour l'énergie et le satellite pour la matière à éjecter grâce à cette énergie et provoquer une réaction).

Le bilan énergétique de la mission s'élève donc à :

$$E_{lanceur} + E_{trainee} = (35 + 5).10^9 = 40.10^9\, J$$

La part nécessaire pour vaincre la traînée orbitale s'élève donc à $\frac{5}{40}100 = 12{,}5\%$.

Ce n'est pas négligeable au sens mathématique, mais ça reste raisonnable pour l'altitude/traînée moyenne choisie. Même si l'énergie provient du soleil, le fluide propulsif (Xenon) doit quand même être apporté. Au moins à cette [altitude ; vitesse orbitale] = [$260\ km$; $7{,}75\ km/s$] on ne doit pas à fournir à nouveau un effort énergétique comparable à l'investissement initial une fois en orbite, pas même une fraction significative de cet effort. On ne peut pas préjuger du bilan énergétique de la traînée si l'on volait plus bas avec les données du problème, mais déjà à $12{,}5\ \%$ on n'a pas nécessairement envie d'atteindre $15, 20$ ou $25\ \%$...

Remarque :

Le vol sur une orbite elliptique de Gagarine passait de $327\ km$ à l'apogée à $181\ km$ seulement au périgée. C'était précisément fait pour traîner assez afin qu'en cas de panne du système de rétrofusée, le Vostok rentre de lui-même avant que les réserves d'oxygène du vaisseau soient épuisées (à peine quelques orbites de 90 minutes environ). $80\ km$ plus bas que GOCE, ça freine énormément donc...

L'ISS descend jusqu'à $330\ km$ avant d'être régulièrement reboostée à $420\ km$.

La fin de GOCE, quelque part au-dessus de l'amérique du Sud

(https://www.youtube.com/watch?v=sMktaiW9_1M)

EXERCICE 4 : « First Man »

NASA Dryden Flight Research Center Photo Collection
http://www.dfrc.nasa.gov/gallery/photo/index.html
NASA Photo: E-4942 Date: 1959 Photo by: NASA photo

X-15 launch from B-52 mothership

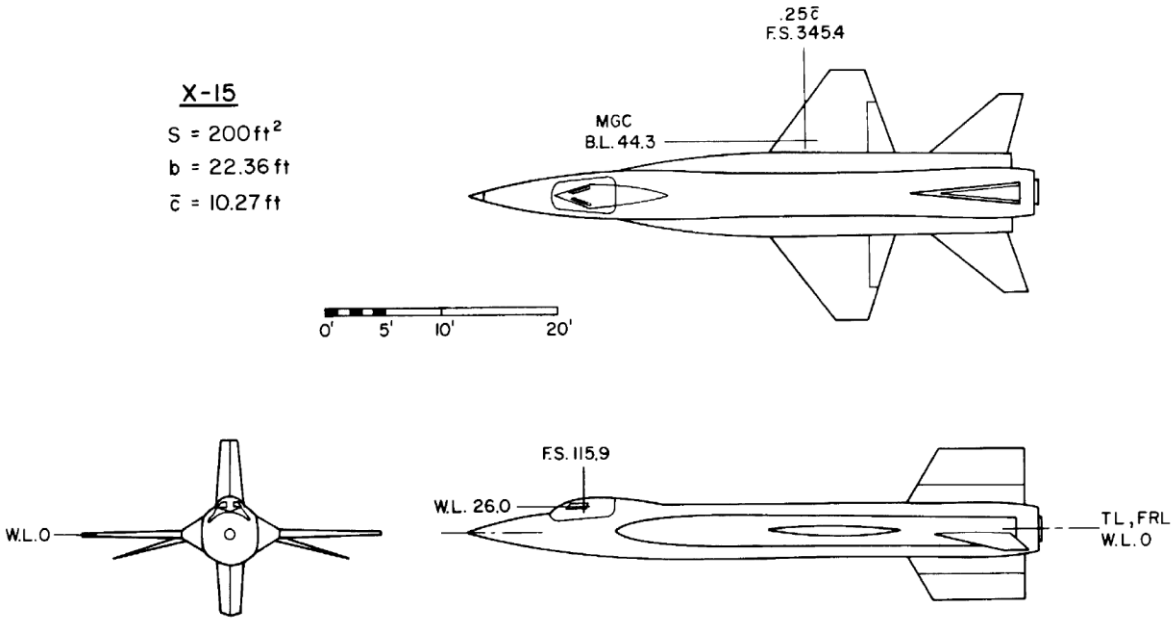


Figure V-2. X-15 General Arrangement

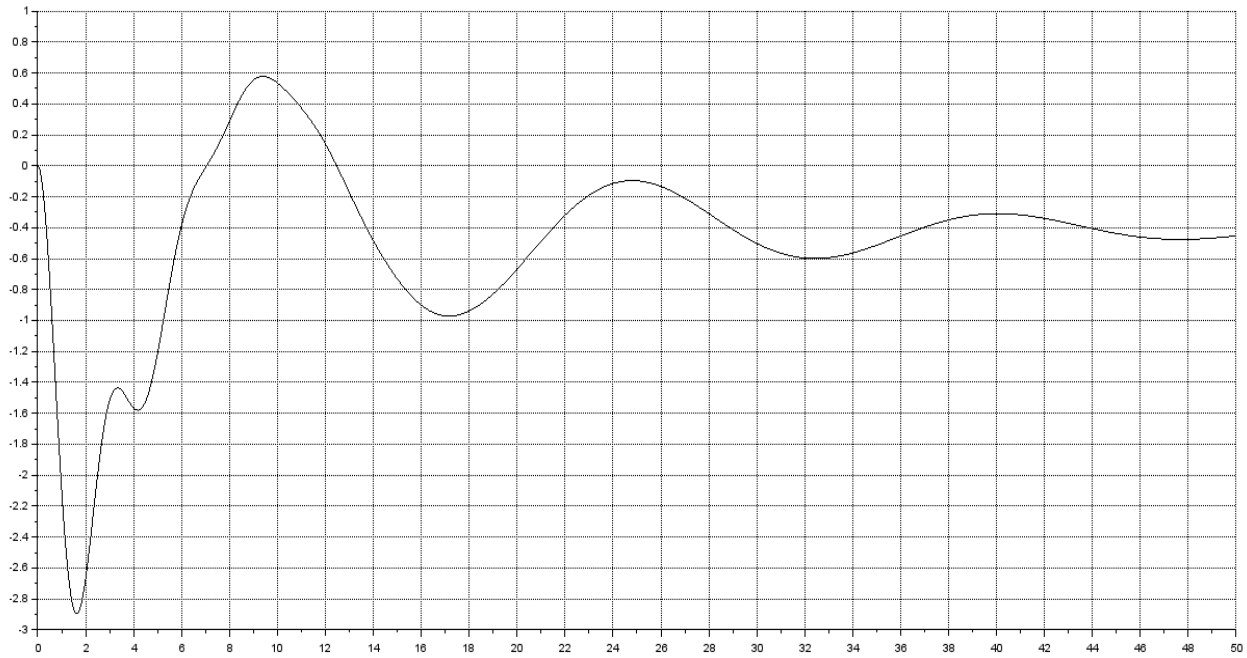
I- Avion naturel en conditions de largage (Cas de vol 4, $M = 0{,}8$, $H = 40\,000\ ft$)

La Fonction de transfert reliant la profondeur δ_S (*stabilizer*) à l'assiette (θ) du X-15 à sa masse au largage est :

$$\frac{\theta(s)}{\delta_S(s)} = \frac{-7{,}02(s + 0{,}138)(s + 0{,}334)}{(s^2 + 0{,}145s + 0{,}175)(s^2 + 0{,}844s + 4{,}452)}$$

Une fois largué, le X-15 répond ainsi à un simple échelon unitaire en profondeur (1 degré) :

$\theta\ (deg)$



t (secondes)

1) Déterminez la période, la fréquence et la pulsation d'oscillation la plus lente (dite « phugoïde » ou « phygoïde »).

On lit sur le graphe une période $T_p = 32 - 17 = 15\,s$, donc $f_p = \frac{1}{15}\,Hz$ et $\omega_p = \frac{2\pi}{15} = 0{,}419\,rad.s^{-1}$.

Il s'agit de la pulsation la plus faible des deux parenthèses au dénominateur de la fonction de transfert, donc le mouvement/mode le plus lent (l'autre étant l'oscillation en incidence).

2) Peut-on justifier l'approximation $\omega_{amorti} \approx \omega_{naturel}$ pour cet aéronef, sur la base de son amortissement réduit ?

Les deux parenthèses au dénominateur de la fonction de transfert peuvent chacune se mettre sous la forme :

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$$

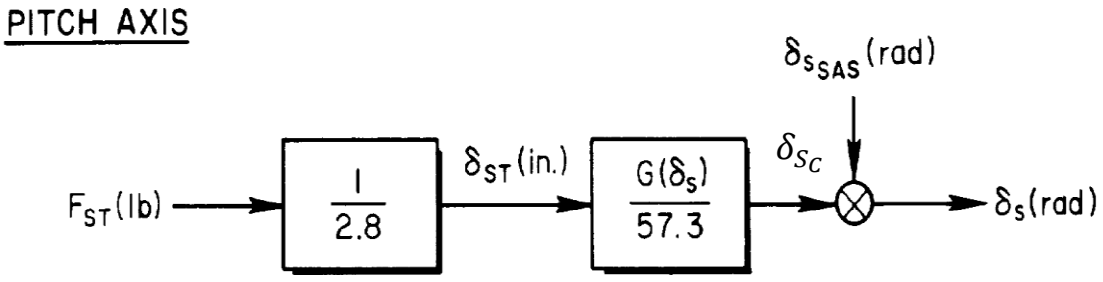
La première parenthèse fait apparaitre une pulsation naturelle plus faible que la seconde, elle correspond donc au mode lent phugoïde, dont on a déterminé à la question précédente la valeur de la pulsation amortie $\omega_p = 0{,}419\,rad.s^{-1}$. Or on remarque que $\omega_p^2 = 0{,}419^2 = \omega_n^2$.

Sachant que $\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$, on voit bien que l'on peut considérer que la valeur de l'amortissement réduit ξ est faible $(\omega_p \approx \omega_n)$.

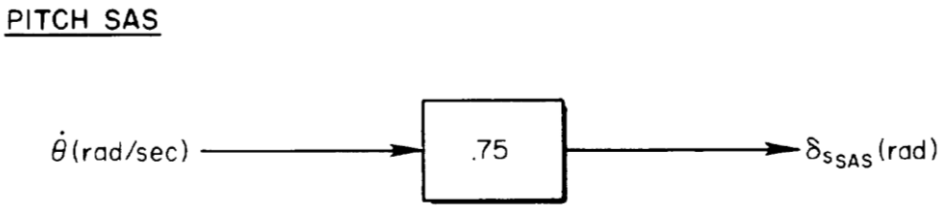
Pour s'en convaincre par le calcul, on a : $\frac{2\xi\omega_n}{2\omega_n} = \frac{0{,}145}{2.0{,}419} = 0{,}173$.

II- *Stability Augmentation System* ON

Le schéma général des commandes de vol du X-15 est constitué d'une chaîne transformant des efforts aux manches (F_{ST}) en ordres de gouvernes commandées δ_{S_c}, qui peuvent être « augmentées » ($\delta_{S_{SAS}}$) par une boucle de rétroaction (« *feedback* ») améliorant la stabilité et construite à partir de la mesure de la vitesse de tangage $q = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ par un gyromètre solidaire de la structure du véhicule aérospatial.



(in : mesure en pouces, lb : mesure en livres-forces)



On définit la déflection « commandée » δ_{S_C} telle que $\delta_S = \delta_{S_C} + \delta_{S_{SAS}}$.

1) Quelle fonction de transfert relie plus particulièrement l'entrée $\delta_S(s)$ à la sortie $q(s)$?

En fait on intègre la vitesse de tangage pour trouver l'assiette ; on n'a pas de mesure « absolue » de l'assiette que l'on dériverait pour trouver la vitesse de tangage (d'où la mention d'un gyromètre dans l'énoncé).

L'important est donc d'ajouter le s au numérateur de la fonction de transfert $\frac{\theta(s)}{\delta_S(s)}$. On a alors :

$$\frac{q(s)}{\delta_S(s)} = \frac{s\theta(s)}{\delta_S(s)} = \frac{-7{,}02 * s * (s + 0{,}138)(s + 0{,}334)}{(s^2 + 0{,}145s + 0{,}175)(s^2 + 0{,}844s + 4{,}452)}$$

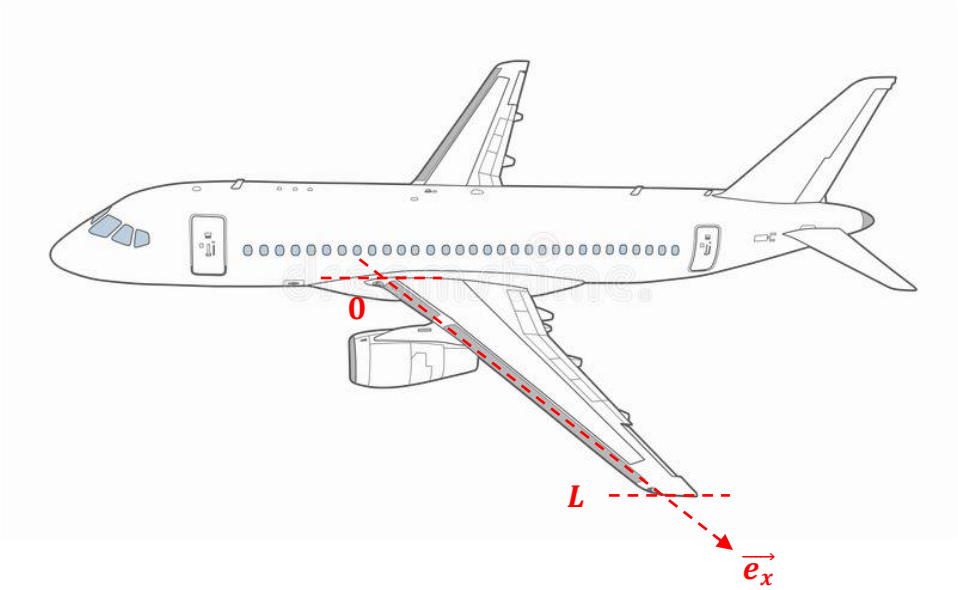
2) Quel élément mécanique peut jouer la fonction du gain $\frac{1}{2{,}8}$ dans le schéma-bloc des commandes ?

On a la relation $F_{ST} = \frac{1}{2{,}8}\delta_{ST} = k\delta_{ST}$, soit de la même forme que pour un ressort.

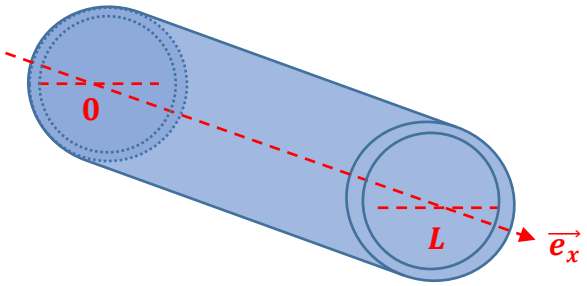
EXERCICE 5 : Système d'antigivrage des ailes d'un avion

De l'air chaud ($80°C$) est prélevé au niveau des moteurs et circule dans une conduite le long du bord d'attaque des ailes, dans le but d'éviter que du givre ne se forme et ne dégrade sérieusement les performances de l'appareil.

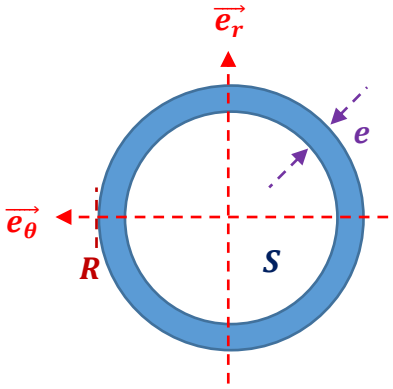
On considère que la température de l'air est constante dans la conduite située dans le bord d'attaque.
Cette conduite est assimilée à un cylindre de rayon $R = 3\ cm$ et de longueur L.



Dispositif d'antigivrage sur aile d'avion.

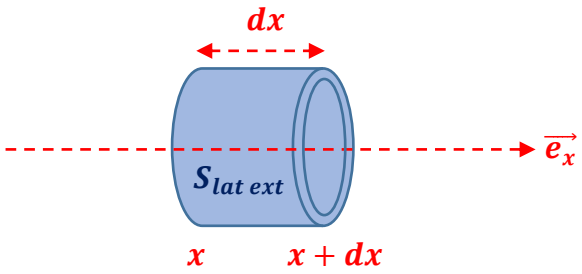


Conduite dans laquelle s'écoule l'air chaud.



Tuyau de la conduite vu de face.
La surface S est la section de la conduite laissée à l'air pour circuler.
L'épaisseur du tuyau est $e = 2\ mm$.

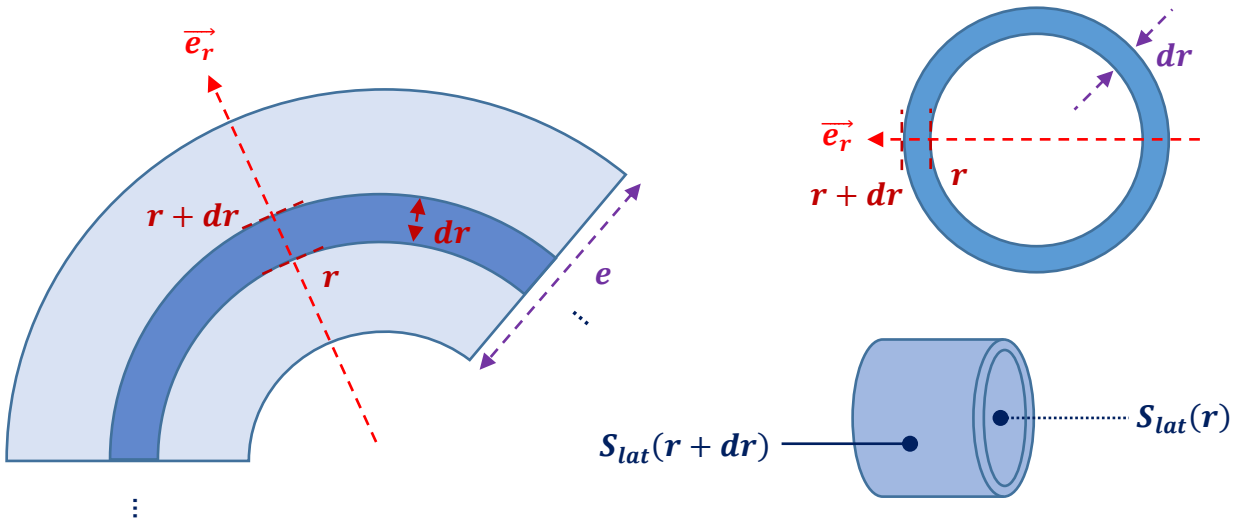
Nous allons concentrer notre étude sur une portion de la conduite, définie par sa longueur dx :



Portion de conduite, située à une distance x de l'emplanture de l'aile.

La surface latérale extérieure de cette portion de conduite (par laquelle la chaleur transite) est appelée $S_{lat\ ext}$.

Et nous allons encore diviser cette portion en plusieurs cylindres d'épaisseur dr, pour r tel que $R > r > R - e$:



On va supposer que l'échange de chaleur s'effectue au travers de la moitié avant de la conduite du bord d'attaque :

Profil de l'aile, avec la conduite au niveau du bord d'attaque.
Le demi-cylindre avant permet l'échange de chaleur entre l'air circulant dans la conduite et l'air extérieur.
On suppose en revanche qu'aucun échange de chaleur ne se fera au travers du demi-cylindre arrière.

Nous voulons étudier l'échange de chaleur entre l'air circulant dans la conduite et l'air extérieur. On supposera que le bord d'attaque est la surface latérale extérieure de la conduite. Il va donc falloir étudier le transfert d'énergie thermique qui s'opère au travers du tuyau de notre portion de conduite.
Pour cela, nous allons d'abord évaluer la variation d'énergie interne de notre système qui sera le morceau de tuyau d'épaisseur dr et longueur dx de la conduite, comme décrit précédemment.

Nous écrirons donc l'énergie interne U de notre système, le travail W qu'il reçoit ou donne au milieu extérieur, et les échanges d'énergie thermique Q avec le milieu extérieur.

1- Rappelez le premier principe de la thermodynamique, et l'unité des paramètres en jeu.

Pour un système qui peut échanger de l'énergie sous forme de chaleur ou travail avec le milieu extérieur, on a son énergie interne qui vaut :

$$U = Q + W$$

Il s'agit d'un bilan d'énergie, toutes les variables sont donc des quantités d'énergie exprimées en Joules.

2- Donnez en fonction de r et dx, l'expression de la surface par laquelle le transfert d'énergie thermique se fera, et que l'on appellera **surface d'échange $S_{ech}(r)$**.

La surface par laquelle s'effectue l'échange de chaleur est un demi-cylindre qui a pour longueur dx et rayon r. Si on mentalement on l'aplatit, on a un rectangle de longueur dx et largeur $\frac{2\pi r}{2}$.

Donc :

$$S_{ech}(r) = \frac{2\pi r}{2} dx = \pi r dx$$

Le flux thermique φ_r au travers de la surface d'échange $S_{ech}(r)$ est défini par :

$$\varphi_r(t) = \frac{dQ}{dt}$$

3- Quelle est l'unité de φ_r ?

Il exprime la quantité de chaleur qui traverse une surface pendant un temps donné. On a donc φ_r qui s'exprime en $J.s^{-1}$, soit en W.

On définit le vecteur densité de flux thermique $\overrightarrow{j_{th}}(r,t)$, comme suit :

$$\varphi_r(t) = \overrightarrow{j_{th}}(r,t).S_{ech}(r).\overrightarrow{e_r} = j_{th}(r,t).S_{ech}(r)$$

4- Quelle est l'unité de j_{th} ? Qu'exprime-t-il ?
Etant donné l'objectif de notre système antigivrage, a-t-on plutôt intérêt à avoir une forte densité de flux thermique ou pas ?

On a j_{th} qui s'exprime en $W.m^{-2}$. Il s'agit du ratio entre flux de chaleur et surface par laquelle s'opère ce flux. Par exemple pour un flux de chaleur fixé, si la surface d'échange est importante, la densité de flux thermique sera faible.

Le but est que j_{th} ait une valeur la plus élevée possible (pour une faible surface d'échange on aura un flux de chaleur important), pour permettre de chauffer suffisamment le bord d'attaque et empêcher la formation de givre.

5- Sachant que notre système n'est soumis à aucune force du milieu extérieur, et inversement n'en exerce aucune, donnez la relation entre son énergie interne et la quantité d'échange d'énergie thermique.

Notre système d'étude n'échange aucun travail avec le milieu extérieur, donc le premier principe de la thermodynamique s'écrit simplement :

$$U = Q$$

On écrit donc, entre deux instants t et $t + dt$:

$$U(t + dt) - U(t) = \varphi_r(t)dt - \varphi_{r+dr}(t)dt$$

6- Expliquez physiquement cette relation.

La variation d'énergie interne de notre morceau de conduite pendant un temps dt dépend de la quantité de chaleur qu'il reçoit par la surface $S_{ech}(r)$ (c'est-à-dire $dQ_r = \varphi_r(t)dt$) et qu'il libère par la surface $S_{ech}(r + dr)$ (c'est-à-dire $dQ_{r+dr} = \varphi_{r+dr}(t)dt$).

Pour la suite, on considérera que $S_{ech}(r + dr) \approx S_{ech}(r)$.

7- Montrez rapidement que :

$$\varphi_r(t)dt - \varphi_{r+dr}(t)dt = [j_{th}(r,t) - j_{th}(r + dr,t)]S_{ech}(r)dt$$

On a très simplement :

$$[\varphi_r(t) - \varphi_{r+dr}(t)]dt = [j_{th}(r,t).S_{ech}(r) - j_{th}(r + dr,t).S_{ech}(r + dr)]dt$$

$$\approx [j_{th}(r,t) - j_{th}(r + dr,t)]S_{ech}(r)dt$$

Remarque :

L'hypothèse $S_{ech}(r + dr) \approx S_{ech}(r)$ revient à dire que notre morceau de conduite cylindrique par lequel s'effectue l'échange de chaleur est en fait considéré comme une plaque plane. D'après les données de l'exercice, on a le rayon de la conduite qui vaut $3\ cm$ tandis que son épaisseur ne fait que $2\ mm$. Cette hypothèse n'est donc pas complètement absurde.

8- Donnez l'expression de l'énergie interne U de notre système, en fonction de l'énergie interne volumique u $(J.m^{-3})$, $S_{ech}(r)$ et dr.

Le bon sens et une analyse rapide des dimensions de chaque variable nous donnent :

$$U = uS_{ech}(r)dr$$

9- Sachant que :

$$U(t + dt) - U(t) = \frac{dU}{dt}dt$$

Montrez que :

$$\frac{du}{dt} = \frac{j_{th}(r,t) - j_{th}(r + dr,t)}{dr}$$

D'après les questions 6 et 7 on a :

$$U(t + dt) - U(t) = [j_{th}(r,t) - j_{th}(r + dr,t)]S_{ech}(r)dt$$

Or :

$$U(t+dt) - U(t) = \frac{dU}{dt}dt = \frac{d(uS_{ech}(r)dr)}{dt}dt = \frac{du}{dt}S_{ech}(r)drdt$$

Donc :

$$\frac{du}{dt}S_{ech}(r)drdt = [j_{th}(r,t) - j_{th}(r+dr,t)]S_{ech}(r)dt$$

$$\frac{du}{dt}dr = [j_{th}(r,t) - j_{th}(r+dr,t)]$$

Soit :

$$\frac{du}{dt} = \frac{j_{th}(r,t) - j_{th}(r+dr,t)}{dr}$$

C'est une autre façon d'écrire que la variation d'énergie interne contenue dans notre morceau de conduite pendant un temps donné, dépend de la différence entre le flux de chaleur entrant par la surface en r et sortant en $r + dr$.

Il est possible de définir autrement la densité de flux thermique :

$$j_{th} = -\lambda\frac{dT}{dr}$$

Où λ est la conductivité thermique du matériau constituant le tuyau, et T sa température en Kelvin.

10- Donnez l'unité de la conductivité thermique, ainsi que son sens physique.

On peut écrire :

$$\lambda = -\frac{j_{th}dr}{dT}$$

Donc l'unité de la conductivité thermique est :

$$\frac{(W.m^{-2}).(m)}{(K)} = W.m^{-1}K^{-1}$$

Elle traduit la capacité du matériau à permettre le transfert de chaleur entre deux points de température différente.

11- Comment évolue la température du matériau de notre tuyau avec r ?
En déduire le signe de j_{th}. Que cela traduit-il physiquement ?

La température du matériau diminue lorsque l'on part de l'intérieur de la conduite (r augmente). En effet, l'air circulant dans la conduite est à une température de $80°C$, bien plus importante que l'air extérieur…

Donc $\frac{dT}{dr} < 0$ et la conductivité étant positive, on a $j_{th} > 0$ (le vecteur densité de flux thermique est orienté selon $\overrightarrow{e_r}$). Cela signifie que le transfert thermique s'opère dans le sens intérieur de la conduite vers l'extérieur, heureusement…

12- Compte-tenu de l'objectif de notre système d'antigivrage, quel matériau entre l'aluminium et le fer est à privilégier ?
Données : $\lambda_{alu} = 226\ SI$ et $\lambda_{fer} = 72\ SI$.

Il vaut mieux un matériau très conducteur pour fournir un maximum d'énergie thermique à l'air extérieur, et empêcher que du givre ne se forme sur le bord d'attaque des ailes. On choisit donc l'aluminium.

Finalement, on peut écrire une équation sur la température du tuyau le long de son épaisseur e, et en fonction du temps si les conditions extérieures sont variables :

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \lambda \frac{d^2T}{dr^2}$$

Où ρ est la masse volumique du matériau et c sa capacité thermique massique.

Et où l'on a écrit :

$$\frac{d^2T}{dr^2} = \frac{d\left(\frac{dT}{dr}\right)}{dr}$$

13- Donnez l'unité de c.

On peut écrire :

$$c = \frac{\lambda}{\rho}\frac{d^2T}{dr^2}\frac{dt}{dT} = \frac{W.m^{-1}.K^{-1}}{kg.m^{-3}}\frac{K}{m^2}\frac{s}{K} = Ws.K^{-1}.kg^{-1} = J.K^{-1}.kg^{-1}$$

Il traduit la quantité d'énergie thermique (en Joules) qu'il faut fournir à un kilogramme d'un matériau donné pour augmenter sa température d'un Kelvin.

On se place dans des conditions non variables dans le temps. L'air extérieur est à $5°C$. La température du tuyau ne dépend donc plus du temps, mais seulement de r.

14- Donnez le profil d'évolution de la température du tuyau en fonction de r.

On a notre équation qui devient :

$$\lambda \frac{d^2T}{dr^2} = \rho c \frac{dT}{dt} = 0$$

Soit :

$$\frac{d^2T}{dr^2} = 0$$

Et en intégrant cette relation par rapport à r on a :

$$T(r) = k_1 r + k_2$$

Avec k_1 et k_2 des constantes. La température évolue linéairement avec r.

15- Calculez $\frac{dT}{dr}$.

On a :

$$\frac{dT}{dr} = k_1 = cste = \frac{T(R) - T(R-e)}{R - (R-e)}$$

Soit :

$$\frac{dT}{dr} = \frac{(273{,}15 + 5) - (273{,}15 + 80)}{e} = \frac{5 - 80}{\frac{2}{1\,000}} = -37\,500\ K.m^{-1}$$

16- Montrez que dans ce cas, la densité de flux thermique j_{th} ne dépend pas de r, et donnez sa valeur en considérant le matériau le plus adapté entre aluminium et fer.

On utilise la relation :

$$j_{th} = -\lambda_{alu}\frac{dT}{dr} = -226. -37\,500 = 8\,475\,000\ W.m^{-2}$$

La densité de flux thermique ne dépend ni du temps, ni de r. En n'importe quel point de la conduite, n'importe quand, le flux de chaleur traversant la surface d'échange locale $S_{ech}(r)$ est constant.

Or, étant donné que l'on a considéré que la surface d'échange restait constante sur l'épaisseur de notre conduite (demi-cylindre → plaque plane), l'énergie interne de la conduite est constante. Cela signifie que l'énergie thermique de l'air chauffé est totalement transférée à l'air extérieur, rien n'est gardé par l'aluminium (une fois l'équilibre thermique atteint : conditions stationnaires, au départ de l'énergie sera perdue à faire chauffer l'aluminium).

17- En déduire la valeur du flux thermique traversant la surface d'échange extérieure $S_{ech}(R)$ de la portion de tuyau de longueur dx.
Donnée : $dx = 2\ cm$.

On utilise la formule :

$$\varphi_R = j_{th}.S_{ech}(R) = j_{th}.\pi R.dx = 8\ 475\ 000.\pi\frac{3}{100}.\frac{2}{100} = 15\ 975\ W$$

Chaque seconde, $15\ 975\ J$ d'énergie thermique sont transférés à l'air extérieur.

Remarque :

Ce flux ne dépend pas du temps ni de l'endroit où l'on se situe dans la conduite.

18- Si l'on avait choisi le matériau le moins adapté, quelle aurait été la valeur du flux thermique ? En quoi est-ce moins bien ?

Avec le fer on aurait eu :

$$\varphi_R = j_{th}.S_{ech}(R) = -\lambda_{fer}\frac{dT}{dr}.\pi R.dx = -72.-37\ 500.\pi\frac{3}{100}.\frac{2}{100} = 5\ 089\ W$$

Moins le matériau est bon conducteur thermique, moins il peut transférer de chaleur à l'extérieur et donc empêcher l'apparition de conditions givrantes.

Avec un tuyau en fer, il faudrait donc chauffer de manière plus importante l'air circulant dans la conduite. Ce qui va nécessairement occasionner une augmentation de consommation de kérosène…

19- Le système d'antigivrage n'est toutefois pas aussi efficace en pratique, quelles sont les hypothèses optimistes faites en début d'exercice ?

La température de l'air n'est pas constante dans la conduite, puisqu'au fur et à mesure qu'il avance, il perdra de l'énergie thermique pour chauffer le bord d'attaque. De plus, de la chaleur s'échappera aussi par le demi-cylindre arrière, qui ne servira donc pas à chauffer l'air au niveau du bord d'attaque.

MINISTÈRE DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

_____

EXPERIMENTATEUR NAVIGANT D'ESSAIS

_____

SESSION DU 14 NOVEMBRE 2022

_____

ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 3h00 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée -- – Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur ce document

Document validé par :

Nom :

Date : 02/11/2022

Signature :

Exercice 1 : Analyse dimensionnelle

Dans un fluide, une bille de rayon R, animée d'une vitesse v est soumise à une force de frottement donnée par l'expression :

$$F = -6\pi\eta Rv$$

1.a/ A l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer la dimension de η.

1.b/ Soit ρ la masse volumique du fluide, proposer un nombre **sans dimension** en considérant l'expression suivante (On le notera arbitrairement N) :

$$N = \rho.\eta^B.R^C.v^D$$

1.c/ A quel célèbre nombre sans dimension correspond N ? Quelle est la signification physique de ce nombre ?

Exercice 2 : Etude de l'atmosphère en équilibre

Soit de l'air en équilibre dans le référentiel terrestre $(0, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$. Chaque élément de ce fluide est en équilibre sous l'action des forces extérieures à cet élément. Ces forces sont de deux types :

- Les forces de pression
- La force due au champ de pesanteur (que l'on considère comme uniforme)

Le champ de pesanteur dans le référentiel terrestre est donné par :

$$\vec{g} = -g\,\overrightarrow{e_z} \qquad \left(\text{avec } g = 9.81 \frac{m}{s^2}\right)$$

Pour un fluide au repos situé dans un champ de pesanteur uniforme l'équation d'Euler prend la forme suivante (hydrostatique des fluides).

$$\overrightarrow{\nabla p} = \rho\,\vec{g}$$

l'état de l'atmosphère est caractérisé par sa pression $p(x,y,z)$ et sa température $T(x,y,z)$.

Rappels utiles :

1 m=3.28 ft

Constante des gaz associée à l'air: $r = 287\,\frac{J}{kg.K}$

Loi des gaz parfaits reliant pression, masse volumique et température : $p = \rho r T$

On rappelle la définition du Gradient d'un scalaire f *:*

$$\overrightarrow{\nabla f} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial f}{\partial x}\,\overrightarrow{e_x} + \frac{\partial f}{\partial y}\,\overrightarrow{e_y} + \frac{\partial f}{\partial z}\,\overrightarrow{e_z}$$

a/ L'air étant considéré comme un gaz parfait, calculer sa masse volumique $\rho_0(p_0, T_0)$ dans les conditions normales de pression $p_0 = 101325\,Pa$ et de température $T_0 = 288\,K$.

b/ En considérant l'équation de l'hydrostatique des fluides, montrer que la pression $p(x,y,z)$ ne dépend que de z et établir l'équation différentielle permettant de déterminer $p(z)$ en fonction de $p, T, r\ et\ g$.

PARTIE 1 : Atmosphère isotherme

Dans un premier temps, on considère une atmosphère **isotherme** $T = T_0 = 288\ K$.

c/ Dans le cas d'une atmosphère isotherme, montrer que la pression p varie avec l'altitude z selon une loi du type :

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{z}{H_0}}$$

Où H_0 est une longueur que l'on nomme Hauteur d'échelle de l'atmosphère que l'on explicitera en fonction de $T_0, r\ et\ g$.

d/ Donner la valeur numérique de la hauteur d'échelle H_0 de l'atmosphère **isotherme**.

e/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de pression $\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)$. Puis la valeur numérique de ce gradient pour $z = 2500\ m$.

f/ A partir de l'expression du gradient de pression trouvé en question précédente, donner pour l'altitude $z = 2500\ m$ l'échelle de la dimension verticale L_z sur laquelle la pression varie de **1hpa**. On exprimera L_z en **m** et en **ft**

PARTIE 2 : Atmosphère en équilibre adiabatique sec

On considère maintenant l'atmosphère en équilibre **adiabatique sec** caractérisé à toute altitude par la relation $p = K\rho^{\gamma}$, avec K une constante et $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$ est le coefficient polytropique du gaz mis en jeu. On considère toujours que l'état de l'air est régi par la loi des gaz parfaits.

***Remarque** : on parle d'atmosphère en équilibre adiabatique sec lorsque les effets de l'humidité sont négligés.*

g/ Dans le cas d'une atmosphère en équilibre adiabatique sec, l'évolution de la pression en fonction de l'altitude est donnée par l'expression suivante :

$$p(z) = p_0 \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{z}{H_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Montrer à partir de l'expression de $p(z)$ que la température $T(z)$ vérifie la relation suivante :

$$T(z) = T_0 \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{z}{H_0}\right)$$

h/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de **pression** $\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)$. Puis les valeurs numériques de ce gradient pour $z = 0\ m$, $z = 2500\ m$ et $z = 5000\ m$. Commenter les écarts entre les valeurs obtenues.

i/ A partir des gradients de pression trouvés dans la question précédente, donner pour l'altitude $z = 2500\ m$ l'échelle de la dimension verticale L_z sur laquelle la pression varie de **1hpa**. On exprimera L_z en **m** et en **ft**.

j/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de température $\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)$ et donner sa valeur numérique en $\frac{K}{km}$.

PARTIE 3 : Atmosphère en équilibre adiabatique humide : *Modèle d'atmosphère standard :*

Le modèle d'atmosphère standard est en équilibre ***adiabatique humide****. Dans ce cas on considère les effets de la présence de vapeur d'eau dans l'air. Cette vapeur est inerte dans le modèle d'atmosphère en équilibre adiabatique sec. Ainsi le modèle adiabatique humide tient compte de la possible transition de phase de la vapeur d'eau dans les couches froides (condensation en gouttelettes).*

- ⇨ *L'évaporation de gouttes liquides consomme de l'énergie et a pour effet de refroidir le mélange gazeux (air) dans lequel elles se trouvent.*
- ⇨ *Au contraire, la condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air restitue de l'énergie et réchauffe le mélange gazeux.*

Le modèle d'atmosphère standard est en équilibre **adiabatique humide.** Ce modèle implique un gradient vertical de température de $-6.5\,\frac{K}{km}$ (pour $z < 11\ km$).

k/ Commenter l'écart entre le gradient vertical de température en atmosphère sèche avec le gradient vertical de température en atmosphère humide.

Pour une atmosphère **adiabatique humide**. On donne :

$$\boldsymbol{L_{z=2500m} = 10.6\ m = 34\ ft.}$$

l/ Une sonde de pression statique mesure une pression de **540 hpa**. Estimer l'altitude associée en considérant les trois modèles d'atmosphère $L_{z(humide)}$, $L_{z(sec)}$ et $L_{z(isotherme)}$. Commenter l'écart entre les différentes valeurs obtenues.

Exercice 3 : Décollage d'un porte-avions

Sur le pont d'un porte-avions, un biréacteur est prêt à être catapulté. Son train avant est accroché à une catapulte. On étudie le décollage en trois phases :

1- L'avion est fixe sur le pont, poussée des moteurs à leur valeur maximale
2- La catapulte est lancée à accélération constante sur toute sa course
3- Au moment où l'avion se détache de la catapulte, il effectue une rotation jusqu'à obtenir son assiette de décollage

www.colsbleus.fr

Données :

-Course de la catapulte : $75\ m$

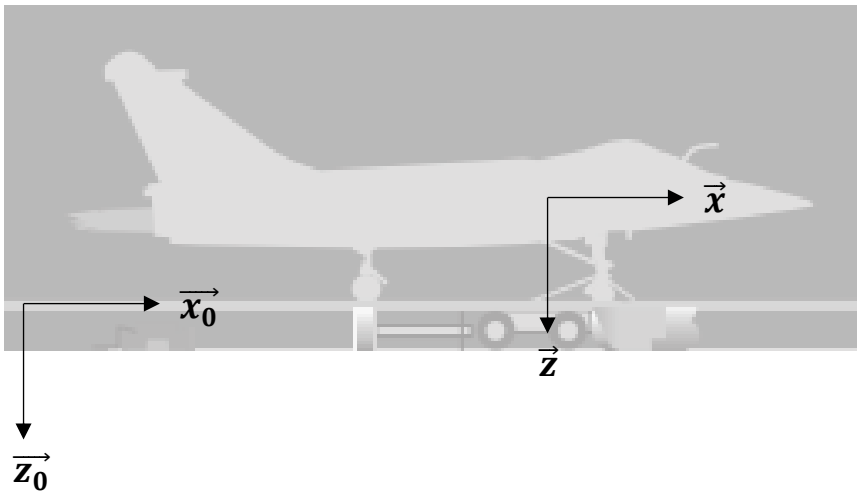
-Accélération de l'avion (catapulte) pendant la phase de catapultage : $a = 4\ g$

-Poussée maximale d'un moteur : $T_{moteur} = 75\ kN$

-Masse de l'avion : $m = 12\ tonnes$

-On se situe au niveau de la mer : $\rho = 1{,}225\ kg/m^3$

-On définit les axes longitudinal et vertical avion ($\vec{x}$ *et* $\vec{z}$*) et terrestre (*$\overrightarrow{x_0}$ *et* $\overrightarrow{z_0}$*) :*



-Le repère terrestre est supposé Galiléen.

-On définit enfin les axes air ($\overrightarrow{x_a}$ *et* $\overrightarrow{z_a}$*), on a toujours* $\vec{V} = V\overrightarrow{x_a}$.

-La poussée des moteurs est négligeable suivant l'axe vertical avion.

-Caractéristiques aérodynamiques de l'avion :

Calage des ailes par rapport à l'axe longitudinal avion : $\gamma_{ailes} = 5\ °$

Coefficient de portance : $C_z = 0{,}1\alpha$ *avec* α *l'incidence en degré*

Coefficient de trainée : $C_x = 0{,}01 + 0{,}12C_z^2$

Surface des ailes : $S = 46\ m^2$

Trainée fuselage : $(C_xS)_f = 1\ m^2$

1- Faire un schéma des forces qui s'appliquent sur l'avion pendant la phase 1.

2- Faire un schéma des forces qui s'appliquent sur l'avion pendant la phase 2 (on néglige toute forme de trainée **pendant cette phase** pour des raisons de simplification), et donner la valeur de la force tractrice exercée par la catapulte sur l'avion.

3- Montrer que la valeur de la vitesse en bout de pont est $276\ km/h$.

On passe dans la troisième phase : la rotation. On prend cette fois en compte la trainée de l'appareil (comme si elle apparaissait d'un coup).
L'avion pivote sur son train arrière jusqu'à ce qu'il obtienne une assiette lui permettant de quitter le pont. On suppose que le vecteur vitesse est toujours porté par l'axe $\overrightarrow{x_0}$ pendant cette rotation, et que sa norme est constante (égale à $276\ km/h$).

4- Donner la relation entre incidence des ailes, assiette de l'avion et calage des ailes.

5- Faire un schéma des forces et donner la valeur de l'assiette au moment où l'avion décolle.
En déduire l'incidence des ailes.
On pourra supposer que l'assiette reste faible de sorte que $sin\theta \approx \theta\ (rad)$.
On rappelle que la correspondance radians/degrés est : $2\pi \leftrightarrow 360\ °$.

Une fois que l'avion a quitté le pont, le pilote affiche une poussée lui permettant de stabiliser sa vitesse et une pente γ.

6- Faire un schéma des forces et donner la relation vectorielle du Principe Fondamental de la Dynamique, ainsi que la relation entre les différents angles.

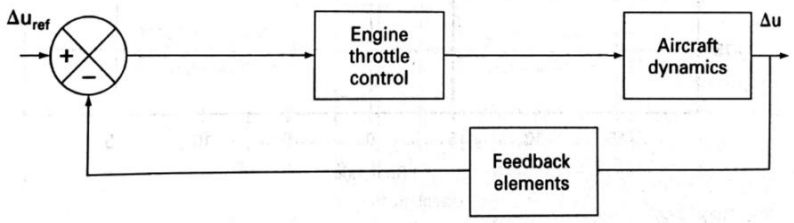
On considère pour la question suivante que $sin\theta \approx \theta$; $sin(\gamma - \theta) \approx \gamma - \theta$; $cos(\gamma - \theta) \approx 1$ et la masse volumique est toujours égale à $1{,}225\ kg/m^3$.

7- Quelle doit être la poussée des moteurs pour assurer la montée à une vitesse de $400\ km/h$ et telle que $\theta = 28{,}6\ °$.

Aide :
-Lister les inconnues et les relations à disposition. -Projeter les PFD dans le repère avion, en supposant que la composante de trainée suivant l'axe vertical est négligeable.

Exercice 4 : Velocity Hold Control System

On souhaite disposer d'un système qui capture et maintient la vitesse d'un avion, choisie par le pilote. On pense d'abord à ce schéma de principe :



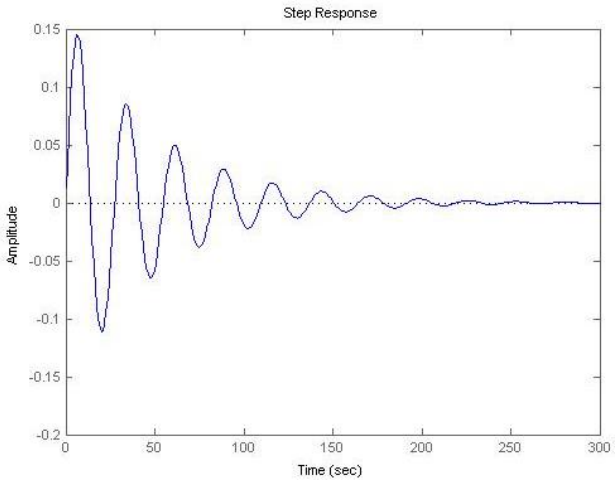
1- Expliquer de manière globale le principe de ce système.

2- Pourquoi est-il important de rajouter des « Feedback elements » ?

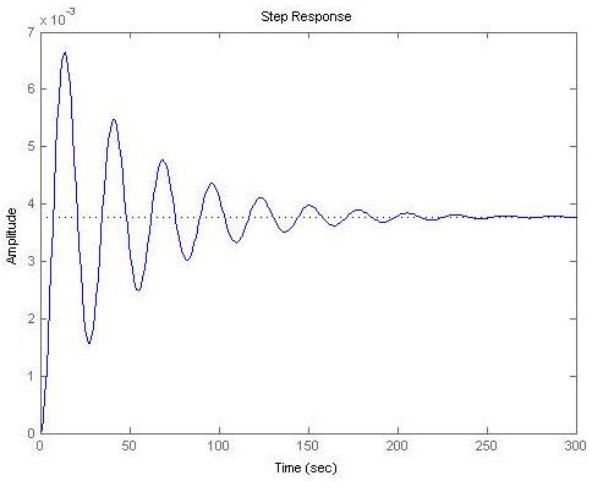
3- Que représente physiquement le bloc « Aircraft dynamics » ?

Nous allons nous intéresser à l'impact d'une variation de la position de la manette des gaz sur la vitesse longitudinale de l'avion.

Pour un échelon unitaire (variation d'un degré de la manette) on obtient :



Réponse en vitesse

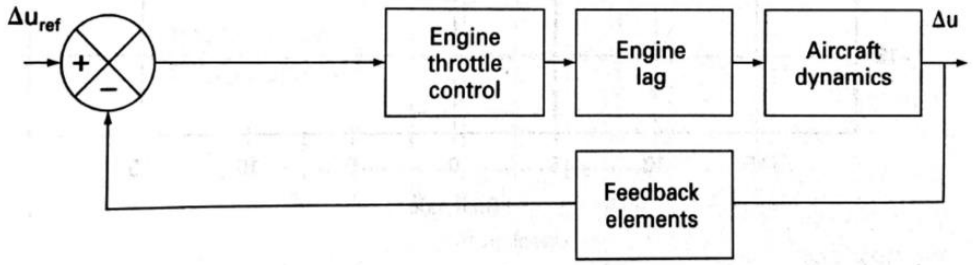


Réponse en assiette

4- Expliquer ce qu'il se passe et donner la valeur de la période des oscillations, ainsi que l'amortissement.

5- Quelle conclusion peut-on en tirer vis-à-vis de notre système de maintien de la vitesse ?

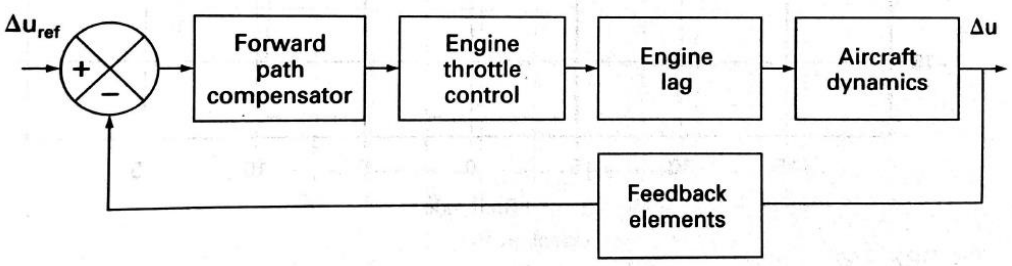
Retour à notre système de maintien de la vitesse, en tenant compte cette fois du comportement du moteur au travers du bloc « Engine Lag » :



On considère le bloc « Feedback éléments » comme étant un gain pur k_{fb}.

6- Soulever de manière globale les potentiels problèmes que l'on peut rencontrer si l'on fait fonctionner ce système sur cet avion.

Finalement, nous rajoutons un correcteur avant l'application de l'ordre à la manette sous la forme d'un bloc « Forward path compensator » :



Sachant que l'on a les fonctions de transfert :
-« Forward path compensator » :

$$k_a \frac{s+0{,}1}{s}$$

Avec k_a une constante.
-« Engine throttle control » :

$$\frac{10}{s+10}$$

-« Engine lag » :

$$\frac{1}{s+0{,}1}$$

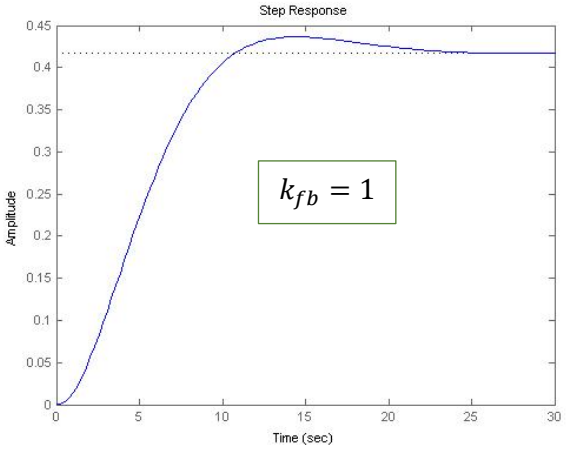
-« Aircraft dynamics » :

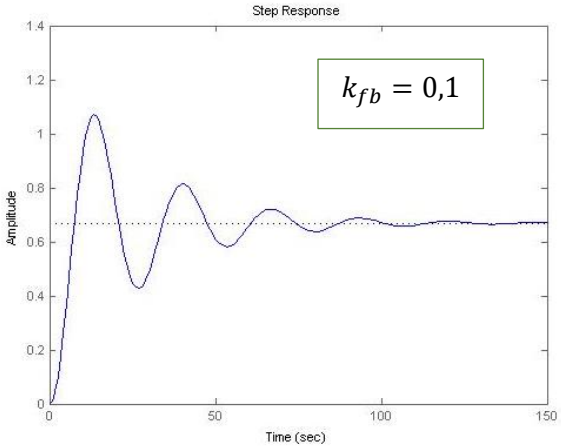
$$\frac{0{,}038s}{s^2+0{,}039s+0{,}053}$$

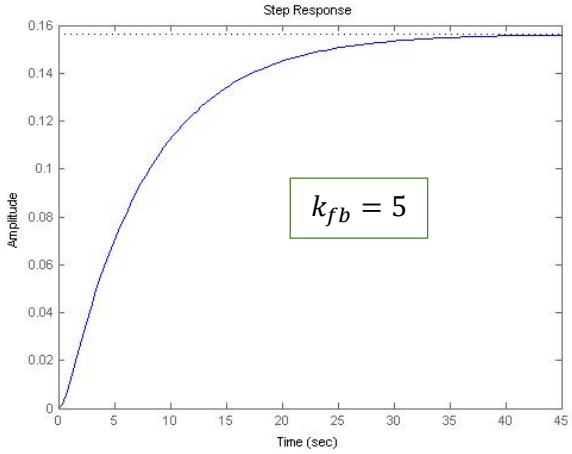
-« Feedback elements » :

$$k_{fb}(10s+1)$$

Pour un échelon consigne d'amplitude $\Delta u_{ref} = 1\, m.s^{-1}$, on observe la réponse de l'avion.
On fixe le gain $k_a = 1$. Avec différentes valeurs de gain k_{fb} on a :







7- Quels sont les avantages/inconvénients de chaque jeu de gains.

Exercice 5 : Freinage d'un obus par la neige

Un obus de **diamètre** $\boldsymbol{d = 100\ mm}$ et de **masse** $\boldsymbol{m = 10\ kg}$ pénètre dans la neige tassée à :

$$\boldsymbol{T_{neige} = 0°C}$$

Il s'enfonce de $\boldsymbol{l = 5m}$ sans éclater selon une trajectoire rectiligne selon l'axe **AB**. Le mouvement de l'obus est **hélicoïdal**; quand il rentre en contact avec la neige au point **A**, sa vitesse de rotation autour de son axe est :

$$\boldsymbol{\omega_A = 200\ rad/s}$$

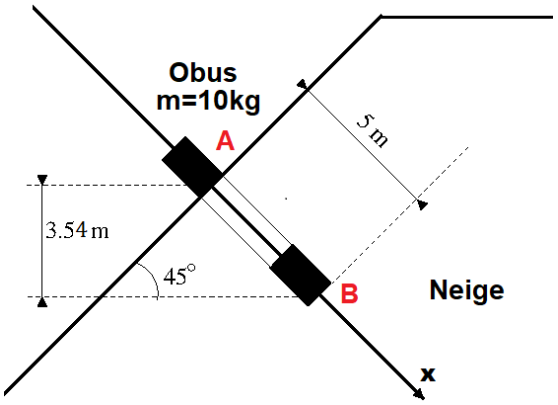
Sa vitesse de translation :

$$\boldsymbol{v_A = 100\ m/s.}$$

Sa température est :

$$\boldsymbol{T_{obus} = 40°C}$$

Le repère défini par $(AB\vec{x})$, a pour origine spatiale et temporelle le point **A** $(\boldsymbol{x_A = 0\ m, t_A = 0\ s})$.



Données utiles :

- *Pour le calcul du moment d'inertie J_Δ on assimilera l'obus à un cylindre plein de 100mm de diamètre : $J_\Delta = \frac{mD^2}{4}$*
- *La quantité de chaleur dégagée par un objet chaud en contact avec un milieu froid est $\Delta Q = mc_p\Delta T$ (avec m, la masse de l'objet, c_p sa chaleur spécifique à pression constante $\left(en\ \frac{J}{Kg.K}\right)$ et ΔT l'écart de température.*
- *L'énergie cinétique d'un solide indéformable en rotation autour d'un axe Δ est :*

$$E_{cin} = J_\Delta \frac{\omega_\Delta^2}{2}$$

Avec ω_Δ sa vitesse angulaire.

- *Théorème du moment cinétique (ou de l'accélération angulaire) :*

$$\sum M_{\Delta,F_{ext}} = J_\Delta \frac{d\omega}{dt}$$

- *Théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_{cinetique}\big|_A^B = \sum W_{F_{ext}}\big|_A^B + \sum W_{F_{int}}\big|_A^B$*

On souhaite dans un premier temps calculer la force de frottement longitudinale notée $\vec{R}$ associée au frottement obus/neige.

a/ Déterminer γ, l'accélération de l'obus en fonction des forces s'exerçant sur celui-ci : la force de frottement Obus/neige notée $\vec{R}$ (frottement solide) et le poids noté $\vec{P}$. On projettera sur l'axe $(AB\vec{x})$.

b/Exprimer les équations du mouvement qui en découlent et en déduire une expression de γ en fonction de v_A et t_B (t_B étant le temps que met l'obus pour arriver à son point d'arrêt B).

c/Déduire des questions **a/** et **b/** l'expression et la valeur numérique de la force de frottement $|\vec{R}|$.

Nous souhaitons maintenant calculer le couple de frottement noté C_f.

d/Etablir les équations du mouvement autour de l'axe de l'obus, sachant que le seul moment s'appliquant à l'obus est le couple de frottement C_f.

e/Après intégration des équations du mouvement, déterminer l'expression du couple de frottement C_f, ainsi que sa valeur numérique (en supposant que la rotation s'arrête en même temps que la translation).

Estimation de la masse de neige passant de l'état solide à l'état liquide.

- *le travail des forces intérieures correspond à la somme du travail de la force de frottement R et du travail du couple de frottement C_f. Il s'agit du **travail de frottement**.*
- *Le travail des forces extérieures correspond uniquement au travail du poids de l'obus.*

f/Exprimer la variation de l'énergie cinétique $\Delta E_{cinetique}\Big|_A^B$ de l'obus en fonction de m, J_Δ, v_A et ω_A. Donner une valeur numérique.
g/Exprimer le travail des forces extérieures $\sum W_{F_{ext}}\Big|_A^B$ puis calculer la valeur numérique associée.
h/Déduire des questions **f/** et **g/** la valeur numérique de $\sum W_{F_{int}}\Big|_A^B$ correspondant au travail de frottement.

On souhaite maintenant estimer la masse de neige qui a fondu suite au contact avec l'obus.

- *Le **travail de frottement** est entièrement transformé en chaleur et cédé à la neige ! Si l'on souhaite estimer l'énergie totale cédée à la neige, il faut aussi ajouter la chaleur dégagée par l'échange thermique entre l'obus et la neige dû à l'écart de température entre les deux milieux.*

i/Calculer la quantité de chaleur dégagée ΔQ sachant que la chaleur spécifique du matériau constituant l'obus est $c_p = 0.48 \frac{J}{g.K}$. En déduire l'énergie totale cédée par l'obus à la neige.

j/ Sachant que la chaleur massique de fusion de la neige est $c = 334\ kJ/kg$. Estimer la masse de neige qui a fondu suite au contact avec l'obus.

MINISTÈRE DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

_____

EXPERIMENTATEUR NAVIGANT D'ESSAIS

_____

SESSION DU 14 NOVEMBRE 2022

_____

CORRIGÉ ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 3h00 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée -- – Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur ce document

Document validé par :

Nom :

Date : 02/11/2022

Signature :

Exercice 1 : Analyse dimensionnelle

Dans un fluide, une bille de rayon R, animée d'une vitesse v est soumise à une force de frottement donnée par l'expression :

$$F = -6\pi\eta Rv$$

1.a/ A l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer la dimension de η.

$$[F] = [\eta].[R].[v] = M.L.T^{-2}$$
$$[\eta] = \frac{[F]}{[R].[v]} = \frac{M.L.T}{T^2.L^2} = \frac{M}{T.L}$$

Ainsi, η s'exprime en $\frac{kg}{m.s}$.

1.b/ Soit ρ la masse volumique du fluide, proposer un nombre **sans dimension** en considérant l'expression suivante (On le notera arbitrairement N) :

$$N = \rho.\eta^B.R^C.v^D$$

$$[N] = [\rho].[\eta]^B.[R]^C.[v]^D = \frac{M}{L^3}.\frac{M^B}{T^B.L^B}.L^C.\frac{L^D}{T^D} = M^{(1+B)}.L^{(C+D-B-3)}.T^{-(D+B)}$$

Pour que le nombre N soit sans dimension, il faut :

$$\begin{cases} 1+B=0 \\ D+B=0 \\ C+D-B-3=0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} B=-1 \\ D=-B=1 \\ C=3-D+B=1 \end{cases}$$

On obtient le nombre sans dimension suivant :

$$N = \frac{\rho.R.v}{\eta}$$

1.c/ A quel célèbre nombre sans dimension correspond N ? Quelle est la signification physique de ce nombre ?

On reconnait le nombre de Reynolds qui compare les forces d'inertie aux force de frottement visqueux. Il permet de caractériser la nature et le régime d'un écoulement (régime de Stokes, régime laminaire, régime transitoire ou encore régime turbulent).

→ Régime de Stokes : Re << 1 : les forces visqueuses dominent l'écoulement. Ce régime se rencontre principalement dans la micro-fluidique
→ si Re augmente, les forces d'inertie ne sont plus négligeables, selon la valeur du nombre de Reynolds, on sera dans le cas d'un régime laminaire ou turbulent. Il existe une valeur seuil du nombre de Reynolds appelé Reynolds critique au-delà duquel le régime est turbulent.

Exercice 2 : Etude de l'atmosphère en équilibre

Soit de l'air en équilibre dans le référentiel terrestre $(0, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$. Chaque élément de ce fluide est en équilibre sous l'action des forces extérieures à cet élément. Ces forces sont de deux types :

- Les forces de pression
- La force due au champ de pesanteur (que l'on considère comme uniforme)

Le champ de pesanteur dans le référentiel terrestre est donné par :

$$\vec{g} = -g\,\overrightarrow{e_z} \qquad \left(\text{avec } g = 9.81 \frac{m}{s^2}\right)$$

Pour un fluide au repos situé dans un champ de pesanteur uniforme l'équation d'Euler prend la forme suivante (hydrostatique des fluides).

$$\overrightarrow{\nabla p} = \rho\,\vec{g}$$

l'état de l'atmosphère est caractérisé par sa pression $p(x,y,z)$ et sa température $T(x,y,z)$.

Rappels utiles :

1 m=3.28 ft

Constante des gaz associée à l'air: $r = 287 \frac{J}{kg.K}$

Loi des gaz parfaits reliant pression, masse volumique et température : $p = \rho r T$

On rappelle la définition du Gradient d'un scalaire f *:*

$$\overrightarrow{\nabla f} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial f}{\partial x}\overrightarrow{e_x} + \frac{\partial f}{\partial y}\overrightarrow{e_y} + \frac{\partial f}{\partial z}\overrightarrow{e_z}$$

a/ L'air étant considéré comme un gaz parfait, calculer sa masse volumique $\rho_0(p_0, T_0)$ dans les conditions normales de pression $p_0 = 101325\,Pa$ et de température $T_0 = 288\,K$.

$$\rho = \frac{p}{rT} = \frac{101325}{287 \times 288} = 1.225\ kg/m^3$$

b/ En considérant l'équation de l'hydrostatique des fluides, montrer que la pression $p(x,y,z)$ ne dépend que de z et établir l'équation différentielle permettant de déterminer $p(z)$ en fonction de $p, T, r\ et\ g$.

$$\overrightarrow{\nabla P} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{pmatrix} = \rho\ \vec{g} = -\rho g\ \overrightarrow{e_z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho g \end{pmatrix}$$

Ainsi,

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \longrightarrow p(x,y,z) = p(y,z) \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \longrightarrow p(y,z) = p(z) \\ \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \longrightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dp}{dz} = -\rho g \longrightarrow dp = -\rho g.dz \end{cases}$$

Et finalement,

$$dp = -\frac{p}{rT} g.dz \longrightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{g}{rT}.dz$$

PARTIE 1 : Atmosphère isotherme

Dans un premier temps, on considère une atmosphère **<u>isotherme</u>** $T = T_0 = 288\ K$.

c/ Dans le cas d'une atmosphère isotherme, montrer que la pression p varie avec l'altitude z selon une loi du type :

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{z}{H_0}}$$

Où H_0 est une longueur que l'on nomme Hauteur d'échelle de l'atmosphère que l'on explicitera en fonction de $T_0, r\ et\ g$.

Atmosphère isotherme, $T = T_0 = 288\ K = constante$. L'équation différentielle s'écrit :

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{rT_0}.dz$$

$$d(\ln p) = -\frac{g}{rT_0}.dz$$

$$[\ln p]_{p_0}^{p} = -\frac{g}{rT_0}[z]_0^z$$

$$ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{g}{rT_0}z$$

Et finalement,

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{g}{rT_0}z} = p_0 e^{-\frac{z}{H_0}}$$

Avec $H_0 = \frac{rT_0}{g}$.

d/ Donner la valeur numérique de la hauteur d'échelle H_0 de l'atmosphère **isotherme**.

La hauteur d'échelle en atmosphère isotherme est de $H_0 = \frac{287\times288}{9.81} = 8425.7m$

e/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de pression $\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)$. Puis la valeur numérique de ce gradient pour $z = 2500\,m$.

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=2500m} = -\frac{p_0}{H_0}e^{-\frac{z}{H_0}} = \frac{101325}{8425.7}e^{-\frac{2500}{8425.7}} = -8.94\,Pa/m$$

f/ A partir de l'expression du gradient de pression trouvé en question précédente, donner pour l'altitude $z = 2500\,m$ l'échelle de la dimension verticale L_z sur laquelle la pression varie de **1hpa**. On exprimera L_z en **m** et en **ft**

On a

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=2500m} = -8.94\frac{Pa}{m} = -8.94\times10^{-2}\frac{hpa}{m}$$

$$L_{z=2500m} = \frac{1}{\left|{}^{\partial p}/_{\partial z}\right|} = 11.18\frac{m}{hpa} = 36.7\,\frac{ft}{hpa}$$

PARTIE 2 : Atmosphère en équilibre adiabatique sec

On considère maintenant l'atmosphère en équilibre **adiabatique sec** caractérisé à toute altitude par la relation $p = K\rho^{\gamma}$, avec K une constante et $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$ est le coefficient polytropique du gaz mis en jeu. On considère toujours que l'état de l'air est régi par la loi des gaz parfaits.

***Remarque** : on parle d'atmosphère en équilibre adiabatique sec lorsque les effets de l'humidité sont négligés.*

g/ Dans le cas d'une atmosphère en équilibre adiabatique sec, l'évolution de la pression en fonction de l'altitude est donnée par l'expression suivante :

$$p(z) = p_0\left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{z}{H_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Montrer à partir de l'expression de $p(z)$ que la température $T(z)$ vérifie la relation suivante :

$$T(z) = T_0\left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{z}{H_0}\right)$$

On a :

$$K = \frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{pr^\gamma T^\gamma}{p^\gamma} = \frac{r^\gamma T^\gamma}{p^{\gamma-1}} \longrightarrow \frac{T}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = K'$$

$$\frac{T_0}{p_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{T}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \longrightarrow \frac{T(z)}{T_0} = \left(\frac{p(z)}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Et finalement,

$$T(z) = T_0\left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{z}{H_0}\right)$$

h/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de **pression** $\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)$. Puis les valeurs numériques de ce gradient pour $z = 0\,m$, $z = 2500\,m$ et $z = 5000\,m$. Commenter les écarts entre les valeurs obtenues.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{p_0}{H_0}\left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{z}{H_0}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=0} = -\frac{p_0}{H_0} = \frac{101325}{8425.7} = -12.025\ pa/m$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=2500} = -12.025\left(1 - \left(\frac{0.4}{1.4}\right)\frac{2500}{8425.7}\right)^{\frac{1}{0.4}} = -9.64\ pa/m$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=5000} = -12.025\left(1 - \left(\frac{0.4}{1.4}\right)\frac{5000}{8425.7}\right)^{\frac{1}{0.4}} = -7.56\ pa/m$$

i/ A partir des gradients de pression trouvés dans la question précédente, donner pour l'altitude $z = 2500\,m$ l'échelle de la dimension verticale L_z sur laquelle la pression varie de **1hpa**. On exprimera L_z en **m** et en **ft**.

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=2500} = -9.63\frac{pa}{m} = -9.64 \times 10^{-2}\frac{hpa}{m}$$

$$L_{z=2500m} = \frac{1}{\left|{}^{\partial p}/_{\partial z}\right|_{z=2500}} = 10.38\ \frac{m}{hpa}$$

j/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de température $\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)$ et donner sa valeur numérique en $\frac{K}{km}$.

$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{T_0}{H_0} = -\frac{0.4}{1.4}\frac{288}{8425.7} = 9.77 \times 10^{-3}\,K/m \quad = 9.77\,K/km$

PARTIE 3 : Atmosphère en équilibre adiabatique humide : *Modèle d'atmosphère standard :*

Le modèle d'atmosphère standard est en équilibre ***adiabatique humide****. Dans ce cas on considère les effets de la présence de vapeur d'eau dans l'air. Cette vapeur est inerte dans le modèle d'atmosphère en équilibre adiabatique sec. Ainsi le modèle adiabatique humide tient compte de la possible transition de phase de la vapeur d'eau dans les couches froides (condensation en gouttelettes).*

- ⇨ *L'évaporation de gouttes liquides consomme de l'énergie et a pour effet de refroidir le mélange gazeux (air) dans lequel elles se trouvent.*
- ⇨ *Au contraire, la condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air restitue de l'énergie et réchauffe le mélange gazeux.*

Le modèle d'atmosphère standard est en équilibre **adiabatique humide.** Ce modèle implique un gradient vertical de température de $-6.5\frac{K}{km}$ (pour $z < 11\ km$).

k/ Commenter l'écart entre le gradient vertical de température en atmosphère sèche avec le gradient vertical de température en atmosphère humide.

La condensation de la vapeur d'eau dans les couches froides accroît l'énergie du mélange gazeux qui se réchauffe et implique donc un gradient thermique plus faible que dans le cas de l'air sec.

Pour une atmosphère **adiabatique humide**. On donne :

$$\boldsymbol{L_{z=2500m} = 10.6\, m = 34\, ft.}$$

I/ Une sonde de pression statique mesure une pression de **540 hpa**. Estimer l'altitude associée en considérant les trois modèles d'atmosphère $L_{z(humide)}$, $L_{z(sec)}$ et $L_{z(isotherme)}$. Commenter l'écart entre les différentes valeurs obtenues.

Pour une pression de 540 hpa, si on considère une pression de 1013.25 hpa au sol. On obtient les altitudes estimées suivantes :

$z_{isotherme}$=5291 m, z_{humide}=5016 m, z_{sec}=4912 m

La valeur la plus réaliste est z_{humide}, l'utilisation d'un modèle adiabatique sec sous-estime l'altitude alors que l'atmosphère isotherme surestime l'altitude (pas de gradient thermique, température plus élevée que la réalité dès lors qu'on est plus au sol).

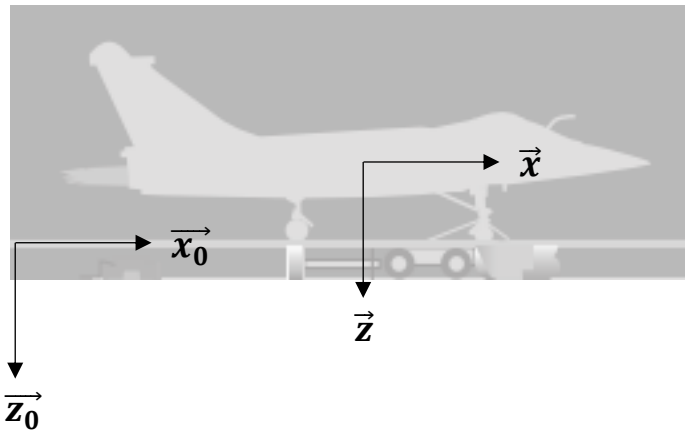
Exercice 3 : Décollage d'un porte-avions

Sur le pont d'un porte-avions, un biréacteur est prêt à être catapulté. Son train avant est accroché à une catapulte. On étudie le décollage en trois phases :

1- L'avion est fixe sur le pont, poussée des moteurs à leur valeur maximale
2- La catapulte est lancée à accélération constante sur toute sa course
3- Au moment où l'avion se détache de la catapulte, il effectue une rotation jusqu'à obtenir son assiette de décollage

www.colsbleus.fr

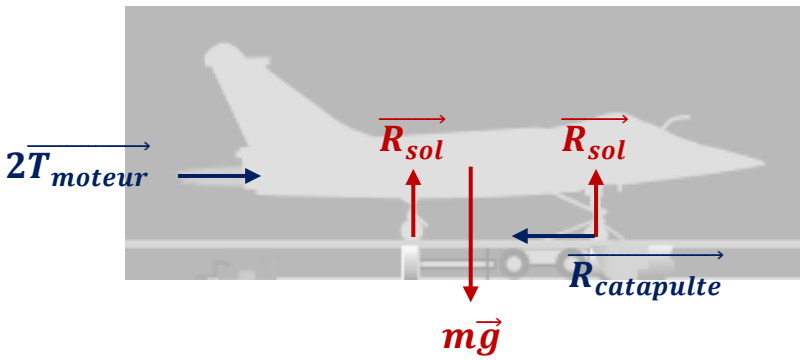
<u>Données :</u>
-Course de la catapulte : $75\ m$
-Accélération de l'avion (catapulte) pendant la phase de catapultage : $a = 4\ g$
-Poussée maximale d'un moteur : $T_{moteur} = 75\ kN$
-Masse de l'avion : $m = 12\ tonnes$
-On se situe au niveau de la mer : $\rho = 1{,}225\ kg/m^3$
-On définit les axes longitudinal et vertical avion ($\vec{x}$ *et* $\vec{z}$*) et terrestre (*$\overrightarrow{x_0}$ *et* $\overrightarrow{z_0}$*) :*



-Le repère terrestre est supposé Galiléen.
-On définit enfin les axes air ($\overrightarrow{x_a}$ *et* $\overrightarrow{z_a}$*), on a toujours* $\vec{V} = V\overrightarrow{x_a}$.
-La poussée des moteurs est négligeable suivant l'axe vertical avion.
-Caractéristiques aérodynamiques de l'avion :

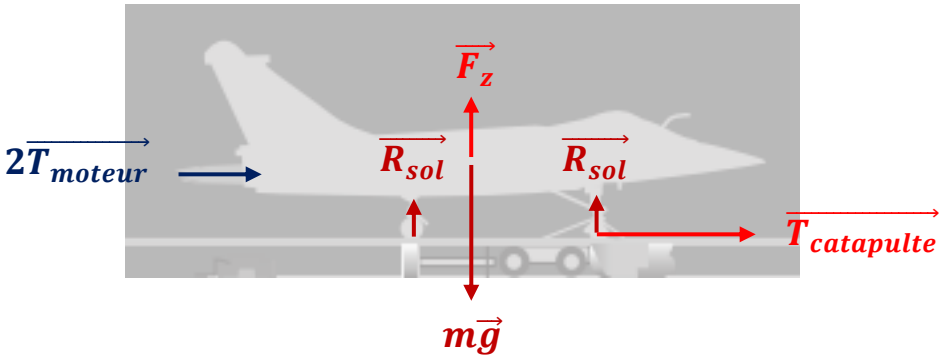
Calage des ailes par rapport à l'axe longitudinal avion : $\gamma_{ailes} = 5\ °$
Coefficient de portance : $C_z = 0{,}1\alpha$ *avec* α *l'incidence en degré*
Coefficient de trainée : $C_x = 0{,}01 + 0{,}12C_z^2$
Surface des ailes : $S = 46\ m^2$
Trainée fuselage : $(C_xS)_f = 1\ m^2$

1- Faire un schéma des forces qui s'appliquent sur l'avion pendant la phase 1.



L'avion est fixe, la somme des forces s'exerçant sur lui est nulle.
La réaction du sol contre le poids et la catapulte empêche l'avion d'accélérer en contrant la poussée des moteurs.

2- Faire un schéma des forces qui s'appliquent sur l'avion pendant la phase 2 (on néglige toute forme de trainée **pendant cette phase** pour des raisons de simplification), et donner la valeur de la force tractrice exercée par la catapulte sur l'avion.



Au fur et à mesure que l'avion gagne de la vitesse, la portance se substitue à la réaction du sol.
De son côté, la catapulte fait accélérer l'avion. Elle exerce une force telle que :

$$ma = 2T_{moteur} + T_{catapulte} = m.4g = 12\,000.(4.9{,}81)$$

Soit :

$$T_{catapulte} = 470{,}9 - 2.75 = 320{,}9\ kN$$

3- Montrer que la valeur de la vitesse en bout de pont est $276\ km/h$.

A accélération constante on a :

$$v = \int_0^t a dt = at \rightarrow OM = \int_0^{t_M} v dt = \frac{at_M^2}{2}$$

Où O désigne le point de lancement de l'avion, et M la position de l'avion à la fin du catapultage.

Or on sait que la course de la catapulte est de $75\ m$ donc :

$$t_M = \sqrt{\frac{2.OM}{a}} = \sqrt{\frac{2.75}{4.9{,}81}} = 1{,}96\ s$$

Donc il vient que la vitesse est à cet instant :

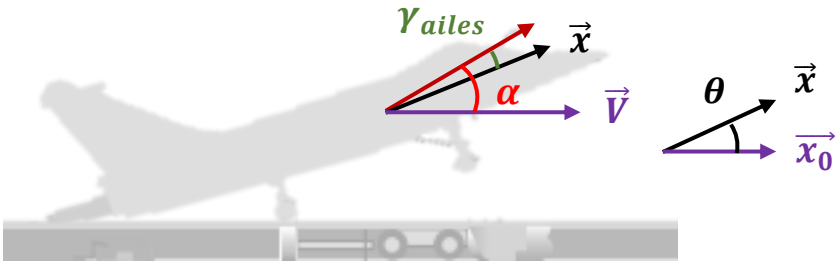
$$v_M = at_M = 4.9{,}81.1{,}96 = 76{,}7\ m/s = 276\ km/h$$

On passe dans la troisième phase : la rotation. On prend cette fois en compte la trainée de l'appareil (comme si elle apparaissait d'un coup).
L'avion pivote sur son train arrière jusqu'à ce qu'il obtienne une assiette lui permettant de quitter le pont. On suppose que le vecteur vitesse est toujours porté par l'axe $\overrightarrow{x_0}$ pendant cette rotation, et que sa norme est constante (égale à $276\ km/h$).

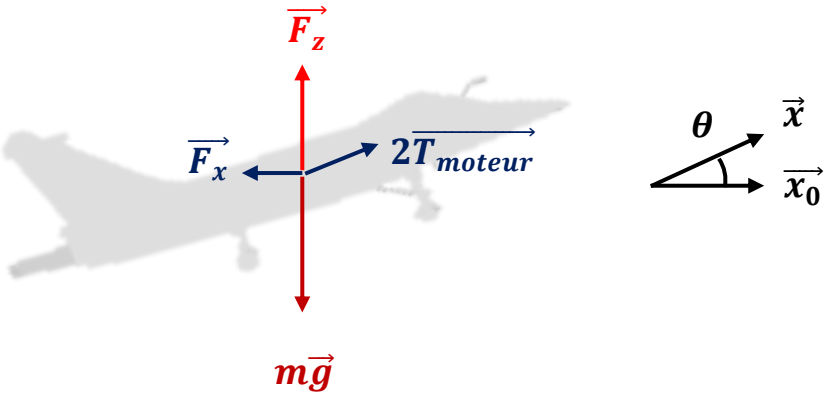
4- Donner la relation entre incidence des ailes, assiette de l'avion et calage des ailes.

On a tout simplement :

$$\alpha = \theta + \gamma_{ailes}$$



5- Faire un schéma des forces et donner la valeur de l'assiette au moment où l'avion décolle.
En déduire l'incidence des ailes.
On pourra supposer que l'assiette reste faible de sorte que $sin\theta \approx \theta\ (rad)$.
On rappelle que la correspondance radians/degrés est : $2\pi \leftrightarrow 360\ °$.



Au moment où l'avion décolle, la réaction du sol est complètement remplacée par la portance et la composante verticale de poussée des moteurs.

Bilan des forces :

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \overrightarrow{F_a} + 2\overrightarrow{T_{moteur}}$$

L'avion quitte le pont lorsque la portance et la composante verticale de la poussée des moteurs compensent le poids de l'appareil :

$$\left(m\vec{g} + \overrightarrow{F_a} + 2\overrightarrow{T_{moteur}}\right).\overrightarrow{z_0} = 0$$

Soit :

$$mg - F_z - 2T_{moteur}sin\theta = 0$$

Avec :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho SV^2C_z = \frac{1}{2}\rho SV^20{,}1\alpha = \frac{1}{2}\rho SV^20{,}1(\gamma_{ailes} + \theta)$$

Donc :

$$mg - \frac{1}{2}\rho SV^20{,}1(\gamma_{ailes} + \theta) - 2T_{moteur}.\frac{2\pi}{360}.\theta = 0$$

ATTENTION ! Les angles sont ici pris en degrés. Puisque le coefficient de portance s'écrit $C_z = 0{,}1\alpha$ avec l'incidence en degrés, on peut laisser les angles tels quels dans l'équation. En revanche, le sinus prend les angles en radians, d'où la conversion de degrés en radians $\left(\frac{2\pi}{360}\right)$ pour la projection de la poussée des moteurs.

Soit :

$$mg = \frac{1}{2}\rho SV^20{,}1(\gamma_{ailes} + \theta) + 2T_{moteur}.\frac{2\pi}{360}.\theta$$

$$mg - \frac{1}{2}\rho SV^20{,}1\gamma_{ailes} = \left(\frac{1}{2}\rho SV^20{,}1 + 2T_{moteur}.\frac{2\pi}{360}\right)\theta$$

Soit :

$$\theta = \frac{mg - \frac{1}{2}\rho SV^20{,}1\gamma_{ailes}}{\frac{1}{2}\rho SV^20{,}1 + 2T_{moteur}.\frac{2\pi}{360}}$$

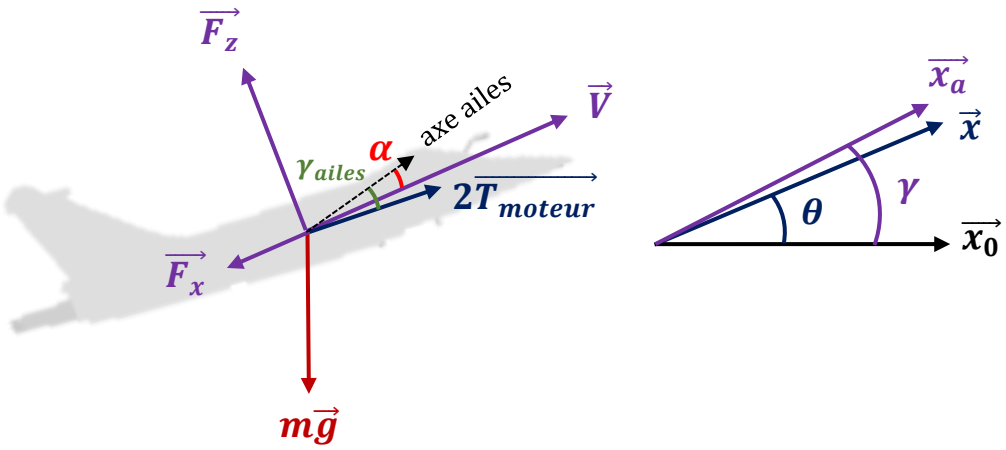
$$\theta = \frac{12\,000.9{,}81 - \frac{1}{2}1{,}225.46.76{,}7^20{,}1.5}{\frac{1}{2}1{,}225.46.76{,}7^20{,}1 + 2.75\,000.\frac{2\pi}{360}} = 1{,}8\,°$$

Et donc l'incidence vaut :

$$\alpha = 5 + 1{,}8 = 6{,}8\,°$$

Une fois que l'avion a quitté le pont, le pilote affiche une poussée lui permettant de stabiliser sa vitesse et une pente γ.

6- Faire un schéma des forces et donner la relation vectorielle du Principe Fondamental de la Dynamique, ainsi que la relation entre les différents angles.



La composante verticale de portance et la composante verticale de poussée moteurs compensent le poids et la composante verticale de trainée.
La composante horizontale de poussée moteurs compense la composante horizontale de trainée et de portance.

On a le PFD sous forme vectorielle :

$$\overrightarrow{F_a} + 2\overrightarrow{T_{moteur}} + m\vec{g} = \vec{0}$$

Et la relation entre les différents angles :

$$\theta + \gamma_{ailes} = \gamma + \alpha$$

On considère pour la question suivante que $sin\theta \approx \theta$; $sin(\gamma - \theta) \approx \gamma - \theta$; $cos(\gamma - \theta) \approx 1$ et la masse volumique est toujours égale à $1{,}225\ kg/m^3$.

7- Quelle doit être la poussée des moteurs pour assurer la montée à une vitesse de $400\ km/h$ et telle que $\theta = 28{,}6\ °$.

Aide :
-Lister les inconnues et les relations à disposition. -Projeter les PFD dans le repère avion, en supposant que la composante de trainée suivant l'axe vertical est négligeable.

On liste les inconnues de notre problème :

$$\gamma, \theta, \alpha, T_{moteur}$$

Et les relations :

1-Angles :

$$\alpha = \theta - \gamma + \gamma_{ailes} \quad (1)$$

2-Projection du bilan des forces suivant les axes avion :

2-1-Selon l'axe horizontal :

$$\left(\vec{F_a} + 2\overrightarrow{T_{moteur}} + m\vec{g}\right).\vec{x} = 0$$

$$-F_z sin(\gamma - \theta) - F_x cos(\gamma - \theta) + 2T_{moteur} - mgsin\theta = 0 \quad (2)$$

Avec l'hypothèse des petits angles :

$$-F_z(\gamma - \theta) - F_x + 2T_{moteur} - mg\theta = 0 \quad (2)$$

2-2-Selon l'axe vertical :

$$\left(\vec{F_a} + 2\overrightarrow{T_{moteur}} + m\vec{g}\right).\vec{z} = 0$$

$$-F_z cos(\gamma - \theta) + F_x sin(\gamma - \theta) + mgcos\theta = 0 \quad (3)$$

Avec l'hypothèse des petits angles et composante de trainée négligeable :

$$-F_z + mgcos\theta = 0 \quad (3)$$

Soit seulement trois relations pour quatre inconnues. Mais l'assiette est fixée puisqu'on nous donne :

$$\theta = 28{,}6\,°$$

On peut ensuite déterminer l'incidence avec la troisième relation :

$$-F_z + mgcos\theta = 0 \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2}\rho S V^2 0{,}1\alpha + mgcos\theta = 0 \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{mgcos\theta}{\frac{1}{2}\rho S V^2 0{,}1} = \frac{12\,000.9{,}81.cos0{,}5}{\frac{1}{2}1{,}225.46.111{,}1^2 0{,}1} = 2{,}97\,° \quad (3)$$

Puisque $400\ km/h = 111{,}1\ m/s$.

Puis on peut déterminer la pente par la première relation :

$$\gamma = -\alpha + \theta + \gamma_{ailes} \quad (1)$$

$$\gamma = -2{,}97 + 28{,}6 + 5 = 30{,}63\,° \quad (1)$$

Il reste la poussée à déterminer par la seconde relation :

$$-F_z(\gamma-\theta)-F_x+2T_{moteur}-mg\theta=0 \quad (2)$$

$$2T_{moteur}=mg\theta+F_z(\gamma-\theta)+F_x \quad (2)$$

En sachant que :

$$F_z\approx mgcos\theta=12\,000.9{,}81.cos0{,}5=103{,}3\ kN$$

Et avec :

$$F_x=F_{x\,ailes}+F_{x\,fuselage}=\frac{1}{2}\rho V^2\left(SC_x+(C_xS)_f\right)$$

$$=\frac{1}{2}1{,}225.111{,}1^2(46\,[0{,}01+0{,}12.0{,}297^2]+1)$$

$$=14{,}7\ kN$$

Donc :

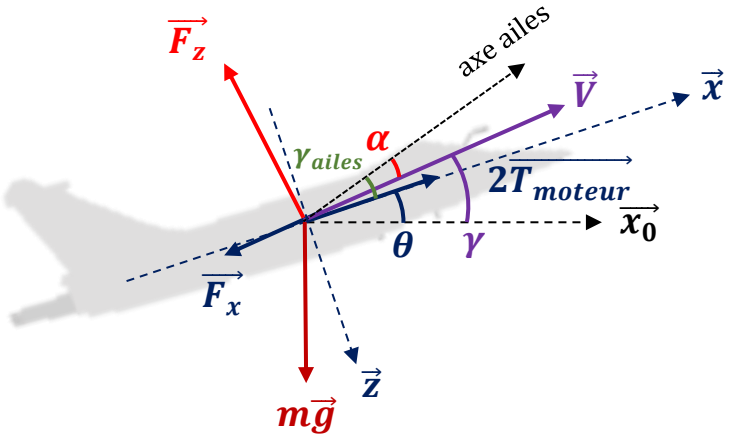
$$2T_{moteur}=12\,000.9{,}81.28{,}6\frac{2\pi}{360}+103\,300(30{,}63-28{,}6)\frac{2\pi}{360}+14\,700 \quad (2)$$

Il ne faut pas oublier de convertir la pente en radians puisque venant d'un terme de projection.

Et finalement :

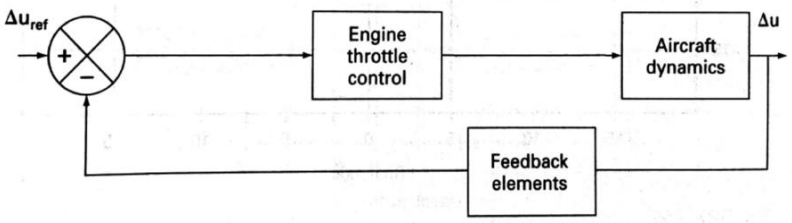
$$2T_{moteur}=77{,}2\ kN$$

Et $\theta=28{,}6\,°, \gamma=30{,}63\,°, \alpha=2{,}97\,°$:



Exercice 4 : Velocity Hold Control System

On souhaite disposer d'un système qui capture et maintient la vitesse d'un avion, choisie par le pilote. On pense d'abord à ce schéma de principe :



1- Expliquer de manière globale le principe de ce système.

La différence entre vitesse de consigne $\Delta u_{réf}$ (ou plutôt l'écart de vitesse commandé par rapport à la vitesse initiale) et (écart) de vitesse réelle Δu (mesurée au travers du bloc « Feedback éléments ») a une action sur la manette des gaz (donc poussée moteur de l'avion), ce qui permet donc de modifier sa vitesse jusqu'à atteindre la vitesse consigne, si le système fonctionne.

2- Pourquoi est-il important de rajouter des « Feedback elements » ?

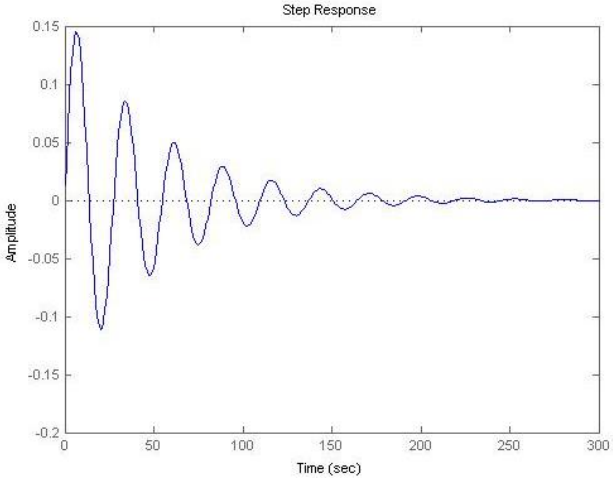
Sans ce bloc, impossible de connaitre l'impact de la variation de poussée des moteurs sur la vitesse de l'avion, donc de savoir si l'on se rapproche ou éloigne de la vitesse consigne.

3- Que représente physiquement le bloc « Aircraft dynamics » ?

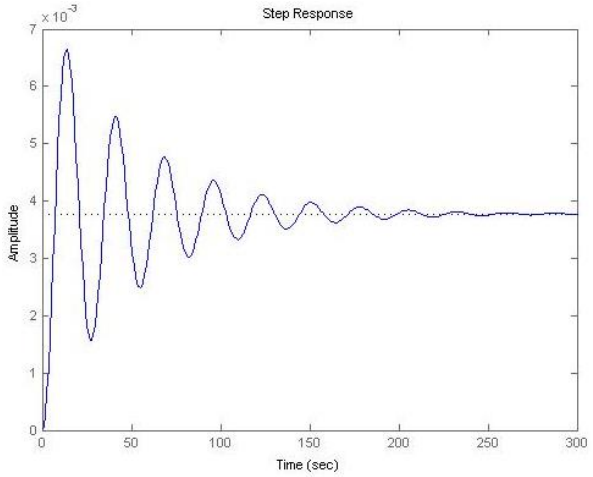
L'impact de la poussée des moteurs sur la vitesse de l'avion.

Nous allons nous intéresser à l'impact d'une variation de la position de la manette des gaz sur la vitesse longitudinale de l'avion.

Pour un échelon unitaire (variation d'un degré de la manette) on obtient :



Réponse en vitesse



Réponse en assiette obtenue en calculant la fonction de transfert sur l'assiette $\frac{\Delta\theta(s)}{\Delta\delta_T(s)}$

4- Expliquer ce qu'il se passe, et donner la valeur de la période des oscillations, ainsi que l'amortissement.

On s'aperçoit que suite à un échelon d'un degré à la manette des gaz, l'avion oscille lentement en vitesse et assiette (c'est le mode « Phugoïde »), mais surtout se stabilise à une nouvelle assiette en retrouvant la vitesse de départ…

Finalement lorsque l'on applique une variation de poussée, l'avion atteint un nouvel état d'équilibre où l'incrément de poussée compense l'incrément de composante de poids suivant l'axe longitudinal due à la variation d'assiette.

Pour retrouver la période des oscillations on mesure l'écart entre deux pics, et on trouve à peu près $27\ s$.

Pour l'amortissement, on peut dire que l'expression de la vitesse s'écrit :

$$\Delta u(t) = Ke^{-\xi\omega_n t}sin(\omega_p t)$$

Si l'on prend les points à $t = 50$ et $100\ s$ alors on a :

$$\Delta u(50) = -0{,}06 = -Ke^{-\xi\omega_n 50}$$

$$\Delta u(100) = -0{,}02 = -Ke^{-\xi\omega_n 100}$$

Donc :

$$\frac{\Delta u(50)}{\Delta u(100)} = \frac{0{,}06}{0{,}02} = e^{-\xi\omega_n(50-100)} \rightarrow ln\left(\frac{0{,}06}{0{,}02}\right) = -\xi\omega_n(50-100)$$

Soit :

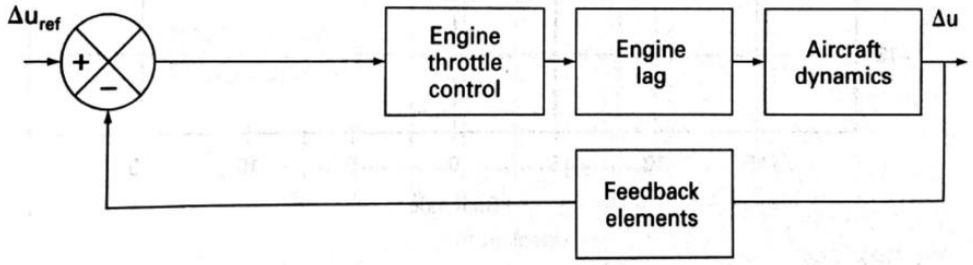
$$1{,}1 = 50\xi\omega_n \rightarrow \xi\omega_n = 0{,}02\ s^{-1}$$

Tout cela reste bien sûr approximatif, seule la méthode pour trouver un résultat (cohérent) était notée.

5- Quelle conclusion peut-on en tirer vis-à-vis de notre système de maintien de la vitesse ?

La variation de poussée est convertie en assiette plutôt qu'en vitesse. Il va donc falloir trouver un moyen de contrôler la poussée de façon à ce que l'avion modifie bien sa vitesse et la conserve…
De plus les oscillations (même si elles sont amorties), doivent être réduites pour une meilleure efficacité.

Retour à notre système de maintien de la vitesse, en tenant compte cette fois du comportement du moteur au travers du bloc « Engine Lag » :



On considère le bloc « Feedback éléments » comme étant un gain pur k_{fb}.

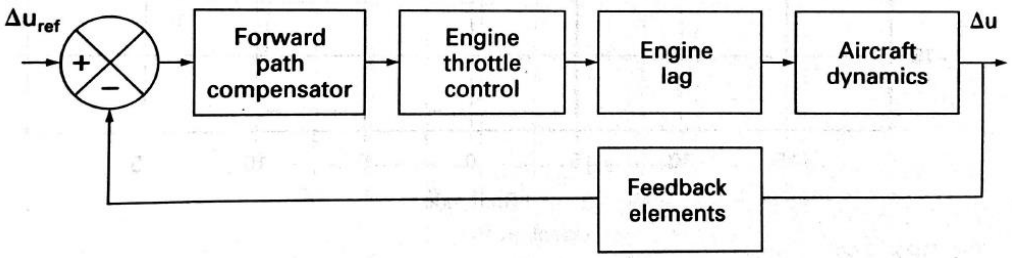
6- Soulever de manière globale les potentiels problèmes que l'on peut rencontrer si l'on fait fonctionner ce système sur cet avion.

Nb :
On donne en annexes la réponse de chaque bloc à un échelon unitaire.

D'après l'étude de la dynamique de l'avion vue précédemment, on peut déjà douter du fait que le système puisse fonctionner en l'état. Il risque de commander une assiette plutôt qu'une vitesse.

De plus, on voit que les moteurs développent leur poussée avec un certain retard. Combiné à la dynamique oscillatoire de l'avion, il est fort probable que la vitesse oscille elle aussi.

Finalement, nous rajoutons un correcteur avant l'application de l'ordre à la manette sous la forme d'un bloc « Forward path compensator » :



Sachant que l'on a les fonctions de transfert :
-« Forward path compensator » :

$$k_a \frac{s+0{,}1}{s}$$

Avec k_a une constante.
-« Engine throttle control » :

$$\frac{10}{s+10}$$

-« Engine lag » :

$$\frac{1}{s+0{,}1}$$

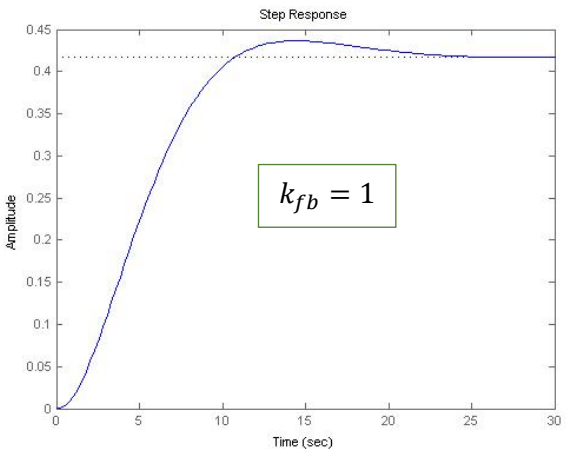
-« Aircraft dynamics » :

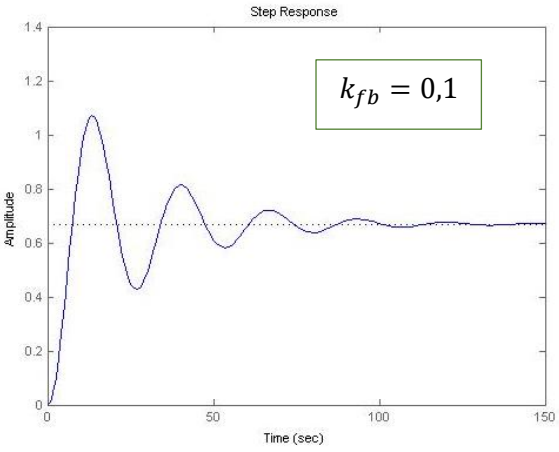
$$\frac{0{,}038s}{s^2+0{,}039s+0{,}053}$$

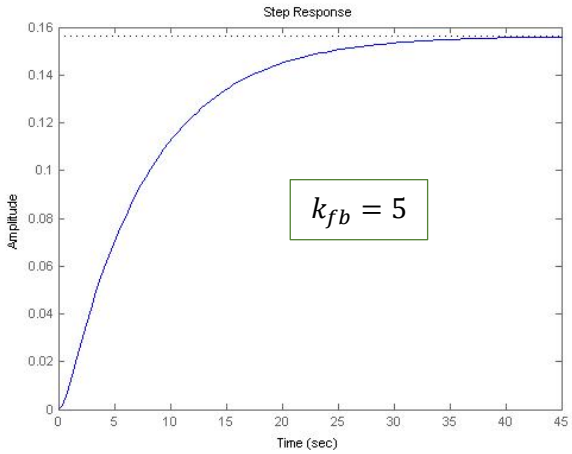
-« Feedback elements » :

$$k_{fb}(10s+1)$$

Pour un échelon consigne d'amplitude $\Delta u_{ref} = 1\, m.s^{-1}$, on observe la réponse de l'avion.
On fixe le gain $k_a = 1$. Avec différentes valeurs de gain k_{fb} on a :





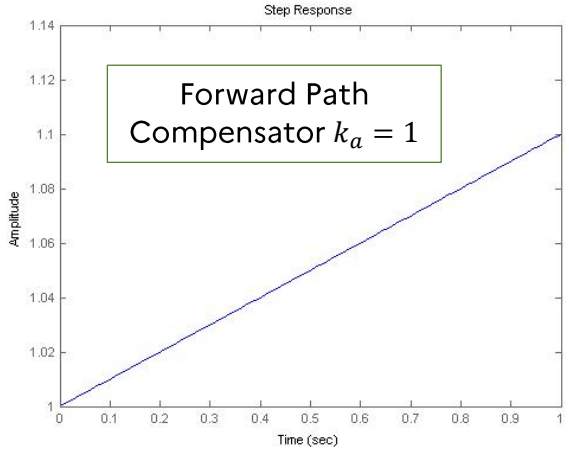


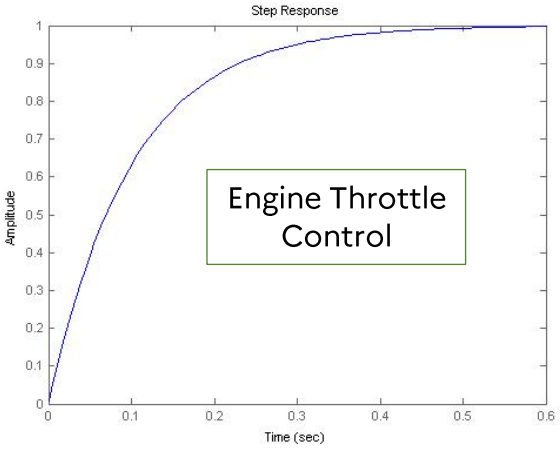
7- Quels sont les avantages/inconvénients de chaque jeu de gains.

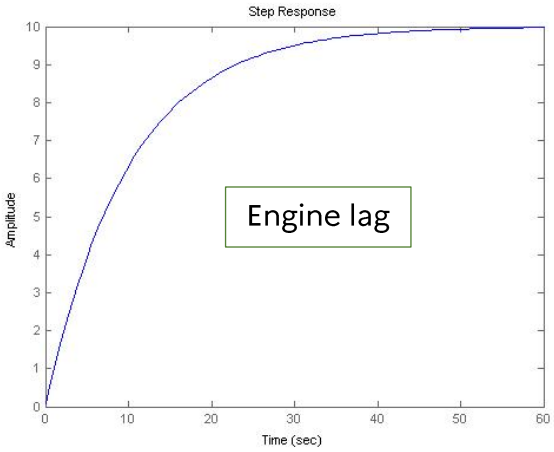
On voit que l'augmentation du gain k_{fb} diminue les « overshoots », mais aussi la valeur finale, donc augmente l'erreur (il faut que l'on atteigne 1)…

Le bon compromis semble être le gain $k_{fb} = 1$.

Annexes :


Step Response
Forward Path
Compensator $k_a = 1$
Amplitude
Time (sec)


Step Response
Engine Throttle
Control
Amplitude
Time (sec)


Step Response
Engine lag
Amplitude
Time (sec)

Exercice 5 : Freinage d'un obus par la neige

Un obus de **diamètre** $\boldsymbol{d = 100\ mm}$ et de **masse** $\boldsymbol{m = 10\ kg}$ pénètre dans la neige tassée à :

$$\boldsymbol{T_{neige} = 0°C}$$

Il s'enfonce de $\boldsymbol{l = 5m}$ sans éclater selon une trajectoire rectiligne selon l'axe **AB**. Le mouvement de l'obus est **hélicoïdal**; quand il rentre en contact avec la neige au point **A**, sa vitesse de rotation autour de son axe est :

$$\boldsymbol{\omega_A = 200\ rad/s}$$

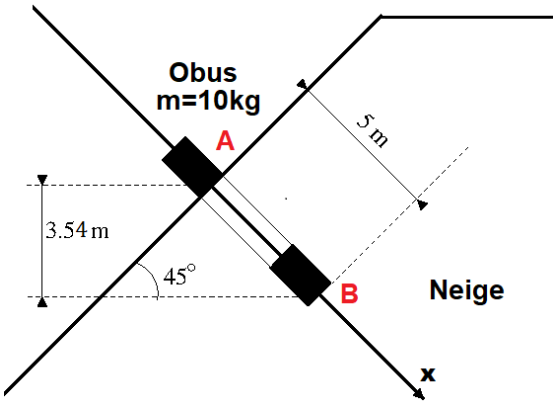
Sa vitesse de translation :

$$\boldsymbol{v_A = 100\ m/s.}$$

Sa température est :

$$\boldsymbol{T_{obus} = 40°C}$$

Le repère défini par $(AB\vec{x})$, a pour origine spatiale et temporelle le point **A** $(\boldsymbol{x_A = 0\ m, t_A = 0\ s})$.



Données utiles :

- *Pour le calcul du moment d'inertie J_Δ on assimilera l'obus à un cylindre plein de 100mm de diamètre :* $J_\Delta = \frac{mD^2}{8}$
- *La quantité de chaleur dégagée par un objet chaud en contact avec un milieu froid est* $\Delta Q = mc_p\Delta T$ *(avec* m*, la masse de l'objet,* c_p *sa chaleur spécifique à pression constante* $\left(en\ \frac{J}{Kg.K}\right)$ *et* ΔT *l'écart de température.*
- *L'énergie cinétique d'un solide indéformable en rotation autour d'un axe* Δ *est :*

$$E_{cin} = J_\Delta \frac{\omega_\Delta^2}{2}$$

  Avec ω_Δ *sa vitesse angulaire.*
- *Théorème du moment cinétique (ou de l'accélération angulaire) :*

$$\sum M_{\Delta,F_{ext}} = J_\Delta \frac{d\omega}{dt}$$

- *Théorème de l'énergie cinétique :* $\Delta E_{cinetique}\big|_A^B = \sum W_{F_{ext}}\big|_A^B + \sum W_{F_{int}}\big|_A^B$

On souhaite dans un premier temps calculer la force de frottement longitudinale notée $\vec{R}$ associée au frottement obus/neige.

a/ Déterminer γ, l'accélération de l'obus en fonction des forces s'exerçant sur celui-ci : la force de frottement Obus/neige notée $\vec{R}$ (frottement solide) et le poids noté $\vec{P}$. On projettera sur l'axe $(AB\vec{x})$.

Appliquons le PFD :

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}(t)$$

$$m\vec{\gamma}(t) = \vec{R} + \vec{P}\cos(\alpha)$$

En projetant sur l'axe ABx,

$$m\gamma(t) = R + mg\cos(\alpha)$$

$$\gamma = \frac{R}{m} + g\cos(\alpha)$$

b/Exprimer les équations du mouvement qui en découlent et en déduire une expression de γ en fonction de v_A et t_B (t_B étant le temps que met l'obus pour arriver à son point d'arrêt B).

$$\gamma(t) = \frac{R}{m} + g\cos(\alpha)$$

$$v(t) = v_A + \gamma t$$

$$x(t) = v_0 t + \frac{\gamma t^2}{2}$$

avec $v(t_A) = v(0) = v_0 = v_A$ et $v(t_B) = v(t_B) = v_A = \gamma t_B$

$x(t_A) = x(0) = x_0 = 0$ et $x(t_B) = x(t_B) = v_0 t_B + \frac{\gamma {t_B}^2}{2} = l$

On peut déduire

$$t_B = -\frac{v_A}{\gamma}$$

$$-\frac{v_A^2}{\gamma} + \frac{{v_A}^2}{2\gamma} = -\frac{{v_A}^2}{2\gamma} = l$$

Finalement

$$-\frac{{v_A}^2}{2l} = \gamma = \frac{-10000}{10} = -10^3\ m/s^2$$

$$t_B = \frac{-100}{-1000} = 0.1\ s$$

c/Déduire des questions **a/** et **b/** l'expression et la valeur numérique de la force de frottement $|\vec{R}|$.

$$\gamma(t) = \frac{R}{m} + g\cos(\alpha)$$

$$R = m\gamma - mg\cos(\alpha) = -10^4 - 10 \times 9{,}81 \times 0.707 = -10069.35\ N$$

Nous souhaitons maintenant calculer le couple de frottement noté C_f.

d/Etablir les équations du mouvement autour de l'axe de l'obus, sachant que le seul moment s'appliquant à l'obus est le couple de frottement C_f.

$$\sum M_{\Delta,F_{ext}} = J_\Delta \frac{d\omega}{dt} = \frac{mD^2}{8} . \frac{d\omega}{dt} = C_f$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{8C_f}{mD^2}$$

e/Après intégration des équations du mouvement, déterminer l'expression du couple de frottement C_f, ainsi que sa valeur numérique (en supposant que la rotation s'arrête en même temps que la translation).

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{8C_f}{mD^2}$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{8C_f}{mD^2}\, t$$

Or $\omega(t_A) = \omega(0) = \omega_A = 200\ rad/s$

$$\omega(t_B) = 0 = \omega_A + \frac{8C_f}{mD^2}\, t_b$$

On peut en déduire C_f :

$$C_f = -\frac{\omega_A m D^2}{4t_b} = -\frac{200 \times 10 \times 0.1 \times 0.1}{8 \times 0.1} = -25\ N.m.rad$$

Estimation de la masse de neige passant de l'état solide à l'état liquide.

- *le travail des forces intérieures correspond à la somme du travail de la force de frottement R et du travail du couple de frottement C_f. Il s'agit du* ***travail de frottement****.*
- *Le travail des forces extérieures correspond uniquement au travail du poids de l'obus.*

f/Exprimer la variation de l'énergie cinétique $\Delta E_{cinetique}\big|_A^B$ de l'obus en fonction de m, J_Δ, v_A et ω_A. Donner une valeur numérique.

$$\Delta E_{cinetique}\big|_A^B = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) + J_\Delta \frac{(\omega_B^2 - \omega_A^2)}{2}$$

$$\Delta E_{cinetique}\big|_A^B = -\frac{1}{2}mv_A^2 - J_\Delta \frac{\omega_A^2}{2}$$

$$\Delta E_{cinetique}\Big|_A^B = -\frac{1}{2}10^5 - \frac{4\times10^3}{16} = -5\times10^4 - 0.25\times10^3 = -50250\,J$$

g/Exprimer le travail des forces extérieures $\sum W_{F_{ext}}\Big|_A^B$ puis calculer la valeur numérique associée.

$$\sum W_{F_{ext}}\Big|_A^B = P\times h = 10\times9.81\times3{,}54 = 347{,}27\,J$$

h/Déduire des questions **f/** et **g/** la valeur numérique de $\sum W_{F_{int}}\Big|_A^B$ correspondant au travail de frottement.

On utilise le théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_{cinetique}\Big|_A^B = \sum W_{F_{ext}}\Big|_A^B + \sum W_{F_{int}}\Big|_A^B = -50250\,J = 347{,}27 + \sum W_{F_{int}}\Big|_A^B$$

$$\sum W_{F_{int}}\Big|_A^B = -50250 - 347.27 = -50597{,}27\,J$$

On souhaite maintenant estimer la masse de neige qui a fondu suite au contact avec l'obus.

- *Le **travail de frottement** est entièrement transformé en chaleur et cédé à la neige ! Si l'on souhaite estimer l'énergie totale cédée à la neige, il faut aussi ajouter la chaleur dégagée par l'échange thermique entre l'obus et la neige dû à l'écart de température entre les deux milieux.*

i/Calculer la quantité de chaleur dégagée ΔQ sachant que la chaleur spécifique du matériau constituant l'obus est $c_p = 0.48\frac{J}{g.K}$. En déduire l'énergie totale cédée par l'obus à la neige.

$$\Delta Q = mc_p\Delta T = 10\times480\times40 = 192\,000\,J$$

L'énergie totale cédée à la neige est :

$$192\,000\,J + 50597{,}27\,J = 242\,597{,}27\,J$$

j/ Sachant que la chaleur massique de fusion de la neige est $c = 334\,kJ/kg$. Estimer la masse de neige qui a fondu suite au contact avec l'obus.

$$m_{neige} = \frac{242\,597{,}27}{334000} = 0{,}726\,kg$$