DGA Essais en vol | Site d'Istres | EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée : CAER		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

SESSION DU 16 NOVEMBRE 2015

CONTRÔLEURS D'AÉRONAUTIQUE D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

<u>Durée</u> : 1,5 heure - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM :
Date :
Signature :

NOTE : /20

QUESTION N° 1 (3 points)

A l'aide de l'analyse dimensionnelle, retrouvez α, β, γ dans la formule donnant la fréquence de vibration d'une corde, sachant qu'elle est de la forme :

$$N = K\, l^{\alpha}\ T^{\beta}\ \mu^{\gamma}$$

où : - N = fréquence de la vibration
- T = force de tension
- K = constante sans dimension
- l = longueur de la corde
- μ = masse linéique de la corde

QUESTION N° 2 (2 points)

On considère un rotor principal d'hélicoptère Super Puma dont le diamètre est 15,58 m. En sachant que le nombre de Mach en bout de pale est limité à 0,95, quelle est la vitesse indiquée maximale de l'hélicoptère lorsqu'il est au régime rotor maximal de 310 t/min dans les conditions Zp = 0 et T = + 15 °C.

On donne la formule permettant de calculer la vitesse du son a dans l'air (considéré comme un gaz parfait) à la température T dans le système SI : $a = \sqrt{(\gamma R T)}$
D'autre part, la vitesse V de tout objet se déplaçant dans l'air peut s'écrire en fonction de la vitesse du son avec la formule $V = a\,M$ où M est le nombre de Mach

NOTA : $\gamma = 1,4$ et $R = 287$

QUESTION N° 3 (4 points)

Un aéronef décolle au niveau de la mer sur une piste de 2400 mètres en 22 secondes après avoir parcouru 690 mètres. Le mouvement est considéré uniformément accéléré jusqu'à ce que les roues quittent le sol et la force de traînée est négligée pour cette phase.

Calculez :

- l'accélération γ
- la vitesse en kts acquise lorsque l'avion a parcouru 450 mètres
- la distance parcourue lorsque la vitesse atteint 80 kt
- la vitesse acquise en kts au moment où les roues de l'avion quittent le sol

On donne : $g = 9,81\ m.s^{-2}$

QUESTION N° 4 (6 points)

Un ressort vertical, de masse négligeable et de longueur au repos L_R, est fixé en son extrémité supérieure.

En son extrémité inférieure, on accroche une masse M considérée comme ponctuelle.

Si L est la longueur du ressort à un instant donné, on appelle raideur k du ressort le rapport entre la force de rappel F qu'il génère et son élongation $L - L_R$: $F = k (L - L_R)$

On note g l'accélération de la pesanteur ;

1) Quelle est la dimension, en unités SI, de la raideur k d'un ressort ?

2) Quelle est la longueur L_E du ressort à l'équilibre ?
Que fait la masse si elle est écartée de sa position d'équilibre ?

3) Depuis cette position d'équilibre, on soulève la masse d'une hauteur telle que la longueur du ressort devienne L_0, avec $L_R < L_0 < L_E$. A l'instant t = 0, on lâche la masse M.
Quelle sera la forme du mouvement ?
Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de la masse M.
En recherchant la solution de cette équation sous la forme $L = A \sin (\omega t + \varphi)$, calculez la période du mouvement en fonction de m et de k.

4) Donner l'expression littérale de l'énergie potentielle, de l'énergie élastique et de l'énergie cinétique de la masse en L_0, L_E et au point le plus bas de sa trajectoire.

5) Pour quelle position de M la vitesse est-elle maximale ?

6) En appliquant le principe de la conservation de l'énergie, calculez l'énergie cinétique en ce point. En déduire la vitesse maximale.

Application numérique :

- $k = 10$ unités SI
- $M = 500$ g
- $g = 10$ m/s^2
- $L_R = 15$ cm
- $L_0 = 17$ cm

QUESTION N° 5 (5 points)

De l'air considéré comme un gaz parfait est contenu dans un cylindre de section S fermé par un piston.

Les conditions ambiantes sont P_A et T_A (pression et température atmosphériques).

Les conditions initiales de l'air dans le cylindre sont :

- pression = P_0
- température $T_0 = T_A$
- longueur de cylindre occupée par l'air = L_0

Le rapport des chaleurs spécifiques de l'air est noté γ.

1) L'air est comprimé au moyen du piston de façon à ce que la longueur de cylindre disponible devienne L_1.

   A quelle condition cette transformation peut-elle être considérée comme adiabatique ?

   En supposant cette transformation adiabatique, quelle est la température de l'air dans le cylindre immédiatement après la compression ?

2) A l'issue de cette compression, l'air contenu dans le cylindre échange de la chaleur avec l'extérieur par l'intermédiaire des parois du cylindre, son volume restant constant.

   Quelle est la pression de l'air dans le cylindre lorsque l'équilibre est atteint ?

Application numérique :

- température ambiante = 15°C
- $P_0 = 1{,}5\ 10^5$ Pa
- $L_1 = 0{,}5\ L_0$

DGA Essais en vol | Site d'Istres | EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée : CAER		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION AU

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

SESSION DU 14 NOVEMBRE 2016

CONTRÔLEURS D'AÉRONAUTIQUE D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 1 heure - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM : Date : Signature :	NOTE : /20

EXERCICE N° 1 (5 points)

Proposé antérieurement

EXERCICE N° 2 (3 points)

Proposé antérieurement

EXERCICE N° 3 (6 points)

Déterminez la force constante agissant sur un avion embarqué Super-Etendard de 12,5 tonnes dans les cas suivants :

1. Il est accéléré du repos jusqu'à 250 km/h en 2,2 s au catapultage.

2. Il est freiné de 180 km/h jusqu'au repos en 40 m par un brin d'arrêt accroché par sa crosse d'appontage (le mouvement de l'avion est dans la direction positive de l'axe des x).

Notes :

1) On considèrera que l'accélération et la décélération sont constantes pour ces deux cas (faux en toute rigueur).

2) Une approche énergétique (Bilan) sera utilisée pour répondre aux questions.

EXERCICE N° 4 (6 points)

Proposé antérieurement

DGA Essais en vol | Site d'Istres | EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée : CAER		
(* Rayer les mentions inutiles)		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

SESSION DU 13 NOVEMBRE 2017

CONTRÔLEURS D'AÉRONAUTIQUE D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 1 heure - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM : Date : Signature :	NOTE : /20

EXERCICE N° 1 (4 points) :

La vitesse de propagation des ondes sonores dans un gaz peut se mettre sous la forme :

$$V = k.P^a.\rho^b$$

Commenté [FM1]: a = ½ b = -½

où k est un coefficient sans dimension.

P et ρ sont respectivement la pression et la masse volumique du gaz.

Déterminer, par l'analyse dimensionnelle, l'expression de V.

EXERCICE N° 2 (5 points) :

Dans un gaz à haute température (où les phénomènes thermiques ne peuvent plus être négligés), le nombre de Prandtl est un paramètre de similitude sans dimension qui peut être vu comme un indicateur de l'importance relative des phénomènes aérodynamiques par rapport aux phénomènes thermiques.
Comme les nombres de Mach, Reynolds etc., la similitude des phénomènes physiques observés (par exemple entre des conditions de vol réelles et en soufflerie) n'est possible que pour des valeurs proches de Pr caractérisant les deux environnements.

$$Pr = \mu.\ \lambda^a.C_p^{\ b}$$

Commenté [FM2]:
a = -1
b = 1

où :

$\mu = \nu * \rho$ (ρ est la masse volumique)

ν est la viscosité cinématique en m²/s

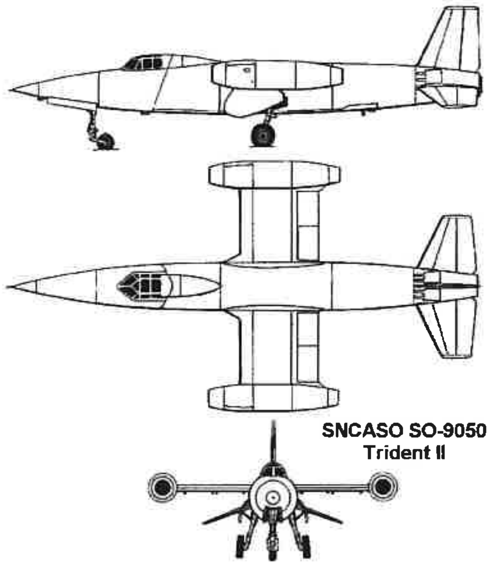
λ est la conductivité thermique en W/(m.K)

C_p est la capacité thermique massique (ou « chaleur massique ») du gaz à pression constante en J/(kg.K)

Déterminer les valeurs respectives des coefficients a et b.

EXERCICE N° 3 (5 points) :

Le retour du Trident



Contexte :

Devant la prolifération de menaces aériennes et balistiques imposant des temps de réaction très courts et des distances importantes à parcourir, l'Etat-Major des armées et la DGA ont décidé de revisiter le concept issu de la fin des années 1950 d'intercepteur « Trident » à propulsion mixte (deux réacteurs aux extrémités d'ailes et un moteur fusée en propulsion centrale).

On démontre que la meilleure pente de montée d'un aéronef à réaction s'effectue à l'incidence de finesse maximale de l'avion f_{max} qui est aussi l'incidence à laquelle la traînée est minimale (par définition et dans le cas général, la finesse est égale au rapport entre portance R_z et traînée R_x : $f = R_z/R_x$).

Commenté [FM3]: Donner fmax : check

Le Trident V est conçu de telle manière (profil et calage/incidence de l'aile principalement) que, lorsque la pente maximale réalisable au décollage à M_{TOM} est réalisée, l'incidence de l'avion soit nulle.

Dans ces conditions, le vecteur vitesse, la ligne de foi du fuselage et les poussées des 3 moteurs sont contenus dans le même plan et l'assiette géométrique de l'avion est donc considérée comme égale à la pente.

Lancement : on considère les poussées et la masse du Trident M_{TOM} constantes

1) Donner l'expression et calculer la pente maximale (i.e. l'avion ne peut pas accélérer davantage) atteignable par l'avion au décollage.
   On fera l'hypothèse des « petits angles » pour le cosinus ($\cos(x)\sim 1$) dans cette seule question et il est demandé de faire un schéma (sur feuille libre au besoin).

Pour minimiser la masse de cet avion-fusée, son train d'atterrissage est dimensionné pour la fin de sa mission, avec peu de carburant restant. Il est donc accéléré sur une rampe en sortie de laquelle il atteint les conditions calculées précédemment.

2) Quelle doit être la portance développée en sortie de rampe ?
   Que vaut alors la traînée ?

3) Calculer le facteur de charge n (rapport portance/poids) – sans dimension – en sortie de rampe.

On accélère l'intercepteur sur la rampe grâce à une catapulte électromagnétique qui fournit constamment un surcroît d'accélération longitudinal de $2g_0$ sur une première partie horizontale jusqu'à obtenir la vitesse précédemment calculée puis, selon un tremplin assimilé à un arc de cercle, assure le maintien de cette vitesse jusqu'à la sortie de la rampe à la pente calculée précédemment.

1) Considérant la poussée fournie comme constante en module, et en négligeant la traînée aérodynamique, estimer la longueur minimale de la rampe horizontale.

Commenté [FM4]: Au moins sur 3/10 de point si on fait 8 questions au total

NOTE : MTOW = MTOM dans les explications

C'est une question de STATIQUE (**mouvement rectiligne uniforme** en sortie de rampe, l'engin, considéré de masse constante, n'accélère pas). On pose donc $\Sigma F = 0$ Il vient selon l'axe de propulsion (x) : $T_{totale} - M_{TOW}.g_0.\sin(\gamma_{max}) - Rx(\gamma_{max}) = 0$ et selon (z) : $Rz(\gamma_{max}) - M_{TOW}.g_0.\cos(\gamma_{max}) = 0$. γ_{max} étant supposé « petit », on pose $\cos(\gamma_{max}) = 1$.
$f_{max} = \max(Cz/Cx) = Rz(\gamma_{max})/Rx(\gamma_{max})$ donc $Rx(\gamma_{max}) = M_{TOW}.g_0/f_{max}$. et on peut réécrire selon (x) :
$T_{totale} - M_{TOW}.g_0.\sin(\gamma_{max}) - M_{TOW}.g_0/f_{max} = 0$
Dès lors, il vient :
$\sin(\gamma_{max}) = T_{totale}/M_{TOW}.g_0 - 1/f_{max}$ et on trouve $\gamma_{max} = 0.8$ rad = 48.4° (sans approximation sur le cosinus, on trouve quelque chose de très voisin)

Commenté [FM5]: .
$Rz = M_{TOW}.g_0.\cos(\gamma_{max}) = 216575$ N
$Rx = Rz*f = 37341$ N

Commenté [FM6]: n =0.66

Commenté [FM7]: On néglige la traînée Rx qui fait en gros 12% de la poussée totale en sortie de rampe, et ZERO au démarrage. On en déduit $nXa.g0.M_{TOW} = (T-\cancel{Rx})$ donc $nxa = T/(g0.M_{TOW}) = T/W = 0.92$
nxaTOTALE = 0.92 + 2 donc gxa totale = 2.92*9.81 = 28.64 m/s^2
Le TEMPS pour atteindre la vitesse en sortie de rampe est de 161/28.64 = 6 secondes environ (5.61s).
$X = 1/2*28.64*5.61^2 = 451$ m

Accélération de la pesanteur :	g0	= 9.81 m/s²
Masse volumique de l'air au niveau de la mer (décollage)	ρ_0	= 1.225 kg/m^3

Trident V (cellule)

Longueur :	L	= 32.7 m
Envergure totale (hors nacelles moteur, non portantes) :	b_{aile}	= 11.43 m
Surface Alaire (référence des coeffs aérodynamiques) :	S_{REF}	= 62.25 m²
Corde moyenne :	c	= 5.44 m
Allongement :	A	= 2.10
Masse maximale au décollage :	M_{TOM}	= 33240 kg
Masse à vide (avec armement et carburant résiduel) :	M_{ZFM}	= 16395 kg
Coefficient de traînée à portance nulle (subsonique) :	Cx_{0sub}	= 0.038 (référence S_{REF})
Finesse maximale (subsonique) :	f_{max}	= 5.8

Moteur M-88

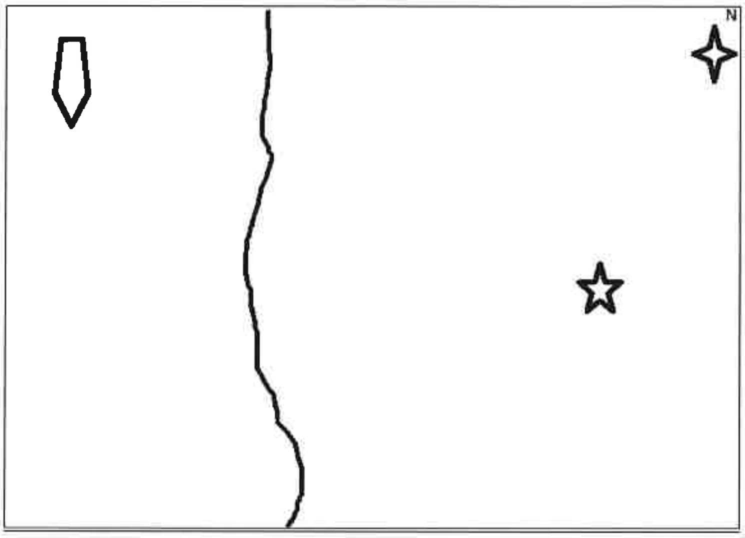
Poussée unitaire pleins gaz avec post-combustion :	$F_{M88\text{-}PC}$	75000	N
Poussée unitaire pleins gaz « secs » :	$F_{M88\text{-}sec}$	50000	N
Consommation spécifique pleins gaz avec post-combustion :	SFC_{PC}	4.72E-05	kg/(N.s)
Consommation spécifique pleins gaz « sec » :	SFC_{sec}	2.22E-05	kg/(N.s)
Débit d'air nominal (@ 100% RPM) :	Q_{M88}	65	kg/s
Diamètre du Fan	D_{fan}	0.696	m
Taux de compression	τ_C	24.5	:1
Taux de dilution	τ_D	0.3	:1
Température d'entrée turbine	τ_T	1850	K

Moteur-fusée Vinci

Poussée unitaire	F_{VINCI}	150000 N
Stoechiométrie LOX/LH2 (en masse)	$\tau_{LOX/LH2}$	5.8:1
Pression de chambre	$P_{chambre}$	6.08E+06 Pa
Impulsion spécifique	I_{SP}	465 s
Vitesse d'éjection des gaz	Ve_{VINCI}	4562 m/s
Ratio d'expansion de tuyère	τ_{nozzle}	240:1
Puissance de la turbopompe LOX	$Pw_{LOX\text{-}TP}$	3.50E+05 W
Puissance de la turbopompe LH2	$Pw_{LH2\text{-}TP}$	2.40E+06 W

EXERCICE N° 4 (6 points) :

Carrier Command



Un bâtiment de projection et de commandement, assisté d'un groupe de soutien (en haut à gauche sur le dessin) fait route à la vitesse de 20 nœuds et à 200 milles marins au large, parallèlement à la côte sensiblement Nord-Sud d'un pays à problèmes. Et c'est là que vous intervenez en tant que planificateur de mission.

Son groupe aéromobile embarqué doit exfiltrer des prisonniers dans un camp situé à 500 milles marins à l'intérieur des terres (représenté par l'étoile à cinq branches sur le dessin). Il disposera de 30 minutes maximum sur zone pour mener à bien l'opération, avant que d'éventuels renforts appelés par les gardes du camp ne viennent compliquer la situation. Cette durée ne peut être étendue pour conserver des marges en autonomie carburant compatibles d'alea divers (météo, menaces etc.). On la considèrera comme nominale (i.e exactement 30 minutes seront passées sur zone), pour la planification de la mission.

Le groupe aéromobile est constitué, entre autres, de drones et d'hélicoptères hybrides à grande vitesse, fixant la vitesse d'avancement du dispositif autour de 240 nœuds.

Au moment où le dispositif arrivera sur zone (camp de prisonniers), le groupe naval sera exactement à l'ouest du camp (relèvement 270°) et gardera le même cap jusqu'à la récupération des aéronefs.

L'arrivée sur zone est prévue à 03h00 du matin (heure locale).

Déterminez les grandes lignes et la timeline de l'opération (en heures locales, sans vent):

a) l'heure de décollage du dispositif
b) La route à prendre à l'aller
c) L'heure de franchissement de la côte à l'aller **ET** au retour
d) La route de retour
e) L'heure de la récupération (entrée dans la zone de contrôle du bateau)
f) Le temps total de navigation aérienne du dispositif (temps sur zone compris)

DGA ESSAIS EN VOL BASE D'ESSAIS D'ISTRES EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée* :	CAER	

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

SESSION DU 12 NOVEMBRE 2018

CONTRÔLEURS D'AERONAUTIQUE D'ESSAIS ET DE RECEPTION

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 1 heure - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM : Date : Signature :	NOTE : /20

EXERCICE N° 1 (4 points)

1. Déterminer l'unité, dans le SI, de la permittivité du vide ε_0 sachant que cette constante apparait dans l'équation suivante (loi de Coulomb) :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2}$$

où F est une force, q est une charge électrique qui s'exprime en Coulomb ($1\ C = 1\ A.s$) et r une longueur.

2. On rappelle en outre la relation qui lie la tension u [V] et la charge électrique q [C] aux bornes d'un condensateur de capacité C [F] : $q = Cu$
En déduire une expression différente de l'unité de la permittivité du vide ε_0 utilisant le Farad [F].

EXERCICE N° 2 (4 points)

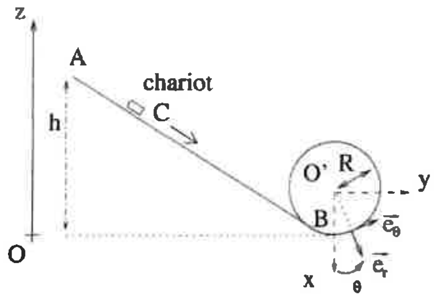


Figure1: Schématisation du problème

On étudie numériquement la trajectoire d'un chariot de parc d'attraction, de masse m=10 tonnes. Ce chariot part du point A, descend le long du plan incliné et entre ensuite dans un looping haut de R=40 m, où l'on suppose qu'il peut parcourir plusieurs tours.

Les courbes de la Figure 2 représentent l'évolution au cours du temps de l'énergie cinétique $\mathbf{E_c}$, de l'énergie potentielle $\mathbf{E_p}$, de l'énergie totale $\mathbf{E_m}$ et l'évolution de la réaction normale $\mathbf{R_n}$ du looping sur le chariot.

On prendra : $g = 10\ m/s^2$.

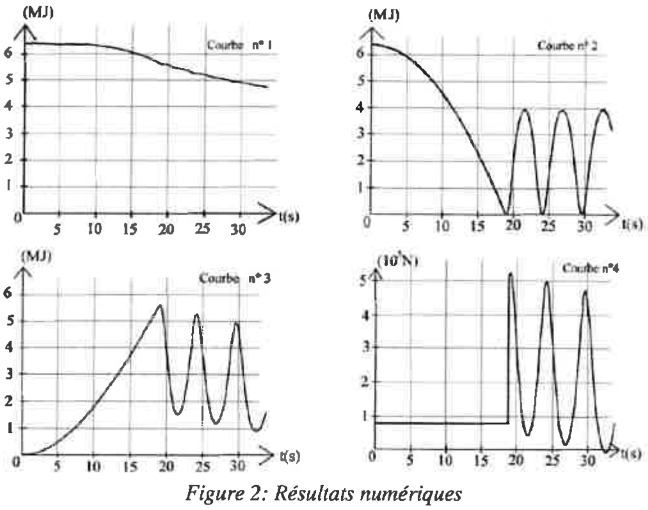


Figure 2: Résultats numériques

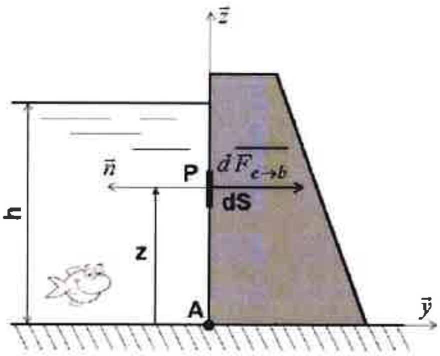
1. Associer à chaque courbe de la Figure 2 la grandeur représentée. La simulation prend-elle en compte des frottements et autres sources de dissipation ?

2. Calculer la hauteur initiale *h* et la vitesse initiale *V0* du chariot, et la vitesse maximale *Vmax* qu'il atteint.

3. À quelle date le chariot quitte-t-il le looping et combien de tours entiers a-t- il effectué avant de se décoller du looping ?

EXERCICE N° 3 (8 points)


Barrage du Revest les Eaux (Var)



On note h la hauteur de la retenue d'eau située en amont du barrage et L la largeur de celui-ci (supposée constante).
On s'intéresse au point P situé à la hauteur z et on pose dS l'élément de surface du barrage autour ce point.

1.
   a. En appliquant la loi fondamentale de l'hydrostatique, donner l'expression de $p(z)$ la pression au point P.
   On notera ρ_e la masse volumique de l'eau, g de l'accélération de pesanteur terrestre, et p_a la pression atmosphérique au niveau de la surface.

   b. Dans la suite de l'exercice, on négligera la contribution liée à la pression atmosphérique au niveau de la surface. Justifier quantitativement cette hypothèse en considérant $\boldsymbol{h = 100\ m}$.

2. Écrire l'expression de la force élémentaire $\overrightarrow{dF_{e\to b}}$ de l'eau sur le barrage au point P.

3. En déduire l'expression et la valeur numérique du torseur d'action mécanique qu'exerce l'eau sur le barrage écrit au point A, soit : $\{T_{e\to b}\}_A = \{\overrightarrow{F_{e\to b}}\ ;\ \overrightarrow{M_{A,e\to b}}\}$.

4. Déterminer la hauteur du point B, notée h_B, de sorte que le torseur d'action mécanique exprimé en ce point soit un glisseur (moment égal à zéro).

EXERCICE N° 4 (4 points)

Figure 1: Pilote pressé de voler ou qui ne veut pas être mouillé ?

Dans cet exercice, on se propose de répondre à l'éternelle question : sous la pluie, est-il préférable de marcher ou de courir pour se mouiller le moins possible ?

Pour ce faire, notre pilote est assimilé à un parallélépipède rectangle de dimensions h, l, et L et se déplace à vitesse constante $\vec{V}$ par rapport au sol.

La pluie tombe à la vitesse $\vec{U}$ dans le plan (Oxy). Le nombre de gouttes de pluies par unité de volume est noté n. Ces deux grandeurs sont supposées constantes.

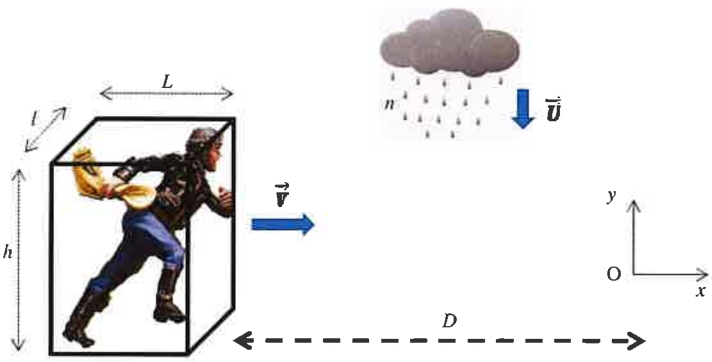


Figure 2: Modélisation du problème

Répondre à la question posée en préambule en détaillant votre raisonnement.

DGA Essais en vol | Site d'Istres | EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée* : CAER		
(* Rayer les mentions inutiles)		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION AU

STAGE ESSAIS DE CLASSE A 2020 - 2021

SESSION DU 18 NOVEMBRE 2019

Durée : heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée.

Validé par :

NOM : Date :	NOTE : / 20

EXERCICE N° 1) (4 points)

Consommation impulsive…

On applique le qualificatif « spécifique » à une grandeur pour signifier qu'elle se comprend « par unité de » (masse, volume, force etc.)

L'impulsion d'une force $\vec{I}$ est une quantité **vectorielle** dont la norme vaut $I = F.\delta t$

Où δt est l'intervalle de temps pendant lequel La Force F s'exerce.

On peut comparer l'*efficience* d'un générateur de poussée à un autre (typiquement un turboréacteur ou un moteur fusée) soit en considérant C_{sp}, sa *consommation* (massique) *spécifique* (*i.e.* par unité de poussée), soit son impulsion spécifique I_{sp} (*i.e.* par unité de poids consommée, avec $g = g_0 = 9.81 m/s$).

1) En considérant une force moyenne constante en module et en direction F_{moy}, écrivez la relation liant la consommation spécifique à l'impulsion spécifique.

2) On peut dès lors établir au premier ordre une relation simple entre la vitesse d'éjection des gaz V_e d'une part et I_{sp} ou C_{sp} d'autre part. Considérant un générateur de poussée à simple flux (turboréacteur « pur »), toute chose étant égales par ailleurs, améliore-t-on respectivement I_{sp}, C_{sp} en augmentant ou en diminuant V_e ?

EXERCICE N° 2) (4 points)

Le nombre de **Reech (Re_e)** est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides. Il est utilisé pour caractériser le rapport entre les forces de pesanteur (liées à la gravité) et les forces d'inertie (liées à la vitesse de l'écoulement) du fluide. Ce nombre est notamment utilisé dans le domaine de l'architecture navale.

$$\mathbf{Re_e = g_0^{Ai}.l.u^{Bi}}$$

où u est la vitesse moyenne de l'écoulement, g_0 l'accélération dans le champ de pesanteur terrestre et l une longueur caractéristique.

1) Proposez une solution $[A_i, B_i]$pour l'expression de ce nombre Re_e.

2) En météorologie des montagnes (aérologie), on utilise une expression du nombre de Froude Fr (sans dimension également) :

$$\mathbf{Fr_e = u/(N.h)}$$

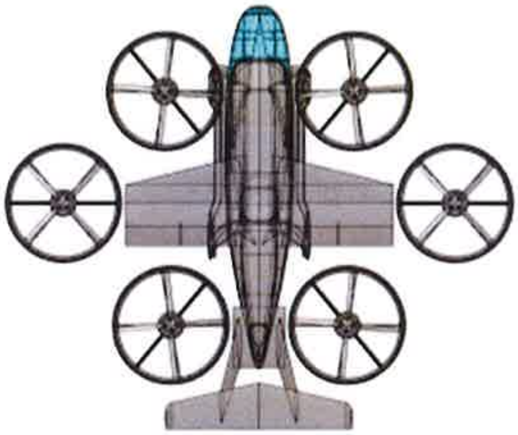
Où h est la hauteur au-dessus du sol de l'obstacle vertical qui s'oppose au passage de la masse d'air, et N est la fréquence à laquelle la masse d'air se met à osciller en présence de l'obstacle avec $N = \sqrt{\frac{g_0}{\theta} * \frac{d\theta}{dh}}$ où θ est appelée la « température potentielle » de l'air et $\frac{d\theta}{dh}$ est le gradient de température.

Le nombre de Reech peut être exprimé en fonction du nombre de Froude. Proposez-en une expression par analyse dimensionnelle.

EXERCICE N° 3) (9 points)

« *Blade Runner* »

Las Vegas, 2019 : La *Bell Corporation* a présenté au *Consumer Electronics Show* (- qui n'a rien d'aéronautique) en Janvier la maquette à l'échelle 1 de son prototype « Nexus », dont le groupe SAFRAN assure le système de propulsion hybride (turbine-électrique) de cet appareil à 6 rotors carénés, capables de transporter 5 occupants...quelque part.



MTOM = 2722 kg

A)

1) Estimez la Poussée (ou traction) moyenne de chaque rotor pour maintenir le vol stationnaire hors-effet de sol (H.E.S.)

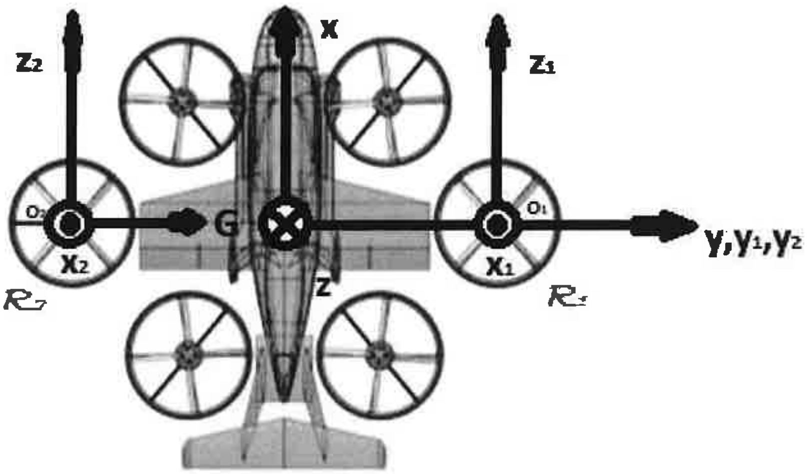
2) Estimez H.E.S., le surcroit de puissance ΔP_n nécessaire pour assurer une montée verticale continue à un minimum de 1 m/s (200 ft/min environ) à cette masse MTOM, en négligeant la traînée aérodynamique du véhicule.

3) On souhaite pouvoir établir ce taux de montée en 4 secondes maximum. En déduire la poussée minimale requise pour chaque rotor et la puissance développée à 1m/s (le couple mécanique des moteurs électriques entraînant chaque rotor varie de manière instantanée, donc la poussée qui en résulte aussi, et il n'y a aucune perte par soufflage du fuselage comme le montre le plan). Calculer le gradient de puissance $K_{P_n} = \partial P_n / \partial T$ (en W/N) à la masse maximale de la machine pour de faibles variations de vitesse ascensionnelle V_z et d'avancement V (on considère que cette poussée initiale T_i calculée finit en réalité par équilibrer le poids et la traînée du véhicule en montée verticale à V_z = 1 m/s).

4) Calculez le rendement global de propulsion $\eta_p = {P_n}/{P_u} = \dfrac{2}{1+\sqrt{\dfrac{T_i/S_r}{\frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot V_z^{2}}+1}}$ avec ρ_0= 1.225 kg/m^3 où P_u est la puissance « utile » ou motrice (en sortie de moteur électrique et consommée en totalité par chaque rotor de surface active S_r = 4,670 m^2).

B)

Chaque rotor R_i tourne à vitesse de rotation constante ω_i. Toute augmentation de puissance se traduit par un surcouple (nécessaire pour vaincre la traînée de rotor supplé mentaire induite par la modification du pas collectif du rotor en question), et on peut considérer que le couple C_i transmis est proportionnel à la poussée/traction T_i d'un rotor : $T_i = K.C_i$ (on considère K constant autour des faible Vz et V). En stationnaire et vu d'au-dessus, Les rotors du côté droit tournent dans le sens des aiguilles d'une montre, et inversement côté gauche. Les rotors peuvent indépendamment être positionnés parallèlement à l'avancement ($\delta_i = 0°$), et dans tous les angles intermédiaires, y compris au-delà de $\delta_i = 90°$. (Note : malgré l'absence de pas cyclique, on considère que T_i s'exerce au centre de chaque disque de rotor, sans autre composante de moment que le couple de renversement M_i induit par sa rotation)



5) On veut générer un moment de lacet autour du stationnaire en basculant de manière antisymétrique les rotors en bout de voilures (si le rotor droit bascule de θ_1 vers l'avant, le rotor gauche bascule de θ_2 vers l'arrière et $\theta_2 = -\theta_1$). Ecrivez la relation reliant δ_1 et δ_2.

Note : Les questions 6 et 7 peuvent être traitées simultanément en écrivant le torseur des forces extérieures appliquées au Nexus.

6) On note b (O_1O_2) la distance entre les centres des rotors, droite qui passe par le centre de gravité G du *Nexus*. Faites le bilan des forces pour des positions quelconques δ_i. Que peut-on conclure pour T_1 et T_2 autour du stationnaire si $\theta_2 = -\theta_1$? Exprimez la traction unitaire (et unique) Tx de chaque rotor, si on cherche à répartir également le surcroît de traction entre les 6 rotors.

7) Faites le bilan des moments de force appliquées au *Nexus* que vous simplifierez en appliquant les contraintes et résultats précédents, exprimées en fonction de T_1, δ_1, M_1 (module du couple transmis par la rotation de R_1, défini positif dans le repère lié $\mathcal{R}_1$). Montrez qu'on induit forcément du roulis et précisez si c'est dans le sens du virage ou dans le sens opposé.

EXERCICE N° 4) (3 points)

Voilure basculante et table de la Draye




De nombreux projets de voitures volantes animent les bureaux d'étude. Par le passé, différents types de concepts ont été utilisés sur des aéronefs : rotation de la voilure, repliage des ailes, ailes télescopiques, etc.

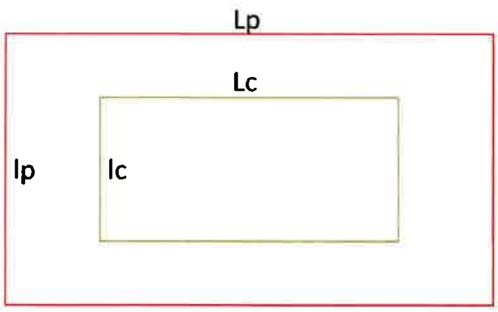
Les concepts issus de la vie civile sont souvent réutilisés, et le concept d'un doublement de surface d'une table est à l'étude pour voir son emploi éventuel. Le triplement de surface étant simple puisque symétrique.

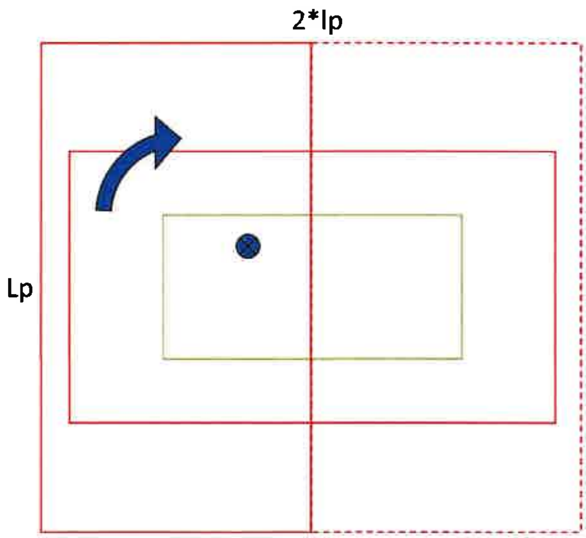
La table de la Draye qui sert d'idée à l'étude est une table composée d'un cadre portant avec ses 4 pieds aux 4 coins. Ce cadre, qui supporte le plateau est de longueur Lc et de largeur lc.

Le plateau « simple » est centré sur le cadre. Ce plateau est de longueur Lp et de largeur lp.

Pour doubler la surface du la table, l'opérateur doit déplier le double du plateau le long de l'arrête longue du plateau simple (longueur / table passe de Lp*lp à Lp*2lp), et tourner ce nouveau plateau de surface double autour d'un axe de rotation fixe sur le cadre et le plateau simple. Le positionnement de ce point de rotation est fait de telle sorte que le centre du plateau double soit également centrée sur le cadre.

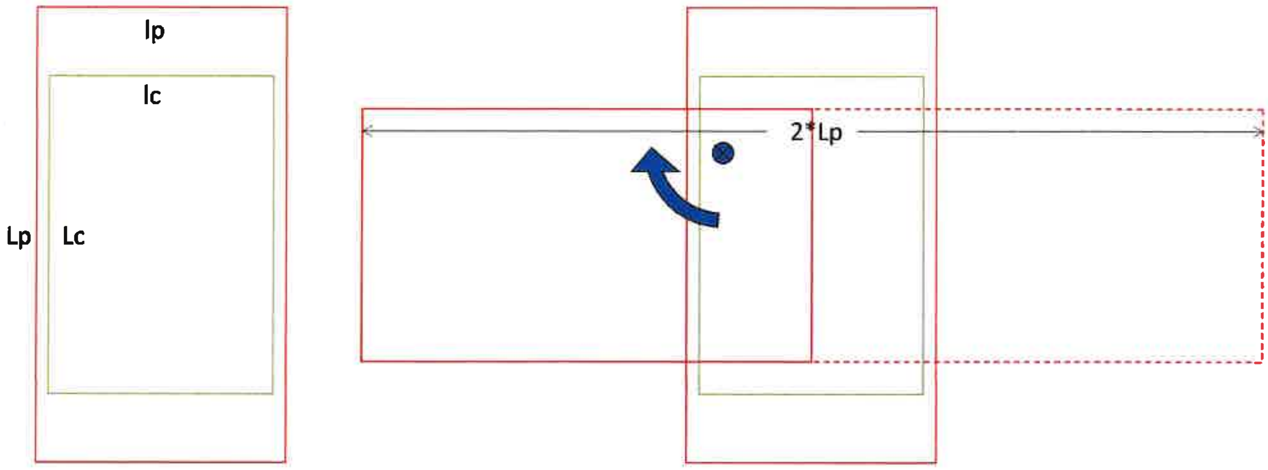
a) Exprimer la position de ce point de rotation en fonction de Lc, lc, Lp et lp par rapport à un point à définir.





b) Quelle condition est nécessaire entre les tailles du cadre et du plateau ?

c) Quid si le dépliage se fait le long de l'arrête petite du plateau simple (largeur / table passe de Lp*lp à 2Lp*lp) ?



Session

Complémentaire :

Juin 2020

DGA Essais en vol | Site d'Istres | EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée* : CAER		
(* Rayer les mentions inutiles)		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION AU

STAGE ESSAIS DE CLASSE A 2020 - 2021

SESSION DU 15 JUIN 2020

Durée : heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée.

Validé par :

NOM : Date :	NOTE : / 20

EXERCICE N° 1) (4 points)

En hélicoptère, les pales du rotor principal sont articulées de telle sorte qu'elles puissent battre (monter/descendre). On étudie leur mouvement de battement en utilisant un nombre sans dimension (appelé nombre de Lock γ) qui est le rapport entre les forces aérodynamiques et forces centrifuges qui s'exercent sur elles. Il présente la forme suivante :

$$\gamma = \frac{\rho^a {C_{z\alpha}}^b R^c {S_p}^d}{I_p}$$

Avec :

-ρ la masse volumique de l'air

-$C_{z\alpha}$ la pente de la courbe $C_z = f(\alpha)$, il s'agit donc d'un nombre sans dimension

-R le rayon de la pale

-S_p la surface de la pale

-$I_p = \frac{M_p R^2}{3}$ le moment d'inertie de la pale, avec M_p la masse de la pale

1-Trouvez les coefficients a, b et c. Pour simplifier, on prendra $d = 1$.

2-Donnez alors l'expression du nombre de Lock.

EXERCICE N° 2) (8 points)

Saut sans parachute…

Le 30 juillet 2016, le parachutiste Luke Aikins a accompli pour la première fois dans l'histoire un saut à partir d'une altitude de 7 620 m sans parachute ni combinaison en forme d'aile pour se diriger ou ralentir son vol. Il est récupéré par un filet de réception à 76 m d'altitude. Sous ce filet de réception se trouve un filet de sécurité dont le point le plus bas est situé 10 m au-dessus du sol.
Durant sa chute qui a duré environ deux minutes, il a rapidement atteint une vitesse limite de l'ordre de 200 km/h.

D'après https://fr.wikipedia.org/wiki/Luke_Aikins

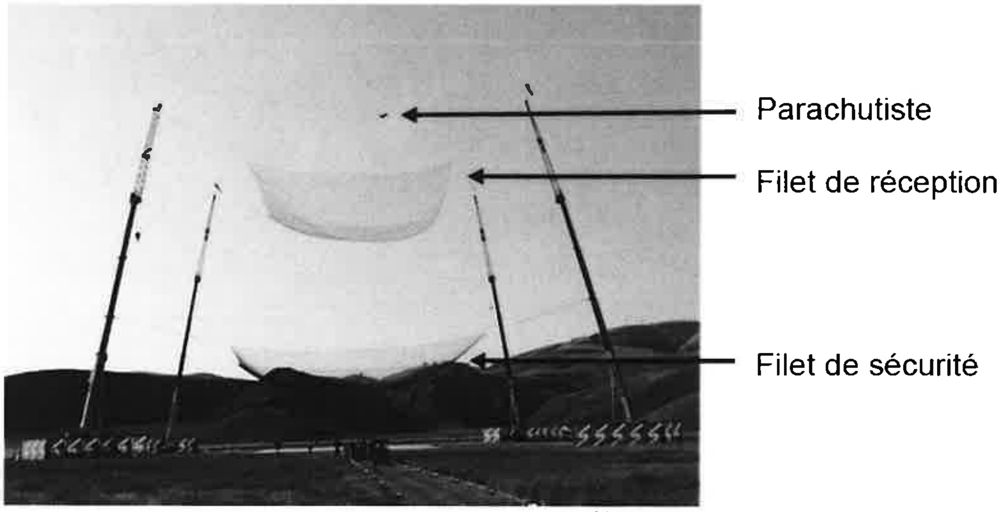


Photo EPA

Photographie n°1

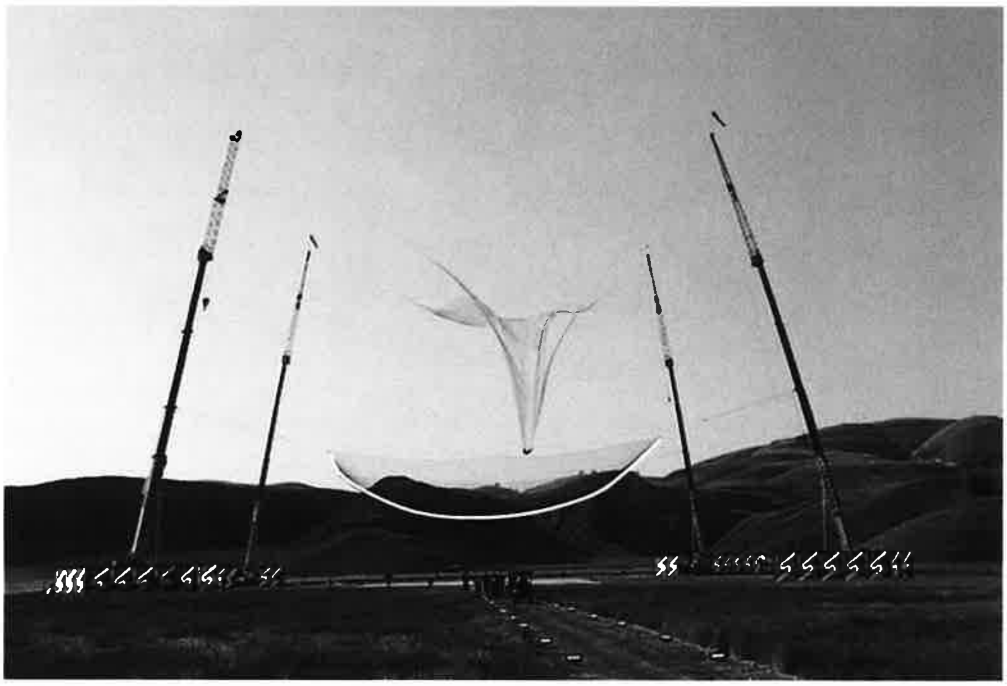


Photo by Mark Davis/Getty Images for Stride Gum

Photographie n°2

Données :
- Intensité du champ de pesanteur terrestre considérée constante entre le niveau de la mer et l'altitude du saut : g = 9,8 $m.s^{-2}$;
- Masse du parachutiste et de son équipement : $m = 80\ kg$.

1. **Modèle de la chute libre**

Le mouvement du parachutiste en chute verticale est étudié dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. On choisit un axe vertical (Oz) **orienté vers le bas,** dont l'origine O est la position du parachutiste à la date t = 0 s, date du début du saut. À cet instant, la vitesse du parachutiste dans le référentiel terrestre est nulle.

1.1. Indiquer la seule force qui est prise en compte lors d'une chute libre.

1.2. On assimile le parachutiste et son équipement à son centre de gravité G.

1.2.1. En détaillant le raisonnement suivi et en précisant la loi utilisée, exprimer le vecteur accélération $\vec{a}$ du point G.

1.2.2. En déduire que l'équation horaire du mouvement s'écrit :

$$z(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

1.3. Dans le cadre du modèle de la chute libre, déterminer :
- la durée de la chute jusqu'au filet.
- la valeur de la vitesse juste avant l'arrivée dans le filet.

1.4. Le modèle de la chute libre permet-il de rendre compte de la réalité du saut réalisé par Luke Aikins ? Justifier.

2. Détermination de la vitesse limite

En réalité, le parachutiste est soumis aux frottements de l'air : il atteint rapidement dans le référentiel terrestre une vitesse constante, appelée vitesse limite et notée V_{lim}.

2.1. Écrire la relation vectorielle entre la force de frottement et le poids du parachutiste lorsque ce dernier a atteint sa vitesse limite. Justifier.

2.2. Les frottements de l'air peuvent être modélisés par une force $\vec{f}$ de valeur :

$$f = \frac{1}{2} C_x \rho S V^2$$

Où C_x est le coefficient de trainée : $C_x = 0{,}50$;
ρ la masse volumique de l'air : $\rho = 1{,}0\ kg.m^{-3}$;
S la surface frontale du parachutiste : $S = 1{,}0\ m^2$.

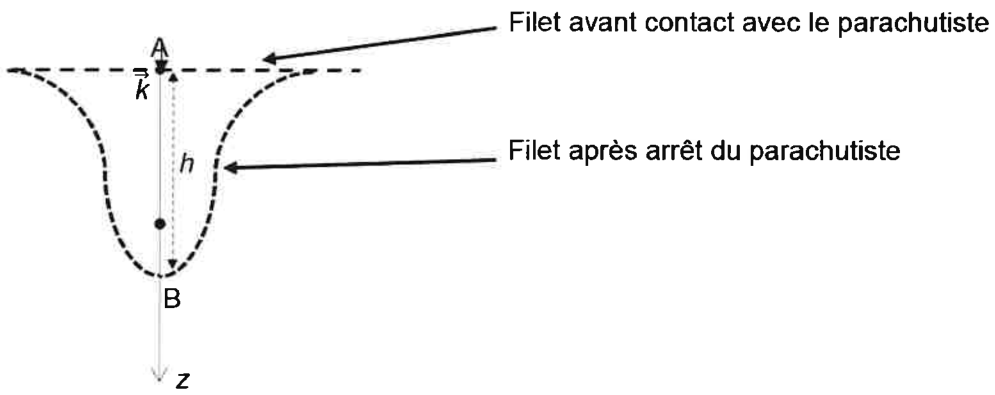
En utilisant l'axe (Oz) vertical orienté vers le bas, montrer que la vitesse limite est donnée par :

$$V_{lim} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho S C_x}}$$

2.3. Calculer la valeur de cette vitesse limite, supposée atteinte par le parachutiste **avant l'arrivée** dans le filet. Cette valeur est-elle compatible avec celle donnée dans le texte introductif ?

3. Arrivée dans le filet

On cherche à estimer l'accélération lors de la réception du parachutiste dans le filet (photographie n°2).
On choisit un axe (Az) vertical, orienté vers le bas et de vecteur unitaire $\vec{k}$, on note $h = AB$, la hauteur à l'arrêt du parachutiste.



On considère qu'une personne entrainée peut supporter une accélération égale à 10 fois l'intensité du champ de pesanteur sans se blesser.

3.1. Exprimer puis calculer l'énergie cinétique du parachutiste au point A juste avant le contact avec le filet.

3.2. Phase de réception dans le filet
Au cours de la phase de réception, l'ensemble des forces appliquées au parachutiste peut être modélisé par une force $\vec{F}$ constante verticale, supposée constante et orientée vers le haut.

On montre que le travail de cette force sur le déplacement AB est égal à :

$$W_{AB}(\vec{F}) \;=\; -\,mah$$

Où a est la valeur constante de l'accélération du parachutiste.

En admettant que la variation d'énergie cinétique entre le point A et le point B est égale à ce travail, déterminer la relation entre la hauteur h de la déformation du filet, l'accélération a et la vitesse V_{lim}.

3.3. En exploitant la photographie n°2, estimer la valeur de l'accélération subie par le parachutiste. Cette décélération est-elle supportable ?

EXERCICE N° 3) (8 points)

Libérez les Watts-heures !

On estime qu'au milieu des années 2010, la consommation d'hydrocarbures en France pour le secteur routier (fret et passagers) était de 41 Mtep (Millions de tonnes d'équivalent pétrole) par an. Dans l'optique de passer au tout électrique, on s'intéresse à l'énergie électrique qu'il faudrait produire pour remplacer le pétrole consommé.
En France, l'électricité est produite dans des centrales nucléaires qui possèdent chacune des réacteurs plus ou moins puissants. Ils sont classés par niveau de puissance (900 MW, 1300 MW...).
Note : 1 MW = 1 000 000 W

1) On va s'intéresser à un réacteur de classe 900 MW. En considérant un mois de 30 jours, calculer le nombre de MWh (énergie électrique) que produit ce réacteur par mois.
2) En réalité, ce type de réacteur produit chaque mois 500 000 MWh. Calculer son rendement « η » en pourcentage.

3) Si l'option nucléaire était retenue en vue de la disparition du moteur thermique à l'horizon 2040 (objectif officiel, et réalisable selon l'Office Parlementaires d'Evaluation des Choix Scientifiques et Technologiques...), estimer le nombre de centrales qu'il faudrait construire EN PLUS d'ici 20 ans pour produire l'énergie nécessaire à l'électrification totale du secteur routier français (41 Mtep/an), en considérant que :

   a. chaque centrale possède 4 réacteurs de classe 900 MW (chaque réacteur ayant le même rendement que celui calculé en question 2 : η).
   b. chaque centrale possède 2 E.P.R. (réacteur de classe 1600 MW, ayant le même rendement que celui calculé en question 2 : η).

   Note : on considèrera que tous les mois de l'année ont 30 jours.
   Note : 1 tep = 11 630 kWh.

4) Imaginons que l'option des « éoliennes OFF-SHORE géantes » soit privilégiée. Sachant qu'une éolienne fournit une puissance de 5 MW et qu'elle fonctionne 250h par mois, combien en faudrait-il ?
5) Sachant qu'il est nécessaire de les séparer de 500m les unes des autres si on les installe en ligne, quelle distance cela donne au total ? Commentaires ?

6) La « ferme solaire » photovoltaïque Californienne « TOPAZ » produit en moyenne 1200 MWh par an. Elle occupe une surface de 25 km².
   Si l'option photovoltaïque était retenue, quelle superficie serait nécessaire pour produire cette énergie ? Commentaires ?
   Note : la France métropolitaine fait 552.000 km², les Etats-Unis d'Amérique 9.834 millions de km²....

MINISTÈRE
DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale
de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

CONTRÔLEUR AÉRIEN D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

SESSION DU 16 NOVEMBRE 2020

ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 1h30 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée –
– Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur ce document

Document validé par :

Nom :

Date : 06/11/2020

Signature : Lieutenant-colonel Stéphane Alms
Directeur de l'EPNER

Exercice 1 : Le skateur

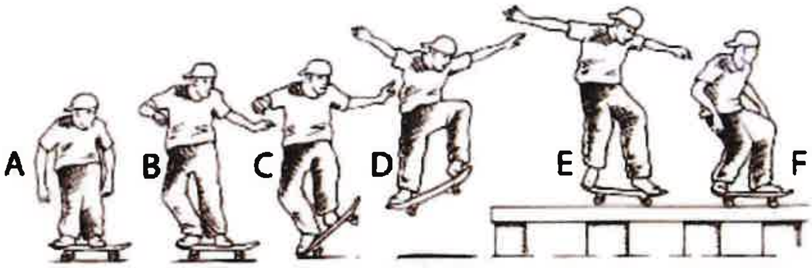
La finale de skateboard du FISE WORLD (Festival International des Sports Extrêmes) s'est déroulée le 5 mai 2016 à Montpellier. Parmi les nombreuses figures réalisées par les skateurs, les enchainements de « ollie » et de « grind » se sont succédés.

Comment faire un « ollie » ?

Un « ollie » est la figure de base du skateboard. Il s'agit d'un saut effectué avec la planche. Pour réaliser cette figure, il faut donner un bon coup avec votre pied arrière (dessin ci-dessus). Il est important de bien faire claquer l'arrière de la planche, c'est ce qui vous permet de décoller.

Enchainement d'un « ollie » et d'un « grind »

Le skateur avance d'abord en ligne droite à vitesse constante, puis la réalisation d'un « ollie » lui permet d'accéder à un rail et de glisser alors sur les axes de roues et de réaliser ainsi un « grind ». Cet enchainement peut se décomposer de la manière suivante :

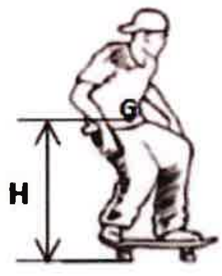


D'après Journal of Applied Biomechanics, University of Massachusetts
http://stilab.com/content/papers/kinetics-of-the-ollie-2.pdf

Données :

-hauteur du rail : $h = 45\ cm$
-longueur de trajet sur le rail horizontal : $L = EF = 2\ m$
-masse du système S {skateur + planche} : $M = 75\ kg$
-intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8\ m/s^2$

-L'étude du système S {skateur + planche} est faite dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.
-Dans tout l'exercice, le système S, considéré comme indéformable, est assimilé à un point matériel G situé à une distance $H = 1\ m$ du support où se trouve le skateur, quel que soit ce support (sol, rail...).



-Pour toutes les phases du mouvement, on pose que l'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau du sol.

Première partie : Parcours AB

1- Quelle est la nature du mouvement du système S sur le parcours AB ?

2- Que peut-on dire, sur ce parcours, des forces exercées sur le système S ? Justifiez la réponse.

Deuxième partie : Etude énergétique du « ollie »

On s'intéresse à présent au mouvement du système S sur le parcours CE.
Le skateur effectue un « ollie » :
-il quitte le sol au point C au moment où sa vitesse est $V_c = 3{,}6\ m/s$.
-il atteint le rail au point E avec la vitesse V_E. On néglige les frottements sur le parcours CE.

3- Donner les expressions de l'énergie mécanique du système S au point C et au point E.

4- En sachant que l'on néglige toute forme de dissipation d'énergie entre C et E, déterminer l'expression de la vitesse V_E au point E en fonction de g, h et V_c.

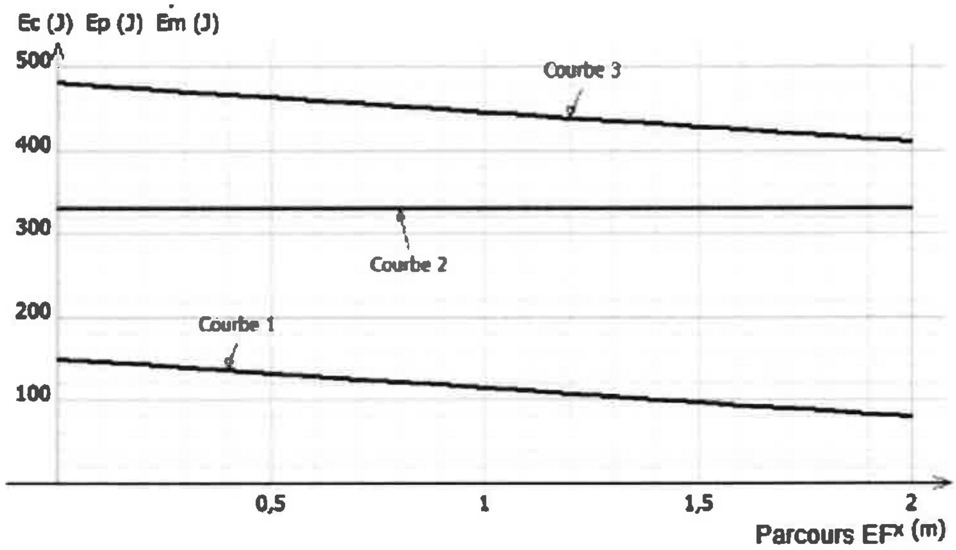
5- En déduire la valeur de la vitesse V_E au point E.

Troisième partie : Etude énergétique du « ollie »

On s'intéresse à présent au mouvement du système S qui glisse sans rouler sur le rail horizontal du point E au point F.
Les forces de frottement ne sont pas négligeables, elles sont assimilables à une force $\vec{f}$ unique, constante et opposée au sens du mouvement.

Le document ci-après rassemble les représentations graphiques de l'évolution des grandeurs énergie potentielle de pesanteur E_p, énergie cinétique E_c, et énergie mécanique E_m du système S sur le parcours EF.

6- Attribuer à chaque courbe l'énergie qui lui correspond en justifiant.

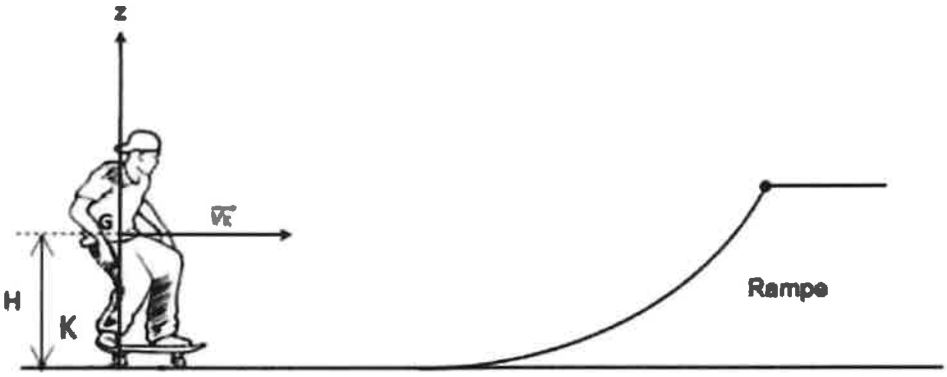


7- Donner l'expression littérale du travail de la force $\vec{f}$ le long du parcours EF.

8- En utilisant la non-conservation de l'énergie en présence de frottements, en déduire la valeur de l'intensité de la force de frottement $\vec{f}$.

Quatrième partie : Etude énergétique du mouvement sur la rampe

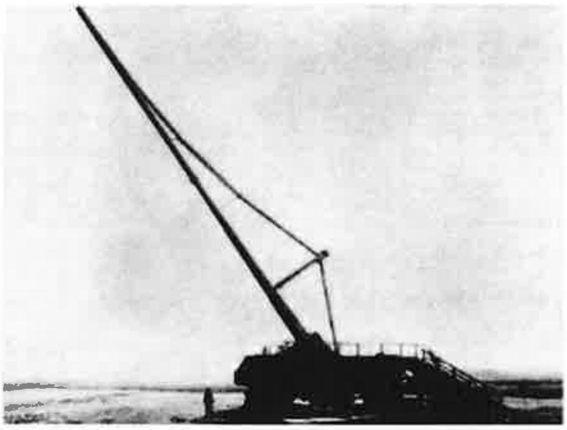
Le skateur quitte le rail, les roues du skate sont de nouveau en contact avec le sol et roulent sans frottement. Le skateur prend de l'élan jusqu'au point K pour aborder la rampe : la vitesse horizontale atteinte a pour valeur $V_K = 4{,}5\ m/s$.



9- Le skateur arrive en haut de la rampe avec une vitesse nulle. Déterminer la hauteur de la rampe.

Exercice 2 : L'obus

Souvent confondu à tort avec la grosse Bertha, le canon de Paris est à la fois le plus célèbre et le plus mystérieux des canons de toute l'histoire de l'artillerie. Ce canon a bombardé Paris à la fin de la Première Guerre mondiale.
Le tube du canon mesure $36\,m$ et pèse plus de $100\,tonnes$. La longueur et la masse exceptionnelles du canon ont obligé les ingénieurs de la société allemande Krupp à concevoir un système de soutènement inédit en artillerie. Comme pour un pont suspendu, des haubans et un mât central viennent rigidifier le long tube, l'empêchant de se courber sous son propre poids. Monté, le canon de Paris atteignait la masse de $750\,tonnes$.



Mais le secret du canon de Paris réside dans la trajectoire de l'obus. Avec une élévation égale à $50°$, le projectile est propulsé dans la haute atmosphère où l'air raréfié oppose moins de résistance à l'obus et accroît ainsi sa portée.
Le 30 janvier 1918, lors des essais finaux au pas de tir de la marine à Altenwalde, le canon tira un obus de $105\,kg$ avec une vitesse d'éjection de $1\,600\,m/s$. La durée de vol de l'obus a été de $176\,s$ et il est tombé à $126\,km$ de distance avec une assez bonne précision.
Les obus ont atteint une altitude de $42\,km$ à l'apogée de leur trajectoire.
C'était à l'époque la plus haute altitude jamais atteinte par un projectile lancé par l'homme.
Le canon de Paris conserva ce record de 1918 à 1939.

Le but de cet exercice est de vérifier quelques données de ce document sur le vol de l'obus.

Données :
-Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8\,m/s^2$.
-On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
-On négligera les frottements et la poussée d'Archimède.
-L'obus sera assimilé à un point matériel.
-On rappelle que $1\,tonne = 10^3\,kg$.

Expulsion de l'obus

On suppose que le système {tube du canon + obus} est pseudo-isolé pendant cette phase d'expulsion, c'est-à-dire que l'ensemble des forces extérieures appliquées au système se compensent.

1- Comment varie la quantité de mouvement du système pendant cette phase de tir ?

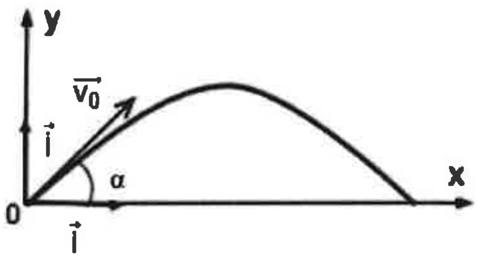
2- En déduire la vitesse de recul du tube lors de l'expulsion de l'obus.

3- Quelle serait cette vitesse si le tube était 10 fois plus léger ? Justifiez la masse importante du tube du canon de Paris.

Trajectoire de l'obus

On étudie le mouvement de l'obus dans le repère (xOy) donné ci-après.

-Le point O est la gueule du canon (l'endroit où l'obus sort du tube du canon).
-L'angle α entre le tube du canon et le sol correspond à l'élévation citée dans le document.



-$\vec{V_0}$ est le vecteur vitesse initiale de l'obus à la sortie du canon.

4- En utilisant une loi de Newton, déterminer les coordonnées du vecteur accélération de l'obus : $a_x(t)$ suivant l'axe x et $a_y(t)$ suivant l'axe y.

5- En déduire les expressions des coordonnées $V_x(t)$ et $V_y(t)$ du vecteur vitesse de l'obus et montrer que les équations horaires du mouvement de l'obus s'écrivent :

$$\begin{cases} x(t) = V_0 cos\alpha . t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 sin\alpha . t \end{cases}$$

Avec t en secondes, V_0 en mètres par seconde et $x(t)$ et $y(t)$ en mètres.

6- En déduire l'équation de la trajectoire $y = f(x)$.

Vérification des données du document

7- En utilisant la question 5, déterminer la durée du vol et la portée théorique (distance entre le canon et l'endroit où l'obus touche le sol). On négligera la hauteur du canon et on suppose que l'obus arrive à la même altitude que celle de son point de départ.

8- Déterminer l'altitude théorique maximale atteinte par l'obus, connaissant l'expression de la composante verticale de la vitesse de l'obus :

$$V_y(t) = -9{,}8.t + 1226$$

9- Expliquer l'écart existant entre les résultats théoriques obtenus dans les deux questions précédentes et les données du document.

Exercice 3 : Dimension

On définit le nombre de Bagnold (Ba) en rhéologie, « utilisé pour caractériser l'écoulement de grains de sable et permet surtout de déterminer à partir de quelles conditions l'écoulement passe d'un fluide à seuil à celui d'un fluide granulaire où l'énergie est dissipée par choc entre les grains et non plus par frottement. Il représente le rapport entre l'énergie cinétique dissipée et l'énergie dissipée par choc entre les grains de sable. » (www.bonne-mesure.com).

Son expression peut se mettre sous la forme :

$$Ba = \frac{m^a \gamma^b}{2L_c^c \mu}$$

Avec :

-m la masse d'un grain

-γ le gradient de vitesse en fonction de la distance en $(m.s^{-1})/m$.

-L_c une longueur caractéristique

-μ la viscosité du fluide contenant les grains, exprimée en $kg.m^{-1}.s^{-1}$

Sachant que c'est un nombre sans dimension, donnez les valeurs de a, b et c.

MINISTÈRE
DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale
de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE A

CONTRÔLEUR AÉRIEN D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

SESSION DU 16 NOVEMBRE 2020

CORRIGÉ ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 1h30 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée --
– Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur ce document

Document validé par :

Nom :

Date :

Signature :

Exercice 1 : Le skateur

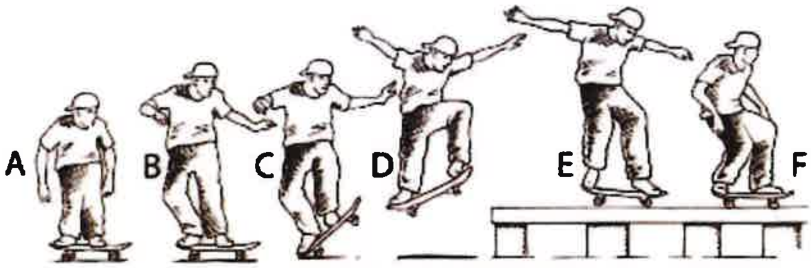
La finale de skateboard du FISE WORLD (Festival International des Sports Extrêmes) s'est déroulée le 5 mai 2016 à Montpellier. Parmi les nombreuses figures réalisées par les skateurs, les enchainements de « ollie » et de « grind » se sont succédés.

Comment faire un « ollie » ?

Un « ollie » est la figure de base du skateboard. Il s'agit d'un saut effectué avec la planche. Pour réaliser cette figure, il faut donner un bon coup avec votre pied arrière (dessin ci-dessus). Il est important de bien faire claquer l'arrière de la planche, c'est ce qui vous permet de décoller.

Enchainement d'un « ollie » et d'un « grind »

Le skateur avance d'abord en ligne droite à vitesse constante, puis la réalisation d'un « ollie » lui permet d'accéder à un rail et de glisser alors sur les axes de roues et de réaliser ainsi un « grind ». Cet enchainement peut se décomposer de la manière suivante :



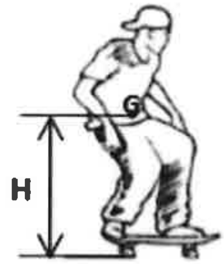
D'après Journal of Applied Biomechanics, University of Massachusetts
http://stilab.com/content/papers/kinetics-of-the-ollie-2.pdf

Données :

-hauteur du rail : $h = 45\ cm$
-longueur de trajet sur le rail horizontal : $L = EF = 2\ m$
-masse du système S {skateur + planche} : $M = 75\ kg$
-intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8\ m/s^2$

-L'étude du système S {skateur + planche} est faite dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

-Dans tout l'exercice, le système S, considéré comme indéformable, est assimilé à un point matériel G situé à une distance $H = 1\,m$ du support où se trouve le skateur, quel que soit ce support (sol, rail...).



-Pour toutes les phases du mouvement, on pose que l'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau du sol.

Première partie : Parcours AB

1- Quelle est la nature du mouvement du système S sur le parcours AB ?

La vitesse du skateur est constante et il se déplace en ligne droite, le vecteur vitesse ne varie pas dans le temps. D'après le principe fondamental de la dynamique, la somme des forces s'exerçant sur lui est nulle. On a un mouvement rectiligne uniforme.

2- Que peut-on dire, sur ce parcours, des forces exercées sur le système S ? Justifiez la réponse.

On l'a vu dans la question précédente, la somme des forces est nulle.

De plus, il n'y a pas de frottement considéré au niveau du sol, puisque le skateur ne perd pas de vitesse. Il n'est donc soumis qu'à son poids $\overrightarrow{Mg}$ *et la réaction du sol* $\vec{R}$. *Soit* $\overrightarrow{Mg} + \vec{R} = \vec{0}$.

Deuxième partie : Etude énergétique du « ollie »

On s'intéresse à présent au mouvement du système S sur le parcours CE.
Le skateur effectue un « ollie » :
-il quitte le sol au point C au moment où sa vitesse est $V_c = 3{,}6\ m/s$.
-il atteint le rail au point E avec la vitesse V_E. On néglige les frottements sur le parcours CE.

3- Donner les expressions de l'énergie mécanique du système S au point C et au point E.

L'énergie mécanique du skateur E_m à un instant donné est la somme de :
-L'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}MV^2$ (avec V la vitesse du centre de gravité G)
-L'énergie potentielle de pesanteur $E_p = Mgh$ (avec h la hauteur du centre de gravité G par rapport au sol).

Soit finalement en C :

$$E_m(C) = MgH + \frac{1}{2}MV_C^2$$

Et en E :

$$E_m(E) = Mg(H+h) + \frac{1}{2}MV_E^2$$

4- En sachant que l'on néglige toute forme de dissipation d'énergie entre C et E, déterminer l'expression de la vitesse V_E au point E en fonction de g, h et V_c.

Si l'on considère qu'il n'y a pas de dissipation d'énergie, c'est que l'énergie totale (mécanique) du skateur est constante.

Soit donc :

$$E_m(C) = E_m(E)$$

$$MgH + \frac{1}{2}MV_C^2 = Mg(H+h) + \frac{1}{2}MV_E^2$$

$$V_E = \sqrt{V_C^2 - 2gh}$$

5- En déduire la valeur de la vitesse V_E au point E.

On fait une application numérique directe en reprenant la formule trouvée à la question précédente :

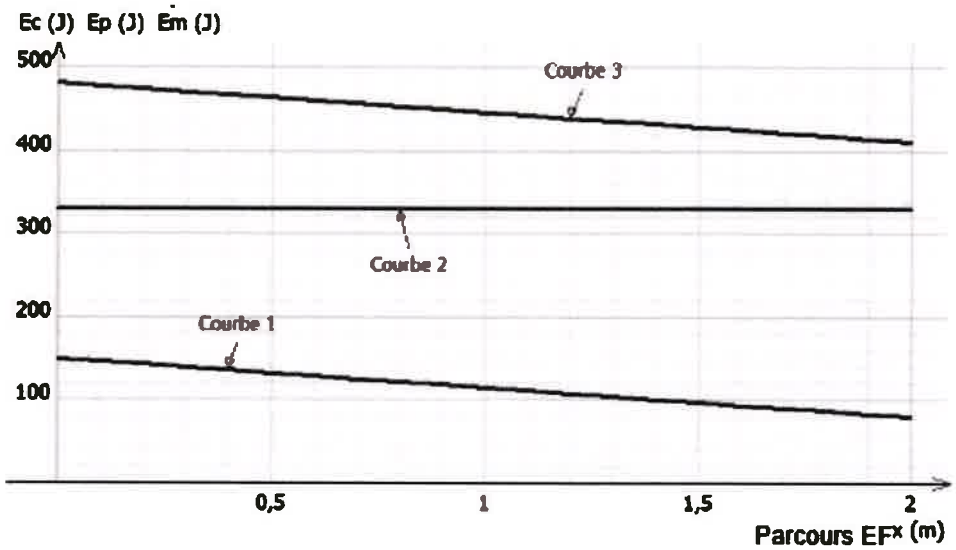
$$V_E = \sqrt{3{,}6^2 - 2.9{,}8.0{,}45} = 2\ m/s$$

Troisième partie : Etude énergétique du « ollie »

On s'intéresse à présent au mouvement du système S qui glisse sans rouler sur le rail horizontal du point E au point F.
Les forces de frottement ne sont pas négligeables, elles sont assimilables à une force $\vec{f}$ unique, constante et opposée au sens du mouvement.

Le document ci-après rassemble les représentations graphiques de l'évolution des grandeurs énergie potentielle de pesanteur E_p, énergie cinétique E_c, et énergie mécanique E_m du système S sur le parcours EF.

6- Attribuer à chaque courbe l'énergie qui lui correspond en justifiant.



On remarque que sur le parcours EF, la hauteur du skateur est constante, donc son énergie potentielle également. Sur le graphique, la droite horizontale représente donc l'énergie potentielle de pesanteur du skateur.

Ensuite, on sait que la vitesse diminue au fur et à mesure que le skateur avance sur le parcours à cause des forces de frottement. Donc l'énergie cinétique diminue également, graphiquement il s'agit soit de la courbe 1, soit de la courbe 3.

Enfin, l'énergie mécanique est la somme des deux énergies évoquées précédemment. Elle diminue et est forcément représentée par la courbe la plus haute (l'énergie mécanique est plus grande que l'énergie cinétique), il s'agit donc de la courbe 3.
Par conséquent, l'énergie cinétique est représentée par la courbe 1.

7- Donner l'expression littérale du travail de la force $\vec{f}$ le long du parcours EF.

La définition du travail W_F d'une force $\vec{F}$ sur une distance d parcourue sur une trajectoire rectiligne (suivant un axe $\vec{x}$ par exemple) est :

$$W_F = \vec{F}.d\vec{x}$$

Dans notre cas, la valeur du travail de $\vec{f}$ est :

$$W_f = \vec{f}.\overrightarrow{EF}$$

Mais la force $\vec{f}$ s'opposant au déplacement du skateur, les vecteurs $\vec{f}$ et $\overrightarrow{EF}$ ont même direction, mais ont un sens opposé. Donc on aura toujours $W_f < 0$.
C'est normal puisque ce travail représente forcément une perte d'énergie cinétique pour notre système à cause de cette force de frottement.

La réponse finale est donc :

$$W_f = -f.EF$$

8- En utilisant la non-conservation de l'énergie en présence de frottements, en déduire la valeur de l'intensité de la force de frottement $\vec{f}$.

D'après la question précédente on a $W_f = -f.EF$. Mais on cherche f alors que l'on ne connait pas W_f.

Il existe un théorème dit « de l'énergie cinétique », qui stipule que le travail de la résultante des forces $\vec{F}$ s'exerçant sur un point matériel dans un référentiel galiléen entre deux instants t_1 et t_2, est égal à la variation d'énergie cinétique de ce point entre ces deux instants :

$$W_F = E_c(t_2) - E_c(t_1)$$

Dans notre cas, la somme des forces s'exerçant sur le système vaut $\overrightarrow{Mg} + \vec{R} + \vec{f} = \vec{f}$.
Donc :

$$W_f = E_c(F) - E_c(E)$$

Or d'après le graphique de la question 6, on a :

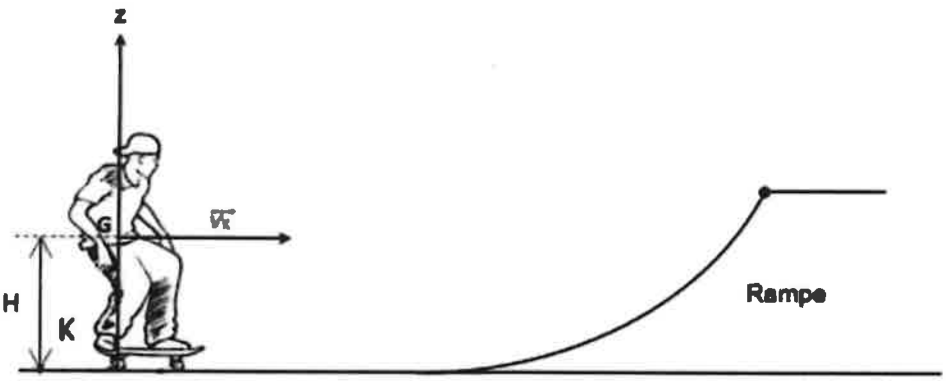
$$E_c(F) - E_c(E) = 80 - 150 = -70\,J$$

Soit en reprenant l'équation de la question précédente :

$$f = -\frac{W_f}{EF} = -\frac{-70}{2} = 35\,N$$

Quatrième partie : Etude énergétique du mouvement sur la rampe

Le skateur quitte le rail, les roues du skate sont de nouveau en contact avec le sol et roulent sans frottement. Le skateur prend de l'élan jusqu'au point K pour aborder la rampe : la vitesse horizontale atteinte a pour valeur $V_K = 4{,}5\ m/s$.



9- Le skateur arrive en haut de la rampe avec une vitesse nulle. Déterminer la hauteur de la rampe.

Il considéré que le skateur roule sans frottement sur le sol. On se retrouve alors dans le même cas qu'aux premières questions.
Il est donc possible d'utiliser le principe de la conservation de l'énergie mécanique, qui nous donne :

$$E_m(K) = E_m(R)$$

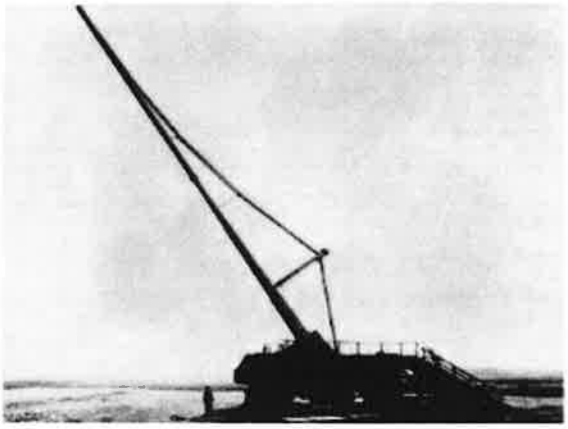
$$MgH + \frac{1}{2}MV_K^2 = Mg(H + h_R)$$

$$\frac{1}{2}MV_K^2 = Mgh_R$$

$$h_R = \frac{V_K^2}{2g} = \frac{4{,}5^2}{2.9{,}8} = 1{,}03\ m$$

Exercice 2 : L'obus

Souvent confondu à tort avec la grosse Bertha, le canon de Paris est à la fois le plus célèbre et le plus mystérieux des canons de toute l'histoire de l'artillerie. Ce canon a bombardé Paris à la fin de la Première Guerre mondiale.
Le tube du canon mesure $36\,m$ et pèse plus de $100\,tonnes$. La longueur et la masse exceptionnelles du canon ont obligé les ingénieurs de la société allemande Krupp à concevoir un système de soutènement inédit en artillerie. Comme pour un pont suspendu, des haubans et un mât central viennent rigidifier le long tube, l'empêchant de se courber sous son propre poids. Monté, le canon de Paris atteignait la masse de $750\,tonnes$.



Mais le secret du canon de Paris réside dans la trajectoire de l'obus. Avec une élévation égale à $50°$, le projectile est propulsé dans la haute atmosphère où l'air raréfié oppose moins de résistance à l'obus et accroît ainsi sa portée.
Le 30 janvier 1918, lors des essais finaux au pas de tir de la marine à Altenwalde, le canon tira un obus de $105\,kg$ avec une vitesse d'éjection de $1\,600\,m/s$. La durée de vol de l'obus a été de $176\,s$ et il est tombé à $126\,km$ de distance avec une assez bonne précision.
Les obus ont atteint une altitude de $42\,km$ à l'apogée de leur trajectoire.
C'était à l'époque la plus haute altitude jamais atteinte par un projectile lancé par l'homme.
Le canon de Paris conserva ce record de 1918 à 1939.

Le but de cet exercice est de vérifier quelques données de ce document sur le vol de l'obus.

Données :
-Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8\,m/s^2$.
-On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
-On négligera les frottements et la poussée d'Archimède.
-L'obus sera assimilé à un point matériel.
-On rappelle que $1\,tonne = 10^3\,kg$.

Expulsion de l'obus

On suppose que le système {tube du canon + obus} est pseudo-isolé pendant cette phase d'expulsion, c'est-à-dire que l'ensemble des forces extérieures appliquées au système se compensent.

1- Comment varie la quantité de mouvement du système pendant cette phase de tir ?

La quantité de mouvement de notre système pseudo-isolé ne varie pas puisque la somme des forces du monde extérieur qui s'appliquent sur le système est nulle.

A l'intérieur de notre système en revanche, on a bien la force du canon sur l'obus pour l'éjecter, et par principe d'action-réaction, l'obus qui exerce la même force (de sens opposé à celle du canon) sur le canon.
La quantité de mouvement d'un point matériel de masse m et de vitesse $\vec{V}$ est $m\vec{V}$.
Pour notre système, on écrit donc :

$$m_{tube}\overrightarrow{V_{tube}} + m_{obus}\overrightarrow{V_{obus}} = \vec{0}$$

Soit en projetant la relation suivant l'axe de tir :

$$m_{tube}V_{tube} = m_{obus}V_{obus}$$

2- En déduire la vitesse de recul du tube lors de l'expulsion de l'obus.

En réutilisant l'expression précédemment trouvée, on a :

$$V_{tube} = \frac{m_{obus}}{m_{tube}}V_{obus} = \frac{105}{100\ 000}1\ 600 = 1{,}68\ m/s$$

3- Quelle serait cette vitesse si le tube était 10 fois plus léger ? Justifiez la masse importante du tube du canon de Paris.

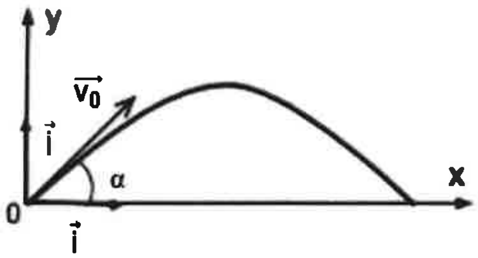
En reprenant la même formule, mais en modifiant la masse m_{tube}, on trouve :

$$V_{tube} = \frac{m_{obus}}{m_{tube}}V_{obus} = \frac{105}{10\ 000}1\ 600 = 16{,}8\ m/s$$

On voit bien que la vitesse de recul est très importante si le tube est plus léger.
Pour information, $16{,}8\ m/s$ représente plus de $60\ km/h$...

Trajectoire de l'obus

On étudie le mouvement de l'obus dans le repère (xOy) donné ci-après.



-Le point O est la gueule du canon (l'endroit où l'obus sort du tube du canon).
-L'angle α entre le tube du canon et le sol correspond à l'élévation citée dans le document.
-$\vec{V_0}$ est le vecteur vitesse initiale de l'obus à la sortie du canon.

4- En utilisant une loi de Newton, déterminer les coordonnées du vecteur accélération de l'obus : $a_x(t)$ suivant l'axe x et $a_y(t)$ suivant l'axe y.

Le Principe Fondamental de la Dynamique appliqué à l'obus s'écrit :

$$m\vec{a} = \overrightarrow{mg}$$

Puisque l'on néglige la trainée aérodynamique de l'obus.

En projetant cette relation sur les axes vertical et horizontal on a :

$$\begin{matrix} ma_x(t) = 0 \\ ma_y(t) = -mg \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{matrix}$$

5- En déduire les expressions des coordonnées $V_x(t)$ et $V_y(t)$ du vecteur vitesse de l'obus et montrer que les équations horaires du mouvement de l'obus s'écrivent :

$$\begin{cases} x(t) = V_0 cos\alpha . t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 sin\alpha . t \end{cases}$$

Avec t en secondes, V_0 en mètres par seconde et $x(t)$ et $y(t)$ en mètres.

En intégrant les relations trouvées à la question précédente entre le temps $t = 0\ s$ (où l'obus se trouve en sortie du tube du canon) et un temps t quelconque, on a :

$$V_x(t) - V_x(0) = 0$$
$$V_y(t) - V_y(0) = -g(t - 0)$$

Soit :

$$V_x(t) = V_x(0)$$
$$V_y(t) = -gt + V_y(0)$$

Et donc :

$$V_x(t) = V_0 cos\alpha$$
$$V_y(t) = -gt + V_0 sin\alpha$$

Puis en intégrant une seconde fois :

$$x(t) - x(0) = V_0 cos\alpha . (t - 0)$$
$$y(t) - y(0) = -\frac{g(t^2 - 0^2)}{2} + V_0 sin\alpha . (t - 0)$$

Soit :

$$x(t) = V_0 cos\alpha . t + x(0)$$
$$y(t) = -\frac{gt^2}{2} + V_0 sin\alpha . t + y(0)$$

$$x(t) = V_0 cos\alpha . t$$
$$y(t) = -\frac{gt^2}{2} + V_0 sin\alpha . t$$

6- En déduire l'équation de la trajectoire $y = f(x)$.

On combine simplement les deux relations trouvées à la question précédente.
On a d'une part :

$$t = \frac{x}{V_0 cos\alpha}$$

Et en remplaçant t par son expression dans la seconde relation :

$$y(x) = -\frac{g}{2}\left(\frac{x}{V_0 cos\alpha}\right)^2 + V_0 sin\alpha . \frac{x}{V_0 cos\alpha}$$

Soit :

$$y(x) = -\frac{g}{2(V_0 cos\alpha)^2} x^2 + x . tan\alpha$$

Vérification des données du document

7- En utilisant la question 5, déterminer la durée du vol et la portée théorique (distance entre le canon et l'endroit où l'obus touche le sol). On négligera la hauteur du canon et on suppose que l'obus arrive à la même altitude que celle de son point de départ.

Lorsque l'obus touche le sol à un temps $t = t_f$, on a :

$$y(t_f) = 0$$

Soit en reprenant l'expression de y trouvée à la question 5 :

$$0 = -\frac{g t_f^2}{2} + V_0 sin\alpha . t_f$$

$$0 = -\frac{g}{2} t_f + V_0 sin\alpha$$

Et donc :

$$t_f = \frac{2V_0 sin\alpha}{g} = \frac{2.1\,600. sin\left(50.\frac{2\pi}{360}\right)}{9{,}8} = 250\ s$$

Et pour trouver la distance D parcourue par l'obus on écrit :

$$x(t_f) = D$$

Et en reprenant l'expression de x trouvée à la question 5 :

$$D = V_0 cos\alpha . t_f$$

Soit :

$$D = 1\,600 . cos\left(50.\frac{2\pi}{360}\right).250 = 257\,115\, m = 257\, km$$

En n'oubliant pas de convertir les degrés en radians dans les sinus et cosinus.

8- **Déterminer l'altitude théorique maximale atteinte par l'obus, connaissant l'expression de la composante verticale de la vitesse de l'obus : $V_y(t) = -9{,}8.t + 1226$.**

A l'altitude maximale la composante verticale de vitesse de l'obus est nulle. On peut donc retrouver le temps t_a auquel cela arrive :

$$V_y(t_a) = 0 = -9{,}8.t_a + 1226$$

Soit :

$$t_a = \frac{1226}{9{,}8} = 125{,}1\, s$$

Et donc l'altitude maximale est donnée par :

$$h_{max} = y(t_a) = -\frac{gt_a^2}{2} + V_0 sin\alpha . t_a$$

Soit :

$$h_{max} = -\frac{9{,}8.125{,}1^2}{2} + 1\,600 . sin\left(50.\frac{2\pi}{360}\right).125{,}1 = 76\,769\, m = 76{,}8\, km$$

En n'oubliant pas de convertir les degrés en radians dans le sinus.

9- **Expliquer l'écart existant entre les résultats théoriques obtenus dans les deux questions précédentes et les données du document.**

D'après notre étude, l'obus monte jusqu'à $76{,}8\, km$ de haut contrairement à l'expérience qui nous dit seulement $42\, km$.
De même, la portée théorique selon notre étude est de $257\, km$ contre $126\, km$.
Enfin, la durée du vol de l'obus est $250\, s$ selon notre calcul, contre $176\, s$ en pratique.

Cela est notamment dû à la non prise en compte de la trainée aérodynamique qui va freiner beaucoup plus rapidement l'obus durant la montée. Il ira donc moins haut, moins loin, et forcément son temps de trajet sera plus court.

Exercice 3 : Dimension

On définit le nombre de Bagnold (Ba) en rhéologie, « utilisé pour caractériser l'écoulement de grains de sable et permet surtout de déterminer à partir de quelles conditions l'écoulement passe d'un fluide à seuil à celui d'un fluide granulaire où l'énergie est dissipée par choc entre les grains et non plus par frottement. Il représente le rapport entre l'énergie cinétique dissipée et l'énergie dissipée par choc entre les grains de sable. » (www.bonne-mesure.com).

Son expression peut se mettre sous la forme :

$$Ba = \frac{m^a \gamma^b}{2L_c^c \mu}$$

Avec :
-m la masse d'un grain
-γ le gradient de vitesse en fonction de la distance en $(m.s^{-1})/m$.
-L_c une longueur caractéristique
-μ la viscosité du fluide contenant les grains, exprimée en $kg.m^{-1}.s^{-1}$

Sachant que c'est un nombre sans dimension, donnez les valeurs de a, b et c.

On écrit la dimension du nombre de Bagnold en fonction des dimensions des autres paramètres :

$$[Ba] = \frac{M^a \left(\frac{\frac{L}{T}}{L}\right)^b}{\frac{L^c M}{LT}} = M^{a-1} L^{1-c} T^{1-b}$$

Or c'est un nombre sans dimension donc :

$$a - 1 = 0 \rightarrow a = 1$$
$$1 - c = 0 \rightarrow c = 1$$
$$1 - b = 0 \rightarrow b = 1$$

MINISTÈRE DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS

____

CONTRÔLEUR AERIEN D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

____

SESSION DU 15 NOVEMBRE 2021

____

ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 1h30 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée -- – Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve

Document validé par :

Nom :

Date : 05/11/2021

Lieutenant-colonel Stéphane Alma
Directeur de l'EPNER

Signature :

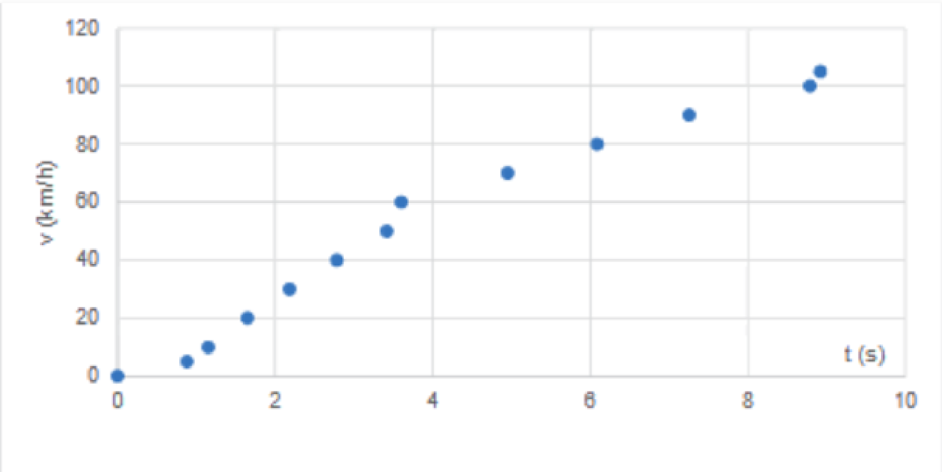
EXERCICE 1 : Performance d'une voiture électrique au démarrage

Les voitures électriques sont réputées pour accélérer plus fortement au démarrage. L'étude de l'évolution de la vitesse au cours du temps est menée sur la base d'une vidéo du tableau de bord d'une voiture électrique, départ arrêté, en ligne droite.

Photographie extraite de la vidéo du tableau de bord de la voiture étudiée :

Site internet Car Question : https://www.youtube.com/watch?v=UqDwYCxoyYI

Évolution de la vitesse de la voiture électrique au cours du temps :
À partir de la vidéo présentée ci-dessus, on relève la vitesse de la voiture électrique au cours du temps. Les mesures obtenues sont reportées dans le graphique ci-dessous :



Donnée :
-masse de la voiture : $m = 1{,}6 \times 10^3\ kg$.

1. Identifier le référentiel adopté pour les valeurs de la vitesse indiquée par le compteur de la voiture.

Les constructeurs caractérisent l'accélération d'une voiture en donnant la durée nécessaire pour que la voiture atteigne 100 km/h. Dans le cas de la voiture étudiée, on mesure, par suivi de la vitesse donnée sur le tableau de bord, une durée de 8,3 s.

2. Déterminer la valeur de l'accélération moyenne de la voiture.

On étudie le graphique donnant la vitesse de la voiture en fonction du temps.

3. On choisit de modéliser la dépendance entre la vitesse et le temps par une relation de proportionnalité. Déterminer graphiquement la valeur de l'accélération de la voiture en faisant apparaitre la démarche sur le document-réponse 1 de l'ANNEXE à rendre avec la copie. Comparer avec la valeur obtenue à la question 2.

C'est cette valeur de l'accélération que l'on retiendra pour le reste de l'exercice.

On sait que la distance parcourue à un instant t donné est $d = \frac{at^2}{2}$.

4. Déterminer la valeur de la distance nécessaire pour réaliser ce test. Commenter en la comparant au contexte quotidien de l'usage d'une voiture.

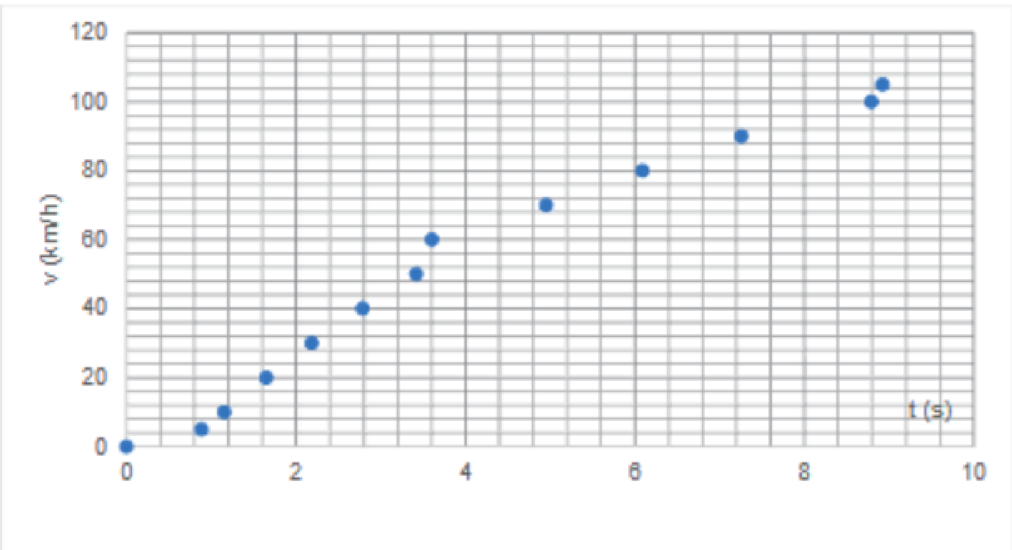
5. Déterminer, à accélération constante, par quels facteurs la distance parcourue et la vitesse atteinte sont divisées lorsque la durée d'observation est divisée par deux.

6. Déterminer la valeur de la résultante des forces extérieures exercées sur la voiture.

7. Déterminer la valeur de la variation d'énergie cinétique de la voiture lorsqu'elle a parcouru une distance de 100 m. Quelle était la forme de cette énergie avant d'être convertie en énergie cinétique ?

Document-réponse 1 : EXERCICE A, question 3

Évolution de la vitesse de la voiture électrique au cours du temps



EXERCICE 2 : Mission sur la Lune

L'année 2019 a marqué le 50e anniversaire de la mission Apollo 11. En effet, le 20 juillet 1969, l'Homme marche pour la première fois sur la Lune. Le but de cet exercice est d'étudier différents aspects des missions Apollo 11 et 16 : le décollage depuis la Terre, la mise en orbite autour de la Lune et une expérience de détermination de la valeur de l'intensité de la pesanteur lunaire.

Équipage de la mission Apollo 11 en 1969 (de gauche à droite : N. Armstrong, M. Collins, B. Aldrin) Source : NASA

Équipage de la mission Apollo 16 en 1972 (de gauche à droite : T. Mattingly, J. Young, C. Duke Jr.) Source : NASA

Données :
-constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$;
-masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\ kg$;
-masse de la Lune : $M_L = 7{,}34 \times 10^{22}\ kg$;
-masse du vaisseau Apollo 11 avec son module lunaire : $m_1 = 4{,}50 \times 10^4\ kg$;
-rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37 \times 10^3\ km$;
-rayon de la Lune : $R_L = 1{,}73 \times 10^3\ km$;
-intensité de pesanteur terrestre : $g_T = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$.

Pour rappel : $10^3 = 1000$

1. Décollage depuis la Terre de la mission Apollo 11

La fusée Saturn V est composée de trois étages contenant du carburant. Lorsqu'ils sont vides, ces étages se décrochent au fur et à mesure de la progression de la fusée. Le 16 juillet 1969, la fusée Saturn V décolle de cap Canaveral en Floride en emportant l'équipage et le vaisseau Apollo 11 sur lequel est fixé un module lunaire. Elle met en orbite le vaisseau Apollo 11 qui effectue alors 1,5 tour autour de la Terre, afin de permettre la vérification de tous les paramètres du vol. Le vaisseau Apollo 11 est ensuite transféré sur une nouvelle trajectoire grâce au dernier étage de la fusée, qui va le mener à proximité de la Lune.
Pour toute cette partie, l'étude est effectuée dans le référentiel géocentrique dont l'origine est le centre de la Terre et dont les axes pointent vers des étoiles fixes ; le référentiel est supposé galiléen. La valeur de la vitesse du vaisseau Apollo 11 sur son

orbite supposée circulaire de rayon $6{,}56 \times 10^3\ km$ (soit une altitude par rapport à la Terre de $190\ km$) vaut $v_h = 7{,}79 \times 10^3\ m \cdot s^{-1}$.

Le périmètre d'un cercle de rayon R est donné par $2\pi R$.

1.1. Calculer la valeur de la durée passée en orbite terrestre par l'équipage dans le vaisseau Apollo 11.

1.2. La valeur de l'énergie potentielle de pesanteur du vaisseau Apollo 11 en orbite terrestre est $E_p = 8{,}39 \times 10^{10}\ J$, l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur étant prise nulle au centre de la Terre.

1.2.1. Calculer la valeur de l'énergie cinétique E_c du vaisseau en orbite terrestre.
1.2.2. En déduire la valeur de l'énergie mécanique E_m du vaisseau en orbite terrestre.

1.3. La valeur de l'énergie mécanique E_{m0} du vaisseau Apollo 11 avant le décollage est : $E_{m0} = 0\ J$.

1.3.1. Déterminer l'énergie minimale que doit fournir Saturn V pour mettre en orbite terrestre le vaisseau Apollo 11. Conclure, sachant que la fusée Saturn V est un lanceur qui a la capacité de fournir une énergie de l'ordre de $5 \times 10^{12}\ J$ pour mettre un corps en orbite autour de la Terre.
1.3.2. Expliquer pourquoi l'énergie cinétique du vaisseau avant le décollage n'est pas nulle dans le référentiel géocentrique.

2. Michael Collins en orbite autour de la Lune lors de la mission Apollo 11

Le vaisseau Apollo 11 se trouve au voisinage de la Lune à une altitude $h_L = 110\ km$ par rapport au sol lunaire. À cet instant, le module lunaire se détache du vaisseau emportant à son bord les deux astronautes Buzz Aldrin et Neil Armstrong vers le sol lunaire. Le troisième astronaute Michael Collins reste seul en orbite dans le vaisseau qui est animé d'un mouvement supposé circulaire uniforme dans le référentiel d'étude centré sur la Lune et supposé galiléen. Libéré de son module, le vaisseau possède alors une masse m_2 qui n'est plus que de $3{,}0 \times 10^4\ kg$ environ. Les deux astronautes restent 21 h et 36 min sur le sol lunaire.

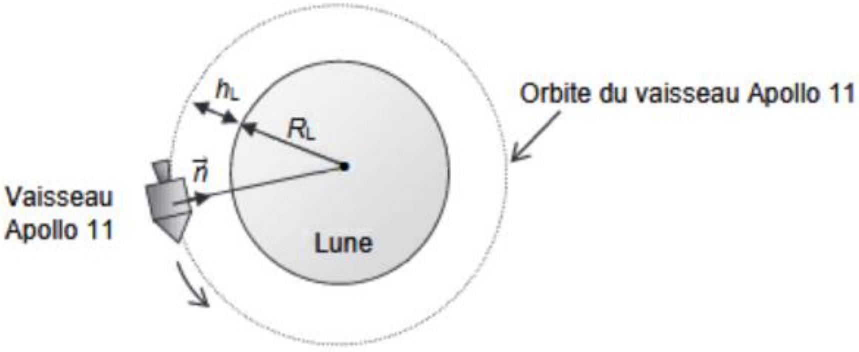


Figure 1. Vaisseau en orbite lunaire à une altitude h_L

On note $\vec{n}$ un vecteur unitaire choisi dans la direction vaisseau – centre de la Lune et dans le sens du vaisseau Apollo 11 vers la Lune (cf. figure 1). On considère que le vaisseau n'est soumis qu'à l'attraction de la Lune.

On rappelle que la force d'attraction d'un objet de masse m sur un objet de masse m', dont les centres de gravité sont séparés d'une distance r s'écrit :

$$\vec{F} = G\frac{mm'}{r^2}\vec{u}$$

Avec $\vec{u}$ un vecteur partant du centre de gravité de l'objet de masse m' pointant vers le centre de gravité de l'objet de masse m.

2.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L dans le référentiel d'étude.

2.2. Donner la relation entre v, $R_L + h_L$ et ω la vitesse de rotation du vaisseau autour de la Lune en $rad.s^{-1}$.

L'accélération du vaisseau suivant l'axe $\vec{n}$ s'écrit aussi :

$$a = v\omega$$

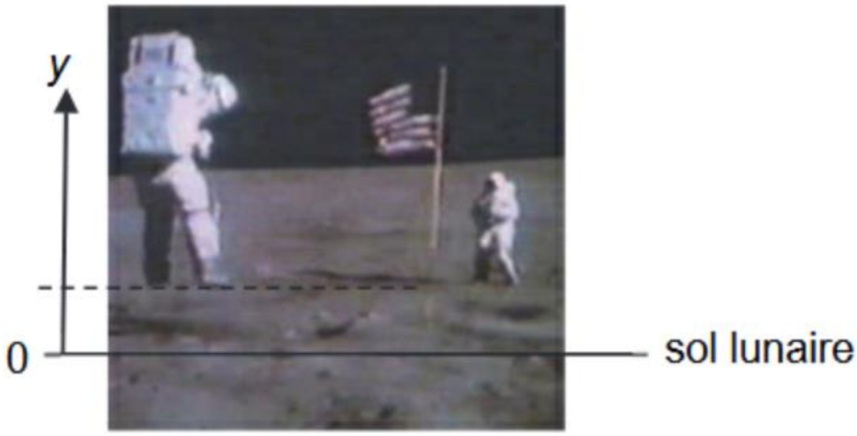
2.3. Montrer que la norme de la vitesse v du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L a pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{GM_L}{R_L + h_L}}$$

Et donnez sa valeur.

2.4. Calculer la valeur de la période de révolution T du vaisseau Apollo 11, puis déterminer celle du nombre de tours autour de la Lune qu'a fait l'astronaute Michael Collins pendant le séjour des deux autres astronautes sur la Lune.

3. Saut de John Young lors de la mission Apollo 16



Source : NASA

Lors de la mission Apollo 16 en 1972, l'astronaute John Young fait un grand saut vertical. Cette scène a été filmée et la vidéo est exploitée grâce à un logiciel de pointage.
Une image de cette vidéo présentée ci-dessus montre John Young au point le plus haut du saut, ses pieds étant alors situés à $60\ cm$ au-dessus du sol.

On choisit l'axe Oy vertical, orienté vers le haut, l'origine O de cet axe étant situé au niveau du sol lunaire. On repère la position de John Young selon cet axe en pointant la position de ses pieds image par image. La courbe $y(t)$ donnée ci-dessous représente l'évolution de la position de John Young en fonction du temps pendant son saut sur la Lune. L'origine des dates, $t = 0\ s$, est prise au début du saut.

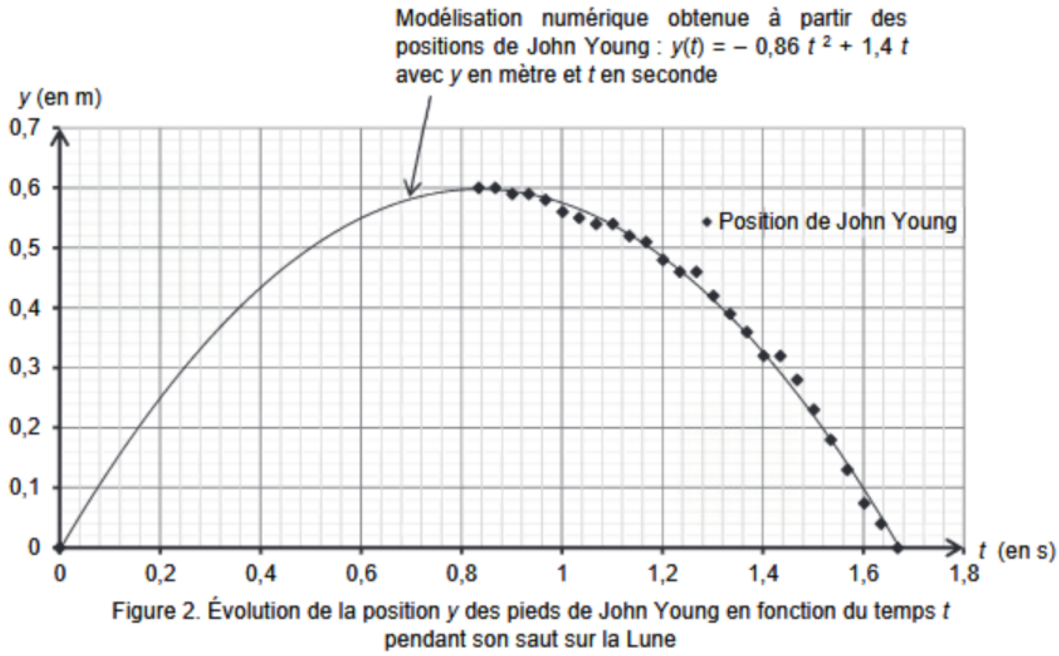


Figure 2. Évolution de la position y des pieds de John Young en fonction du temps t pendant son saut sur la Lune

En l'absence d'atmosphère sur la Lune, on considère que le saut de John Young est une chute libre verticale.

Pour informations, on a :

$$y(t) = \frac{a_y}{2}t^2 + 1{,}4.t$$

$$v_y(t) = a_y.t + 1{,}4$$

3.1. D'après l'équation de la modélisation numérique, calculer la valeur de la vitesse initiale v_{0y} de John Young.

3.2. L'accélération est donnée par $a_y(t) = -1{,}72\ m.s^{-2}$.
Montrer que c'est aussi l'opposé de la valeur de l'intensité de la pesanteur lunaire g_L.

3.3. John Young, avec son scaphandre, a une masse totale d'environ $150\ kg$ et il parvient pourtant à faire un saut vertical de $60\ cm$ sur la Lune. Déterminer les valeurs de la hauteur et de la durée d'un saut vertical qu'aurait réalisé John Young avec son équipement sur la Terre avec la vitesse initiale v_{0y} dans le cadre du modèle de la chute libre. Commenter.

EXERCICE 3 : Equation aux dimensions

Le nombre de Bansen Ba est un nombre sans dimension utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert d'énergie thermique par radiation et le transfert par convection.
On le définit de la manière suivante :

$$Ba = \frac{h_r S^a}{F^b c_p}$$

Avec :
-h_r : le coefficient de transfert thermique par radiation ($J.K^{-1}.s^{-1}.m^{-2}$)
-S : la surface de transfert
-F : le débit massique ($kg.s^{-1}$)
-c_p : la capacité thermique, qui représente la quantité d'énergie thermique que l'on doit transférer à un corps pour augmenter sa température ($J.K^{-1}.kg^{-1}$)

(Source : Wikipédia)

Puisque le nombre de Bansen est sans dimension, déterminez les constantes a et b.

MINISTÈRE
DES ARMÉES
*Liberté
Égalité
Fraternité*

Direction générale
de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS

____

CONTRÔLEUR AERIEN D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

____

SESSION DU 15 NOVEMBRE 2021

____

CORRIGÉ ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 1h30 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée --
– Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve

Document validé par :

Nom :

Date :

Signature :

EXERCICE 1

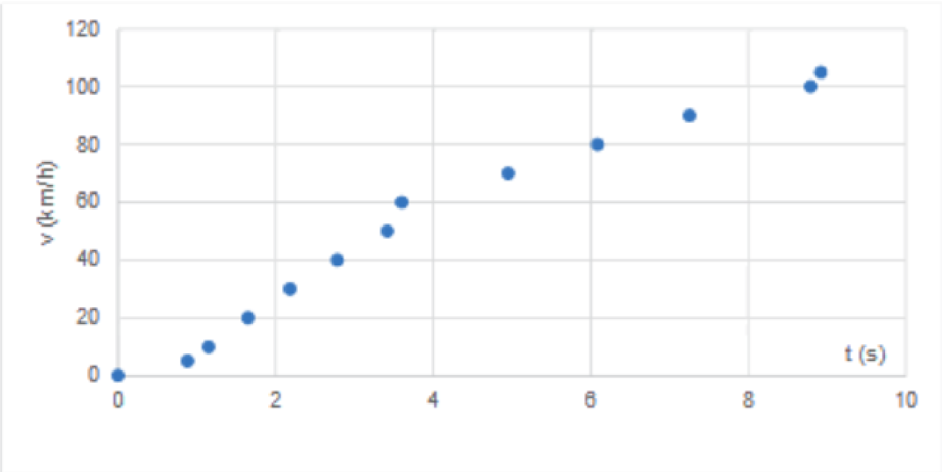
Performance d'une voiture électrique au démarrage.

Les voitures électriques sont réputées pour accélérer plus fortement au démarrage. L'étude de l'évolution de la vitesse au cours du temps est menée sur la base d'une vidéo du tableau de bord d'une voiture électrique, départ arrêté, en ligne droite.

Photographie extraite de la vidéo du tableau de bord de la voiture étudiée :

Site internet Car Question : https://www.youtube.com/watch?v=UqDwYCxoyYI

Évolution de la vitesse de la voiture électrique au cours du temps :
À partir de la vidéo présentée ci-dessus, on relève la vitesse de la voiture électrique au cours du temps. Les mesures obtenues sont reportées dans le graphique ci-dessous :



Donnée :
-masse de la voiture : $m = 1{,}6 \times 10^3\ kg$.

1. Identifier le référentiel adopté pour les valeurs de la vitesse indiquée par le compteur de la voiture.

L'étude se place dans le référentiel terrestre, supposé Galiléen. La vitesse indiquée par le compteur est relative à ce référentiel.

Les constructeurs caractérisent l'accélération d'une voiture en donnant la durée nécessaire pour que la voiture atteigne 100 km/h. Dans le cas de la voiture étudiée, on mesure, par suivi de la vitesse donnée sur le tableau de bord, une durée de 8,3 s.

2. Déterminer la valeur de l'accélération moyenne de la voiture.

En moyenne, on a l'accélération qui vaut :

$$a = \frac{V}{t} = \frac{\frac{100}{3,6}}{8,3} = 3,35\, m.s^{-2}$$

Avec la vitesse qui est convertie en m/s.

On étudie le graphique donnant la vitesse de la voiture en fonction du temps.

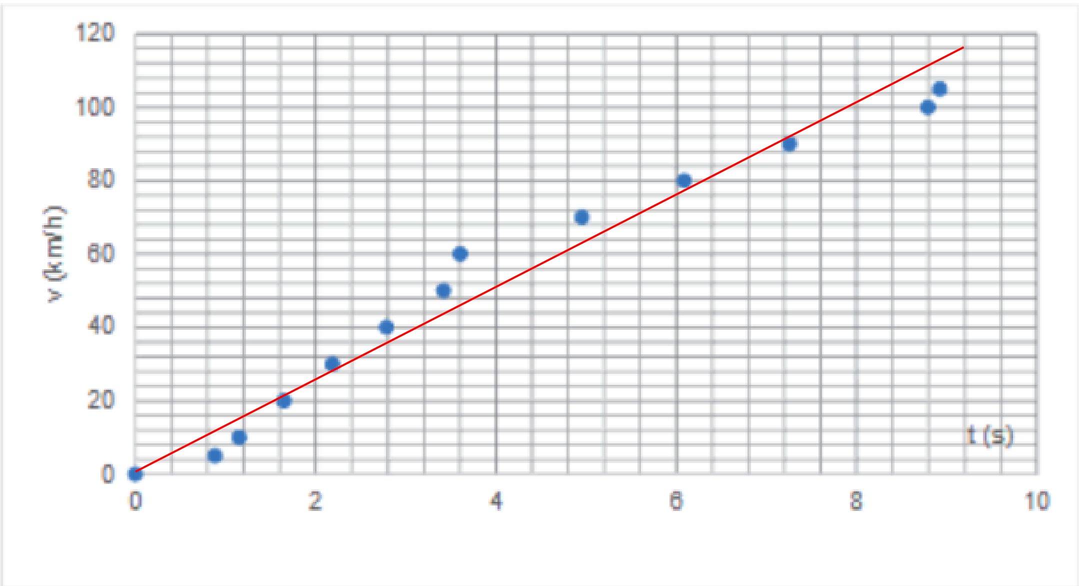
3. On choisit de modéliser la dépendance entre la vitesse et le temps par une relation de proportionnalité. Déterminer graphiquement la valeur de l'accélération de la voiture en faisant apparaitre la démarche sur le document-réponse 1 de l'ANNEXE à rendre avec la copie. Comparer avec la valeur obtenue à la question 2.

On veut trouver a tel que $V = at$, avec a l'accélération moyenne du véhicule.

De manière graphique, on trace une droite partant de l'origine, et suivant le plus possible les points mesurés :

Document-réponse 1 : EXERCICE A, question 3

Évolution de la vitesse de la voiture électrique au cours du temps



La droite en rouge a une pente :

$$a = \frac{\frac{116}{3,6}}{9,2} = 3,5 \ m.s^{-2}$$

Donc l'accélération moyenne déterminée théoriquement à la question précédente ($3,35 \ m.s^{-2}$) est un peu plus faible que graphiquement.

C'est cette valeur de l'accélération que l'on retiendra pour le reste de l'exercice.

On sait que la distance parcourue à un instant t donné est $d = \frac{at^2}{2}$.

4. Déterminer la valeur de la distance nécessaire pour réaliser ce test. Commenter en la comparant au contexte quotidien de l'usage d'une voiture.

On a donc :

$$d = \frac{at^2}{2} = \frac{3,5.(8,3)^2}{2} = 120,6 \ m$$

C'est une distance assez importante parcourue en peu de temps.

5. Déterminer, à accélération constante, par quels facteurs la distance parcourue et la vitesse atteinte sont divisées lorsque la durée d'observation est divisée par deux.

En divisant par 2 le temps d'étude, on a :

$$d = \frac{at^2}{2} = \frac{3,5.(4,15)^2}{2} = 30,1 \ m$$

Contre $120,6 \ m$.

Et :

$$V = at = 3,5.4,15 = 14,5 \ m/s$$

Soit :

$$V = 14,5.3,6 = 52,3 \ km/h$$

Contre $(3,5.8,3).3,6 = 104,6 \ km/h$ graphiquement, et $100 \ km/h$ d'après l'énoncé.

La distance est beaucoup plus impactée par cette division du temps d'observation. C'est normal puisque sa dépendance est en t^2. On a un ratio $\frac{120,6}{30,1} = 4$ pour la distance et $\frac{100}{52,3} = 1,9$ pour la vitesse.

6. Déterminer la valeur de la résultante des forces extérieures exercées sur la voiture.

Le Principe Fondamental de la Dynamique nous dit que :

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

L'accélération de la voiture $\vec{a}$ dépend de la somme des forces s'exerçant sur elle $\sum \vec{F}$ et sa masse m.

Or ici l'accélération est orientée vers l'avant (la vitesse augmente) et a une norme de $3{,}5\ m.s^{-2}$.

Connaissant la masse de la voiture $m = 1{,}6 \times 10^3\ kg = 1600\ kg$, on a la résultante des forces extérieures qui vaut :

$$\sum \vec{F} = 1600.3{,}5 = 5600\ N$$

Il s'agit de la différence entre la traction générée par le moteur et la trainée aérodynamique du véhicule.

7. Déterminer la valeur de la variation d'énergie cinétique de la voiture lorsqu'elle a parcouru une distance de 100 m. Quelle était la forme de cette énergie avant d'être convertie en énergie cinétique ?

On a l'énergie cinétique qui vaut :

$$E_c = \frac{1}{2}mV^2$$

Or la voiture atteint $100\ m$ lorsque :

$$d = 100 = \frac{at^2}{2}$$

Soit à un temps :

$$t = \sqrt{\frac{2.100}{a}} = \sqrt{\frac{200}{3{,}5}} = 7{,}6\ s$$

Et donc la vitesse à ce temps vaut :

$$V = at = 3{,}5.7{,}6 = 26{,}6\ m/s = 95{,}76\ km/h$$

Ainsi :

$$E_c = \frac{1}{2}1600.\,26{,}6^2 = 566\,048\ J$$

Cette énergie provient de la batterie qui alimente le moteur. Il s'agit donc à la base d'une énergie sous forme potentielle électrique.

EXERCICE 2

Missions sur la Lune.

L'année 2019 a marqué le 50e anniversaire de la mission Apollo 11. En effet, le 20 juillet 1969, l'Homme marche pour la première fois sur la Lune. Le but de cet exercice est d'étudier différents aspects des missions Apollo 11 et 16 : le décollage depuis la Terre, la mise en orbite autour de la Lune et une expérience de détermination de la valeur de l'intensité de la pesanteur lunaire.

Équipage de la mission Apollo 11 en 1969 (de gauche à droite : N. Armstrong, M. Collins, B. Aldrin) Source : NASA

Équipage de la mission Apollo 16 en 1972 (de gauche à droite : T. Mattingly, J. Young, C. Duke Jr.) Source : NASA

Données :
-constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$;
-masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\ kg$;
-masse de la Lune : $M_L = 7{,}34 \times 10^{22}\ kg$;
-masse du vaisseau Apollo 11 avec son module lunaire : $m_1 = 4{,}50 \times 10^4\ kg$;
-rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37 \times 10^3\ km$;
-rayon de la Lune : $R_L = 1{,}73 \times 10^3\ km$;
-intensité de pesanteur terrestre : $g_T = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$.

Pour rappel : $10^3 = 1000$

1. Décollage depuis la Terre de la mission Apollo 11

La fusée Saturn V est composée de trois étages contenant du carburant. Lorsqu'ils sont vides, ces étages se décrochent au fur et à mesure de la progression de la fusée. Le 16 juillet 1969, la fusée Saturn V décolle de cap Canaveral en Floride en emportant l'équipage et le vaisseau Apollo 11 sur lequel est fixé un module lunaire. Elle met en orbite le vaisseau Apollo 11 qui effectue alors $1{,}5$ tour autour de la Terre, afin de permettre la vérification de tous les paramètres du vol. Le vaisseau Apollo 11 est ensuite transféré sur une nouvelle trajectoire grâce au dernier étage de la fusée, qui va le mener à proximité de la Lune.

Pour toute cette partie, l'étude est effectuée dans le référentiel géocentrique dont l'origine est le centre de la Terre et dont les axes pointent vers des étoiles fixes ; le référentiel est supposé galiléen. La valeur de la vitesse du vaisseau Apollo 11 sur son orbite supposée circulaire de rayon $6{,}56 \times 10^3\ km$ (soit une altitude par rapport à la Terre de $190\ km$) vaut $v_h = 7{,}79 \times 10^3\ m \cdot s^{-1}$.

Le périmètre d'un cercle de rayon R est donné par $2\pi R$.

1.1. Calculer la valeur de la durée passée en orbite terrestre par l'équipage dans le vaisseau Apollo 11.

Le vaisseau parcours 1,5 fois la tour de la Terre soit une distance de :

$$1{,}5.2\pi.6\,560 = 61\,827\ km = 61\,827\,000\ m$$

Sachant que la vitesse du vaisseau est de $7\,790\ m \cdot s^{-1}$, on a une durée passée en orbite de :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{61\,827\,000}{7\,790} = 7\,937\ s = 132\ min\ 17\ s$$

1.2. La valeur de l'énergie potentielle de pesanteur du vaisseau Apollo 11 en orbite terrestre est $E_p = 8{,}39 \times 10^{10}\ J$, l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur étant prise nulle à la surface de la Terre (et la constante de gravité étant considérée constante et égale à $9{,}81\ m.s^{-2}$).

1.2.1. Calculer la valeur de l'énergie cinétique E_c du vaisseau en orbite terrestre.

On a l'énergie cinétique qui vaut :

$$E_c = \frac{1}{2} m_1 v_h^2 = \frac{1}{2}.4{,}50.10^4.(7{,}79.10^3)^2 = 1{,}37.10^{12}\ J$$

1.2.2. En déduire la valeur de l'énergie mécanique E_m du vaisseau en orbite terrestre.

On a l'énergie mécanique qui est la somme des deux formes d'énergie précédentes :

$$E_m = E_c + E_p = 1{,}37.10^{12} + 8{,}39.10^{10} = 1{,}45.10^{12}\ J$$

1.3. On considère que la valeur de l'énergie mécanique E_{m0} du vaisseau Apollo 11 avant le décollage est nulle : $E_{m0} = 0\ J$.

1.3.1. Déterminer l'énergie minimale que doit fournir Saturn V pour mettre en orbite terrestre le vaisseau Apollo 11 à sa vitesse de croisière. Conclure, sachant que la fusée Saturn V est un lanceur qui a la capacité de fournir une énergie de l'ordre de $5 \times 10^{12}\ J$ pour mettre un corps en orbite autour de la Terre.

Lorsque le vaisseau est en orbite autour de la Terre, il a une énergie mécanique de $E_m = 1{,}45.10^{12}\ J$ (cf question 1.2.2).

Si au départ il avait $E_{m0} = 0\,J$, c'est que le lanceur lui a fourni la quantité d'énergie :

$$E_m - E_{m0} = 1{,}45.10^{12} - 0 = 1{,}45.10^{12}\,J < 5.10^{12}\,J$$

Heureusement, le lanceur peut fournir l'énergie suffisante afin de mettre en orbite le vaisseau.

1.3.2. Expliquer pourquoi l'énergie mécanique du vaisseau avant le décollage n'est pas tout à fait nulle dans le référentiel géocentrique.

Le référentiel géocentrique est fixe par rapport à la Terre. Ainsi le vaisseau, lorsqu'il est posé au sol, bouge du fait de la rotation de la Terre, d'où une énergie cinétique du vaisseau non nulle au départ.

2. Michael Collins en orbite autour de la Lune lors de la mission Apollo 11

Le vaisseau Apollo 11 se trouve au voisinage de la Lune à une altitude $h_L = 110\,km$ par rapport au sol lunaire. À cet instant, le module lunaire se détache du vaisseau emportant à son bord les deux astronautes Buzz Aldrin et Neil Armstrong vers le sol lunaire. Le troisième astronaute Michael Collins reste seul en orbite dans le vaisseau qui est animé d'un mouvement supposé circulaire uniforme dans le référentiel d'étude centré sur la Lune et supposé galiléen. Libéré de son module, le vaisseau possède alors une masse m_2 qui n'est plus que de $3{,}0 \times 10^4\,kg$ environ. Les deux astronautes restent 21 h et 36 min sur le sol lunaire.

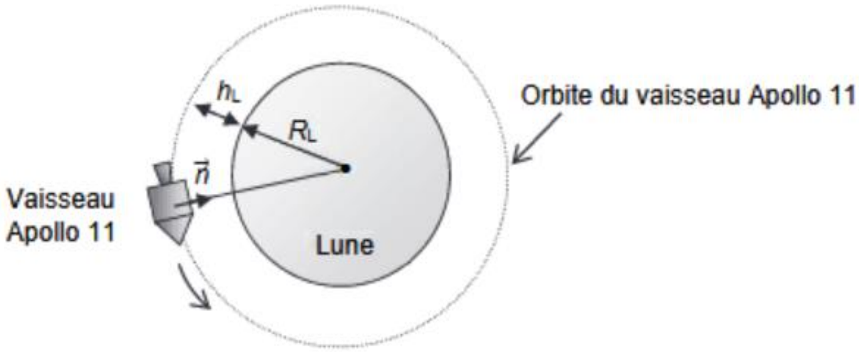


Figure 1. Vaisseau en orbite lunaire à une altitude h_L

On note $\vec{n}$ un vecteur unitaire choisi dans la direction vaisseau – centre de la Lune et dans le sens du vaisseau Apollo 11 vers la Lune (cf. figure 1). On considère que le vaisseau n'est soumis qu'à l'attraction de la Lune.

On rappelle que la force d'attraction d'un objet de masse m sur un objet de masse m', dont les centres de gravité sont séparés d'une distance r s'écrit :

$$\vec{F} = G\frac{mm'}{r^2}\vec{u}$$

Avec $\vec{u}$ un vecteur partant du centre de gravité de l'objet de masse m' pointant vers le centre de gravité de l'objet de masse m.

2.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L dans le référentiel d'étude.

On applique le Principe Fondamental de la dynamique, sachant qu'on a seulement l'attraction de la Lune qui s'exerce sur le vaisseau soit :

$$m_2\vec{a} = G\frac{M_L m_2}{(R_L + h_L)^2}\vec{n}$$

Soit simplement :

$$\vec{a} = G\frac{M_L}{(R_L + h_L)^2}\vec{n}$$

2.2. Donner la relation entre v, $R_L + h_L$ et ω la vitesse de rotation du vaisseau autour de la Lune en $rad.s^{-1}$.

On a simplement :

$$(R_L + h_L)\omega = v$$

<u>Remarque :</u>
Une analyse dimensionnelle permet de s'assurer que la relation est bonne :

$$[R_L + h_L] = m$$
$$[\omega] = s^{-1}$$
$$[v] = m.s^{-1}$$

L'accélération du vaisseau suivant l'axe $\vec{n}$ s'écrit aussi :

$$a = v\omega$$

2.3. Montrer que la norme de la vitesse v du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L a pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{GM_L}{R_L + h_L}}$$

Et donnez sa valeur.

D'après le PFD vu à la question 2.1, on a :

$$m_2 v\omega = m_2 a = G\frac{M_L m_2}{(R_L + h_L)^2}$$

Or :

$$\omega = \frac{v}{R_L + h_L} \rightarrow m_2 v\omega = m_2\frac{v^2}{R_L + h_L}$$

D'où :

$$m_2\frac{v^2}{R_L + h_L} = G\frac{M_L m_2}{(R_L + h_L)^2} \rightarrow v^2 = G\frac{M_L}{R_L + h_L}$$

Et donc :

$$v = \sqrt{\frac{GM_L}{R_L + h_L}} = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}.7{,}34.10^{22}}{1{,}73.10^6 + 110.10^3}} = 1\,631\ m/s$$

En n'oubliant pas de convertir les km en m.

2.4. Calculer la valeur de la période de révolution T du vaisseau Apollo 11, puis déterminer celle du nombre de tours autour de la Lune qu'a fait l'astronaute Michael Collins pendant le séjour des deux autres astronautes sur la Lune.

On a la période, temps pendant lequel le vaisseau fait le tour de la Lune, qui se calcule via la formule :

$$v = \frac{2\pi(R_L + h_L)}{T}$$

Soit :

$$T = \frac{2\pi(R_L + h_L)}{v} = \frac{2\pi(R_L + h_L)}{\sqrt{\frac{GM_L}{R_L + h_L}}} = \frac{2\pi.(1{,}73.10^6 + 110.10^3)}{1\,631} = 7\,088\ s$$

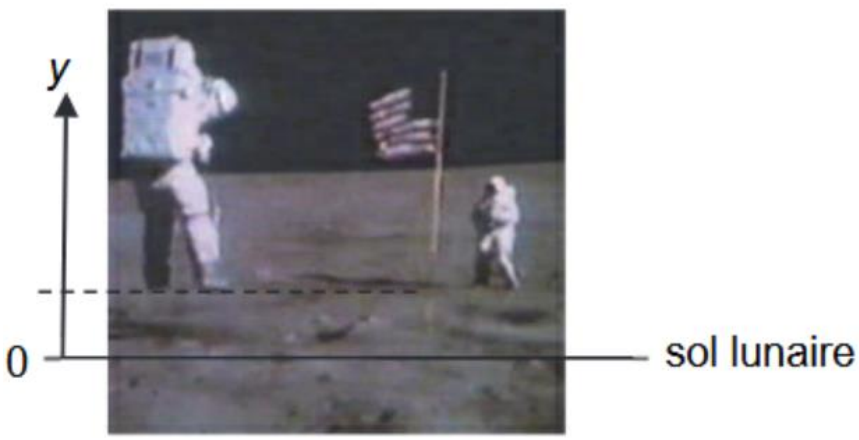
Michael Collins est resté en orbite autour de la Lune pendant 21 heures et 36 minutes soit :

$$21.60 + 36 = 1296\ min = 77\,760\ s$$

Et a donc pu faire 11 fois le tour de la Lune puique :

$$\frac{77\,760}{T} = \frac{77\,760}{7\,088} = 10{,}97$$

3. Saut de John Young lors de la mission Apollo 16



Source : NASA

Lors de la mission Apollo 16 en 1972, l'astronaute John Young fait un grand saut vertical. Cette scène a été filmée et la vidéo est exploitée grâce à un logiciel de pointage.
Une image de cette vidéo présentée ci-dessus montre John Young au point le plus haut du saut, ses pieds étant alors situés à $60\ cm$ au-dessus du sol.

On choisit l'axe Oy vertical, orienté vers le haut, l'origine O de cet axe étant situé au niveau du sol lunaire. On repère la position de John Young selon cet axe en pointant la position de ses pieds image par image. La courbe $y(t)$ donnée ci-dessous représente l'évolution de la position de John Young en fonction du temps pendant son saut sur la Lune. L'origine des dates, $t = 0\,s$, est prise au début du saut.

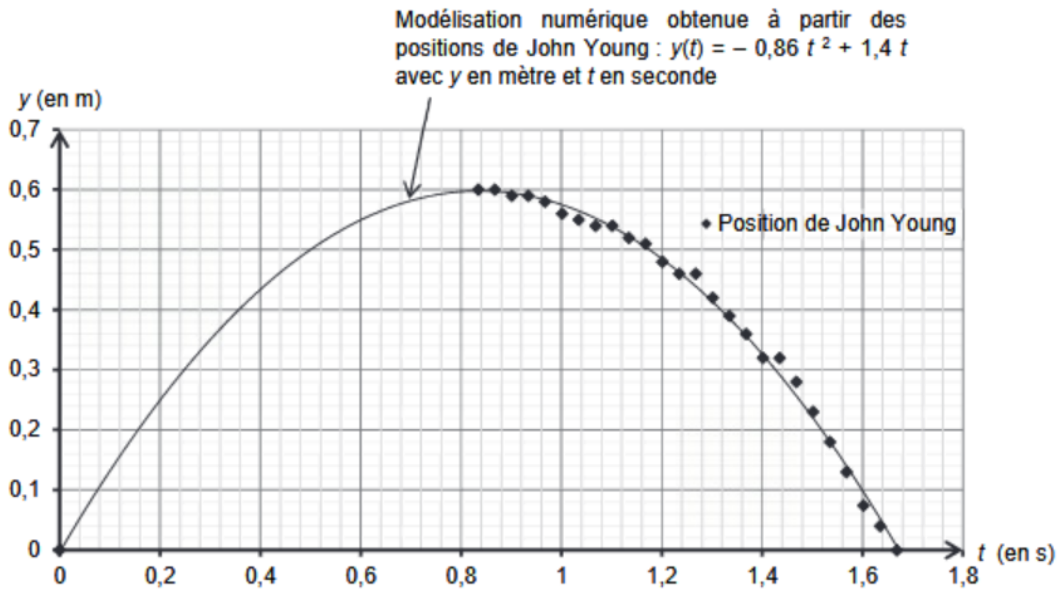


Figure 2. Évolution de la position y des pieds de John Young en fonction du temps t pendant son saut sur la Lune

En l'absence d'atmosphère sur la Lune, on considère que le saut de John Young est une chute libre verticale.

Pour information, on a :

$$y(t) = \frac{a_y}{2}t^2 + 1{,}4.t$$

$$v_y(t) = a_y.t + 1{,}4$$

3.1. D'après l'équation de la modélisation numérique, calculer la valeur de la vitesse initiale v_{0y} de John Young.

A l'instant initial on a :

$$v_{0y} = v_y(t=0) = 1{,}4\ m/s$$

3.2. L'accélération est donnée par $a_y(t) = -1{,}72\ m.s^{-2}$.
Montrer que c'est aussi l'opposé de la valeur de l'intensité de la pesanteur lunaire g_L.

Lorsque l'on écrit le Principe Fondamental de la Dynamique, en sachant que la seule force s'exerçant sur l'astronaute est son poids, on a :

$$ma_y = -mg_L$$

D'où la valeur de g_L.

3.3. John Young, avec son scaphandre, a une masse totale d'environ $150\ kg$ et il parvient pourtant à faire un saut vertical de $60\ cm$ sur la Lune. Déterminer les valeurs de la hauteur et de la durée d'un saut vertical qu'aurait réalisé John Young avec son équipement sur la Terre avec la vitesse initiale v_{0y} dans le cadre du modèle de la chute libre. Commenter.

On a sur Terre :

$$a = -g = -9{,}81\ m.s^{-2}$$

Donc en intégrant par rapport au temps :

$$v_y(t) = -9{,}81.t + v_{0y} = -9{,}81.t + 1{,}4$$

Et en intégrant une seconde fois :

$$y(t) = -\frac{9{,}81}{2}.t^2 + 1{,}4.t = \left(-\frac{9{,}81}{2}.t + 1{,}4\right).t$$

Ainsi, on a $y(t) = 0$ quand $t = 0\ s$ (début du saut…) et quand :

$$-\frac{9{,}81}{2}.t + 1{,}4 = 0$$

Soit :

$$t = \frac{1{,}4}{\frac{9{,}81}{2}} = 0{,}29\ s$$

La hauteur maximale est atteinte lorsque $v_y(t) = 0$ soit :

$$t = \frac{1{,}4}{9{,}81} = 0{,}14\ s$$

Donc :

$$y(t = 0{,}14) = -0{,}86.0{,}14^2 + 1{,}4.0{,}14 = 0{,}18\ m$$

Ce qui est trois fois moins important que sur la Lune, dû à une attraction bien plus forte sur Terre.

EXERCICE 3

Equation aux dimensions.

Le nombre de Bansen Ba est un nombre sans dimension utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert d'énergie thermique par radiation et le transfert par convection.
On le définit de la manière suivante :

$$Ba = \frac{h_r S^a}{F^b c_p}$$

Avec :
-h_r : le coefficient de transfert thermique par radiation ($J.K^{-1}.s^{-1}.m^{-2}$)
-S : la surface de transfert
-F : le débit massique ($kg.s^{-1}$)
-c_p : la capacité thermique, qui représente la quantité d'énergie thermique que l'on doit transférer à un corps pour augmenter sa température ($J.K^{-1}.kg^{-1}$)

(Source : Wikipédia)

Puisque le nombre de Bansen est sans dimension, déterminez les constantes a et b.

On a les unités des différents paramètres :

$$[S] = m^2$$
$$[F] = kg.s^{-1}$$
$$[c_p] = J.K^{-1}.kg^{-1}$$
$$[h_r] = J.K^{-1}.s^{-1}.m^{-2}$$

Sachant que :

$$[Ba] = \left[\frac{h_r S^a}{F^b c_p}\right] = \frac{(J.K^{-1}.s^{-1}.m^{-2}).(m^{2a})}{(kg^b.s^{-b}).(J.K^{-1}.kg^{-1})} = kg^{1-b}.s^{-1+b}.m^{2a-2}$$

Donc :

$$1 - b = 0 \rightarrow b = 1$$

Et :

$$2a - 2 = 0 \rightarrow a = 1$$

Le nombre de Bansen s'écrit donc :

$$Ba = \frac{h_r S}{F c_p}$$

MINISTÈRE DES ARMÉES

Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS

____

CONTRÔLEUR AERIEN D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

____

SESSION DU 13 MARS 2023

____

ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 1h30 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée --
– Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve

Document validé par :

Nom : DROBYSZ Dimitri

Date : 09/02/2023

Signature :

Lieutenant-colonel Dimitri Drobysz
Directeur de l'EPNER

Exercice 1 : ANALYSE DIMENSIONNELLE

La norme de la force de frottement aérodynamique f s'exerçant sur :
-une sphère de rayon R
-se déplaçant dans l'air (de masse volumique ρ_{air})
-à une vitesse V
A pour expression :

$$f = \frac{1}{2}\pi R^2 . \rho_{air} . C . V^2$$

Montrer que le coefficient C est sans dimension.

Exercice 2 : CHUTE VERTICALE D'UN BOULET

Selon la légende, Galilée (1564-1642) aurait étudié la chute des corps en lâchant divers objets du sommet de la tour de Pise (Italie). Il y fait référence dans deux ouvrages : *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde* et *Discours concernant deux sciences nouvelles* dans lesquels il remet notamment en question les idées d'Aristote.

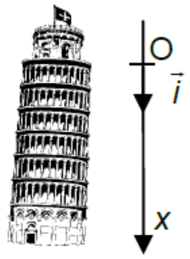


Figure 1. Représentation de la tour penchée de Pise.

Dans cet exercice, on présente trois courts extraits de ces deux livres.
Il s'agit de retrouver certains résultats avancés par Galilée concernant la chute verticale dans l'air d'un boulet sphérique en fer, lâché sans vitesse initiale.
Pour cette étude, on choisit le référentiel terrestre, supposé galiléen, auquel on adjoint un repère d'espace (O*x*) vertical orienté vers le bas (**figure 1**).

Donnée :
Intensité du champ de pesanteur, supposé uniforme : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$;

1. Modélisation par une chute libre

1.1. Étude des hauteurs de chute

Extrait n°1 :
« Avant tout, il faut considérer que le mouvement des corps lourds n'est pas uniforme : partant du repos, ils accélèrent continuellement (…). Si on définit des temps égaux quelconques, aussi nombreux qu'on veut, et si on suppose que, dans le premier temps, le mobile, partant du repos, a parcouru tel espace, par exemple une aune*, pendant le second temps, il en parcourra trois, puis cinq pendant le troisième (…) et ainsi de suite, selon la suite des nombres impairs ».
* une aune = 1,14 m

Le boulet est lâché au point O, d'abscisse $x_0 = 0$ à la date $t_0 = 0$.
On suppose l'action de l'air négligeable. Dans ce cas, l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G du boulet est : $x(t) = \frac{1}{2}gt^2$.

1.1.1. Soient x_1 la distance parcourue au bout de la durée τ, x_2 la distance parcourue au bout de la durée 2τ et ainsi de suite, exprimer x_1, x_2, x_3 en fonction de g et de τ.

1.1.2. Exprimer la différence $h_1 = x_1 - x_0$ en fonction de g et de τ, puis les différences $h_2 = x_2 - x_1$ et $h_3 = x_3 - x_2$ en fonction de h_1.

1.1.3. Retrouve-t-on la suite des hauteurs de chute annoncée par Galilée dans l'extrait n°1 ? Justifier.

1.2. Étude de la durée de la chute.

Les points de vue d'Aristote et de Galilée, au sujet de l'influence de la masse m du boulet sur la durée totale Δt de sa chute, diffèrent.

Extrait n°2 :
« Cherchons à savoir combien de temps un boulet, de fer par exemple, met pour arriver sur la Terre d'une hauteur de cent coudées*.
Aristote dit qu'une « boule de fer de cent livres**, tombant de cent coudées, touche terre avant qu'une boule d'une livre ait parcouru une seule coudée », et je vous dis, moi, qu'elles arrivent en même temps.
Des expériences répétées montrent qu'un boulet de cent livres met cinq secondes pour descendre de cent coudées ».
* une coudée correspond à une distance de 57 cm ; ** une livre est une unité de masse

1.2.1. Parmi les propositions ci-dessous, attribuer celle qui correspond à la théorie d'Aristote et celle qui correspond à la théorie de Galilée :

a) La durée de chute augmente quand la masse du boulet augmente ;
b) La durée de chute diminue quand la masse du boulet augmente ;
c) La durée de chute est indépendante de la masse.

1.2.2. En utilisant l'expression $x(t) = \frac{1}{2}gt^2$, calculer la durée Δt de la chute d'un boulet qui tombe d'une hauteur totale $H = 57\ m$ (100 coudées). Ce résultat est différent de la valeur annoncée dans l'extrait n°2. Proposer une explication à l'écart constaté.

2. Chute réelle

Galilée admet plus loin que les deux boules, de masses respectives une et cent livres, arrivent au sol avec un léger écart.

Extrait n°3 : « Vous constatez, en faisant l'expérience, que la plus grande précède la plus petite de deux doigts, c'est à dire que quand celle-là frappe le sol, celle-ci s'en trouve encore à deux doigts. Or, derrière ces deux doigts, vous ne retrouverez pas les quatre-vingt-dix-neuf coudées d'Aristote. »

On considère que trois forces s'exercent sur un boulet pendant sa chute verticale : son poids $\vec{P}$, $\vec{\Pi}$ la poussée d'Archimède et la force de frottement $\vec{f}$.

La norme de la force de frottement a pour expression : $f = \frac{1}{2}\pi R^2.\rho_{air}.C.V^2$
Où V est la vitesse du centre d'inertie du boulet, R est le rayon du boulet et C est une constante sans unité.
Données :
Masse volumique de l'air : $\rho_{air} = 1{,}29\ kg.m^{-3}$;
Masse volumique du fer : $\rho_{fer} = 7{,}87 \text{x} 10^3\ kg.m^{-3}$;
Volume d'une sphère : $V_s = \frac{4}{3}\pi R^3$.

2.1. Lors de la chute, représenter ces trois forces sur un schéma sans souci d'échelle.

2.2. Le poids et la poussée d'Archimède sont constants pendant la chute d'un boulet. Établir le rapport de leurs expressions et en déduire que la poussée d'Archimède est négligeable.

2.3. Étude dynamique

2.3.1. Appliquer la deuxième loi de Newton. Projeter les forces sur l'axe (O*x*) vertical orienté vers le bas (**figure 1**). Déterminer l'expression de la dérivée par rapport au temps de la vitesse $\frac{dV}{dt}$.

2.3.2. En déduire que l'expression de la vitesse limite V_l est : $V_l = \sqrt{\frac{8\rho_{fer}Rg}{3\rho_{air}C}}$.

2.3.3 Vérifier, en effectuant une analyse dimensionnelle, que l'expression de V_l est bien homogène à une vitesse.

2.4. On considère deux boulets sphériques B1 et B2 en fer de masses et de rayons respectifs m_1 = 1 livre et m_2 = 100 livres, et R_1 = 2,2 cm et R_2 = 10,1 cm.
On note V_{1l} et V_{2l} les vitesses limites respectives des boulets B1 et B2.
Exprimer le rapport $\frac{V_{2l}}{V_{1l}}$ en fonction des seuls rayons R_1 et R_2 et en déduire le boulet qui a la vitesse limite la plus élevée.

2.5. Un logiciel permet de simuler les évolutions de la vitesse $V(t)$ (**figure 2** – cf ANNEXES) et de la position $x(t)$ du boulet pendant sa chute (**figure 3** et zoom de la figure 3 sur la **figure 4**). Ces courbes sont obtenues pour les trois situations suivantes :

- la chute du boulet B1 dans l'air (**courbes c et c'**),
- la chute du boulet B2 dans l'air (**courbes b et b'**),
- la chute libre (**courbes a et a'**).

2.5.1. Expliquer l'attribution des courbes b et c aux boulets B1 et B2.

2.5.2. La hauteur de chute est de 57 m. Déterminer graphiquement la date t_{sol} à laquelle le premier boulet touche le sol. S'agit-il de B1 ou de B2 ?

2.5.3. À quelle distance du sol se trouve l'autre boulet à cette date ? Ce résultat est-il en accord avec l'extrait n°3 ?

ANNEXES

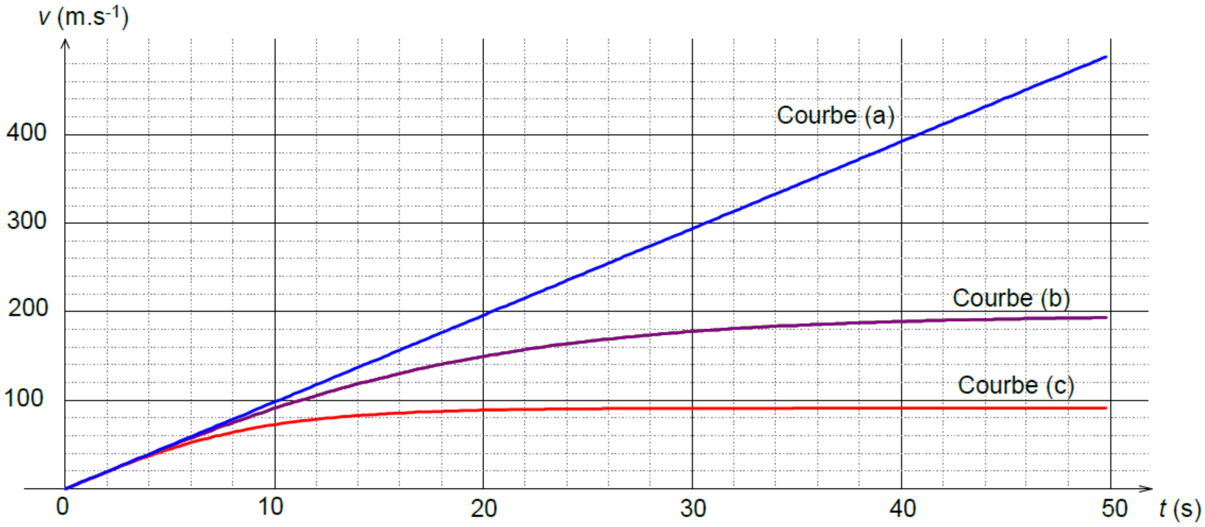


Figure 2. Évolution des vitesses

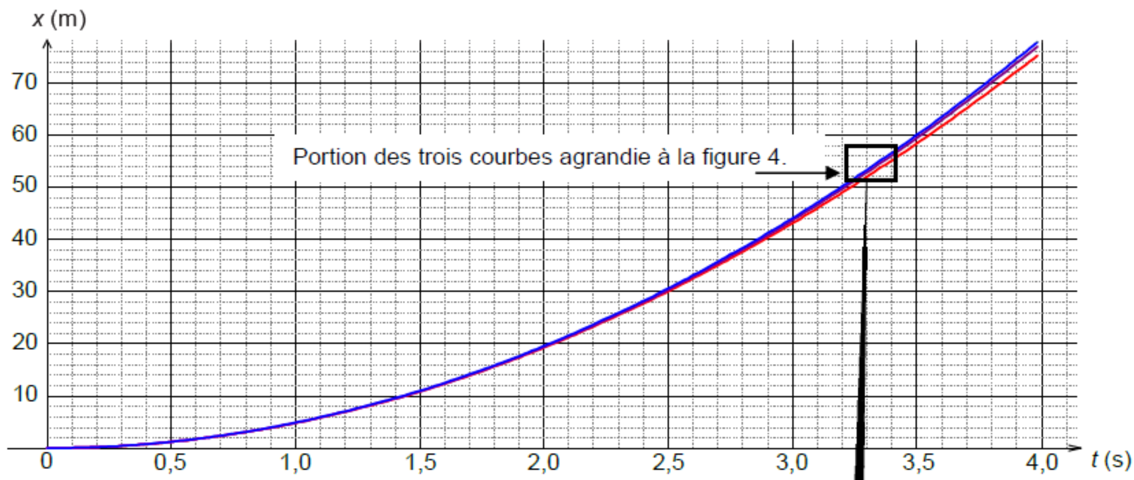


Figure 3. Évolution des positions

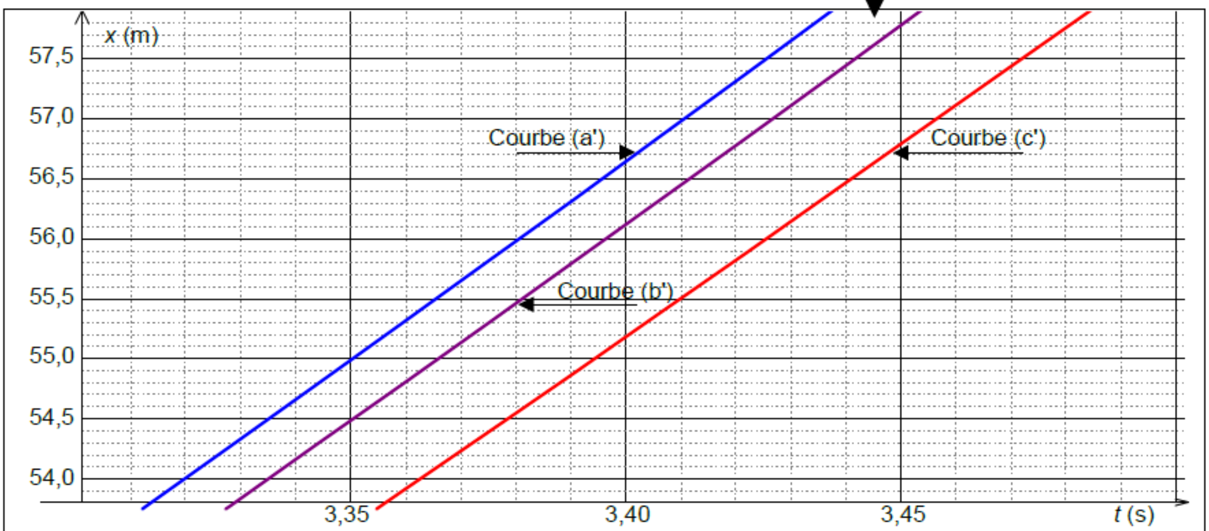


Figure 4. Zoom sur l'évolution des positions

MINISTÈRE DES ARMÉES

Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS

CONTRÔLEUR AERIEN D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

SESSION DU 13 MARS 2023

CORRIGÉ ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

<u>Durée :</u> 1h30 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée -- – Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve

<u>Document validé par :</u>

Nom :

Date :

Signature :

Exercice 1 : ANALYSE DIMENSIONNELLE

La norme de la force de frottement aérodynamique f s'exerçant sur :
-une sphère de rayon R
-se déplaçant dans l'air (de masse volumique ρ_{air})
-à une vitesse V
A pour expression :

$$f = \frac{1}{2}\pi R^2 . \rho_{air} . C . V^2$$

Montrer que le coefficient C est sans dimension.

On a :

$$[f] = MLT^{-2}$$
$$[R] = L$$
$$[\rho_{air}] = ML^{-3}$$
$$[V] = LT^{-1}$$

Donc :

$$[C] = \frac{[f]}{[R]^2 . [\rho_{air}] . [V]^2} = \frac{MLT^{-2}}{L^2 . ML^{-3} . L^2T^{-2}} = 1$$

Le coefficient C est bien sans dimension.

Exercice 2 : CHUTE VERTICALE D'UN BOULET

Selon la légende, Galilée (1564-1642) aurait étudié la chute des corps en lâchant divers objets du sommet de la tour de Pise (Italie). Il y fait référence dans deux ouvrages : *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde* et *Discours concernant deux sciences nouvelles* dans lesquels il remet notamment en question les idées d'Aristote.

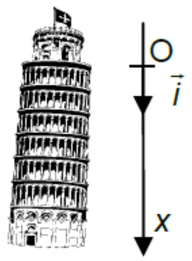


Figure 1. Représentation de la tour penchée de Pise.

Dans cet exercice, on présente trois courts extraits de ces deux livres.
Il s'agit de retrouver certains résultats avancés par Galilée concernant la chute verticale dans l'air d'un boulet sphérique en fer, lâché sans vitesse initiale.
Pour cette étude, on choisit le référentiel terrestre, supposé galiléen, auquel on adjoint un repère d'espace (O*x*) vertical orienté vers le bas (**figure 1**).

Donnée :
Intensité du champ de pesanteur, supposé uniforme : $g = 9{,}8\, m.s^{-2}$;

1. Modélisation par une chute libre

1.1. Étude des hauteurs de chute

Extrait n°1 : « Avant tout, il faut considérer que le mouvement des corps lourds n'est pas uniforme : partant du repos, ils accélèrent continuellement (…). Si on définit des temps égaux quelconques, aussi nombreux qu'on veut, et si on suppose que, dans le premier temps, le mobile, partant du repos, a parcouru tel espace, par exemple une aune*, pendant le second temps, il en parcourra trois, puis cinq pendant le troisième (…) et ainsi de suite, selon la suite des nombres impairs ». * une aune = 1,14 m

Le boulet est lâché au point O, d'abscisse $x_0 = 0$ à la date $t_0 = 0$.
On suppose l'action de l'air négligeable. Dans ce cas, l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G du boulet est : $x(t) = \frac{1}{2}gt^2$.

1.1.1. Soient x_1 la distance parcourue au bout de la durée τ, x_2 la distance parcourue au bout de la durée 2τ et ainsi de suite, exprimer x_1, x_2, x_3 en fonction de g et de τ.

On a :

$$x_1 = x(\tau) = \frac{1}{2} g\tau^2$$

$$x_2 = x(2\tau) = 2g\tau^2$$

$$x_3 = x(3\tau) = \frac{9}{2} g\tau^2$$

1.1.2. Exprimer la différence $h_1 = x_1 - x_0$ en fonction de g et de τ, puis les différences $h_2 = x_2 - x_1$ et $h_3 = x_3 - x_2$ en fonction de h_1.

On a :

$$h_1 = x_1 - x_0 = x_1 = \frac{1}{2} g\tau^2$$

Puis :

$$h_2 = x_2 - x_1 = 2g\tau^2 - \frac{1}{2} g\tau^2 = \frac{3}{2} g\tau^2 = 3h_1$$

$$h_3 = x_3 - x_2 = \frac{9}{2} g\tau^2 - 2g\tau^2 = \frac{5}{2} g\tau^2 = 5h_1$$

1.1.3. Retrouve-t-on la suite des hauteurs de chute annoncée par Galilée dans l'extrait n°1 ? Justifier.

Pendant le premier intervalle de temps (τ), le boulet parcourt h_1, puis pendant le deuxième intervalle $3h_1$ et enfin le troisième $5h_1$. Les résultats sont en accord avec ce qui a été décrit dans l'extrait.
C'est un mouvement à accélération constante (en l'occurrence égale à g).

1.2. Étude de la durée de la chute.

Les points de vue d'Aristote et de Galilée, au sujet de l'influence de la masse m du boulet sur la durée totale Δt de sa chute, diffèrent.

Extrait n°2 :
« Cherchons à savoir combien de temps un boulet, de fer par exemple, met pour arriver sur la Terre d'une hauteur de cent coudées*.
Aristote dit qu'une « boule de fer de cent livres**, tombant de cent coudées, touche terre avant qu'une boule d'une livre ait parcouru une seule coudée », et je vous dis, moi, qu'elles arrivent en même temps.
Des expériences répétées montrent qu'un boulet de cent livres met cinq secondes pour descendre de cent coudées ».
* une coudée correspond à une distance de 57 cm ; ** une livre est une unité de masse

1.2.1. Parmi les propositions ci-dessous, attribuer celle qui correspond à la théorie d'Aristote et celle qui correspond à la théorie de Galilée :

a) La durée de chute augmente quand la masse du boulet augmente ;
b) La durée de chute diminue quand la masse du boulet augmente ;
c) La durée de chute est indépendante de la masse.

Aristote suppose que plus la masse de l'objet augmente, plus le temps de chute diminue : proposition b).
Tandis que Galilée suppose que le temps de chute ne dépend pas de la masse : proposition c).

1.2.2. En utilisant l'expression $x(t) = \frac{1}{2}gt^2$, calculer la durée Δt de la chute d'un boulet qui tombe d'une hauteur totale $H = 57\ m$ (100 coudées). Ce résultat est différent de la valeur annoncée dans l'extrait n°2. Proposer une explication à l'écart constaté.

On a :

$$x(\Delta t) = H = \frac{1}{2}g\Delta t^2$$

Soit :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2.57}{9,81}} = 3,41\ s$$

Déjà on note que la masse du boulet n'intervient nulle part dans le calcul (ce qui donne raison à Galilée).
Mais, on trouve une valeur inférieure aux cinq secondes énoncées dans l'extrait. Il faut prendre en compte d'autres forces que le seul poids. Par exemple : la trainée aérodynamique du boulet.

2. Chute réelle

Galilée admet plus loin que les deux boules, de masses respectives une et cent livres, arrivent au sol avec un léger écart.

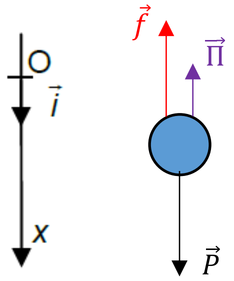
Extrait n°3 : « Vous constatez, en faisant l'expérience, que la plus grande précède la plus petite de deux doigts, c'est à dire que quand celle-là frappe le sol, celle-ci s'en trouve encore à deux doigts. Or, derrière ces deux doigts, vous ne retrouverez pas les quatre-vingt-dix-neuf coudées d'Aristote. »

On considère que trois forces s'exercent sur un boulet pendant sa chute verticale : son poids $\vec{P}$, $\vec{\Pi}$ la poussée d'Archimède et la force de frottement $\vec{f}$.

La norme de la force de frottement a pour expression : $f = \frac{1}{2}\pi R^2 . \rho_{air} . C . V^2$
Où V est la vitesse du centre d'inertie du boulet, R est le rayon du boulet et C est une constante sans unité.

Données :
Masse volumique de l'air : $\rho_{air} = 1{,}29\ kg.m^{-3}$;
Masse volumique du fer : $\rho_{fer} = 7{,}87\text{x}10^3\ kg.m^{-3}$;
Volume d'une sphère : $V_s = \frac{4}{3}\pi R^3$.

2.1. Lors de la chute, représenter ces trois forces sur un schéma sans souci d'échelle.



Le poids fait chuter le boulet, à l'inverse de la force de frottement et poussée d'Archimède qui freinent la chute.

2.2. Le poids et la poussée d'Archimède sont constants pendant la chute d'un boulet. Établir le rapport de leurs expressions et en déduire que la poussée d'Archimède est négligeable.

On a la norme de la poussée d'Archimède qui s'écrit :

$$\Pi = \rho_{air} V_s g$$

Tandis que le poids s'écrit :

$$P = \rho_{fer} V_s g$$

Soit donc le rapport des deux :

$$\frac{\Pi}{P} = \frac{\rho_{air}}{\rho_{fer}} = \frac{1{,}29}{7{,}87\text{x}10^3} = 1{,}6\text{x}10^{-4}$$

Ce qui signifie que la poussé d'Archimède est globalement mille fois plus petite que le poids, ce qui la rend complètement négligeable.

2.3. Étude dynamique

2.3.1. Appliquer la deuxième loi de Newton. Projeter les forces sur l'axe (Ox) vertical orienté vers le bas (**figure 1**). Déterminer l'expression de la dérivée par rapport au temps de la vitesse $\frac{dV}{dt}$.

On a le Principe Fondamental de la Dynamique qui s'écrit :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{f}$$

Avec la masse du boulet : $m = \rho_{fer} V_s$.

Et projeté suivant l'axe $\vec{x}$:

$$\rho_{fer}V_s\frac{dV}{dt} = \rho_{fer}V_sg - \frac{1}{2}\pi R^2.\rho_{air}.C.V^2$$

Soit :

$$\frac{dV}{dt} = g - \frac{1}{2}\pi R^2.\frac{\rho_{air}}{\rho_{fer}V_s}.C.V^2$$

Or :

$$V_s = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Donc :

$$\frac{dV}{dt} = g - \frac{1}{2}\pi R^2.\frac{\rho_{air}}{\rho_{fer}\frac{4}{3}\pi R^3}.C.V^2$$

$$\frac{dV}{dt} = g - \frac{3}{8}\frac{\rho_{air}}{\rho_{fer}R}.C.V^2$$

2.3.2. En déduire que l'expression de la vitesse limite V_l est : $V_l = \sqrt{\frac{8\rho_{fer}Rg}{3\rho_{air}C}}$.

La vitesse limite est atteinte lorsque l'équilibre des forces est respecté (trainée = poids) et donc la vitesse est constante :

$$\frac{dV}{dt} = g - \frac{3}{8}\frac{\rho_{air}}{\rho_{fer}R}.C.V_l^2 = 0$$

$$V_l^2 = \frac{8\rho_{fer}Rg}{3\rho_{air}C}$$

$$V_l = \sqrt{\frac{8\rho_{fer}Rg}{3\rho_{air}C}}$$

2.3.3 Vérifier, en effectuant une analyse dimensionnelle, que l'expression de V_l est bien homogène à une vitesse.

On a :

$$[\rho_{air}] = [\rho_{fer}] = ML^{-3}$$
$$[R] = L$$
$$[g] = LT^{-2}$$

Donc :

$$[V_l] = \sqrt{\frac{[\rho_{fer}][R][g]}{[\rho_{air}]}} = \sqrt{[R][g]} = \sqrt{L.LT^{-2}} = LT^{-1}$$

Qui est bien la dimension d'une vitesse.

2.4. On considère deux boulets sphériques B1 et B2 en fer de masses et de rayons respectifs m_1 = 1 livre et m_2 = 100 livres, et R_1 = 2,2 cm et R_2 = 10,1 cm.
On note V_{1l} et V_{2l} les vitesses limites respectives des boulets B1 et B2.
Exprimer le rapport $\frac{V_{2l}}{V_{1l}}$ en fonction des seuls rayons R_1 et R_2 et en déduire le boulet qui a la vitesse limite la plus élevée.

On écrit :

$$V_{1l} = \sqrt{\frac{8\rho_{fer}R_1 g}{3\rho_{air}C}}$$

$$V_{2l} = \sqrt{\frac{8\rho_{fer}R_2 g}{3\rho_{air}C}}$$

Et donc :

$$\frac{V_{2l}}{V_{1l}} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

Donc si $R_2 > R_1$ alors : $V_{2l} > V_{1l}$.

En effet, si le boulet est plus grand, son poids et sa trainée (pour une vitesse donnée) le sont également. L'augmentation est-elle similaire pour les deux forces ?

Si le rayon est multiplié par 10, on voit que :

$$P_1 = \rho_{fer}V_s g = \rho_{fer}\frac{4}{3}\pi R^3 g$$

$$P_{10} = \rho_{fer}\frac{4}{3}\pi 1000.R^3 g$$

Le poids est multiplié par 1000.

$$f_1 = \frac{1}{2}\pi R^2.\rho_{air}.C.V^2$$

$$f_{10} = \frac{1}{2}\pi 100R^2.\rho_{air}.C.V^2$$

La trainée est multipliée par 100.

La vitesse limite étant atteinte lorsque la trainée équilibre le poids, elle est nécessairement plus importante pour un boulet de rayon plus grand, afin de compenser l'augmentation de poids.

2.5. Un logiciel permet de simuler les évolutions de la vitesse $V(t)$ (**figure 2** – cf ANNEXES) et de la position $x(t)$ du boulet pendant sa chute (**figure 3** et zoom de la figure 3 sur la **figure 4**). Ces courbes sont obtenues pour les trois situations suivantes :

- la chute du boulet B1 dans l'air (**courbes c et c'**),
- la chute du boulet B2 dans l'air (**courbes b et b'**),
- la chute libre (**courbes a et a'**).

2.5.1. Expliquer l'attribution des courbes b et c aux boulets B1 et B2.

On l'a vu, la vitesse finit par se stabiliser au bout d'un certain temps, ce qui n'est pas le cas de la courbe a (trainée non prise en compte = accélération constante).

Ensuite on l'a vu aussi, la vitesse limite est plus importante pour le grand boulet, donc la courbe b correspond à B2 ($V_{2l} \approx 200\ m.s^{-1}$), et c à B1 ($V_{1l} \approx 100\ m.s^{-1}$).
Au passage on note que :

$$\frac{V_{2l}}{V_{1l}} = 2 \approx \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \sqrt{\frac{10{,}1}{2{,}2}}$$

2.5.2. La hauteur de chute est de 57 m. Déterminer graphiquement la date t_{sol} à laquelle le premier boulet touche le sol. S'agit-il de B1 ou de B2 ?

On observe la figure 4 sur laquelle figure la position des boulets avec le temps.
A 57 m, on a le temps pour le boulet B1 qui vaut $t_{1sol} \approx 3{,}46\ s$, et pour le boulet B2 : $t_{2sol} \approx 3{,}43\ s$.
On confirme que le boulet B2 arrive avant B1.

2.5.3. À quelle distance du sol se trouve l'autre boulet à cette date ? Ce résultat est-il en accord avec l'extrait n°3 ?

D'après la figure 4, le boulet B1 se trouvait à environ $1\ m$ du sol au moment de l'impact de B2.
Les « deux doigts » de Galilée représentent donc environ $1\ m$.

ANNEXES

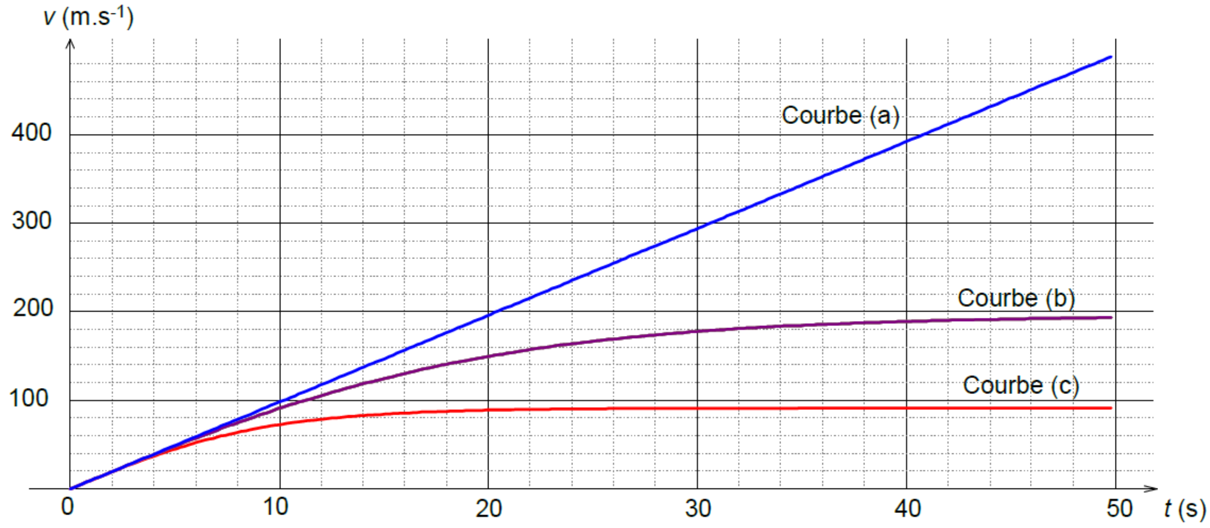


Figure 2. Évolution des vitesses

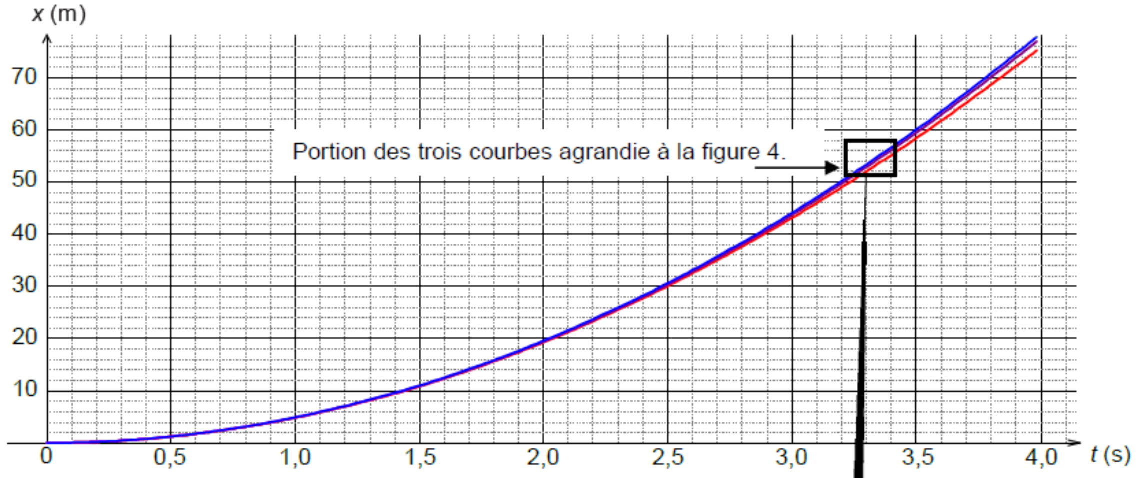


Figure 3. Évolution des positions

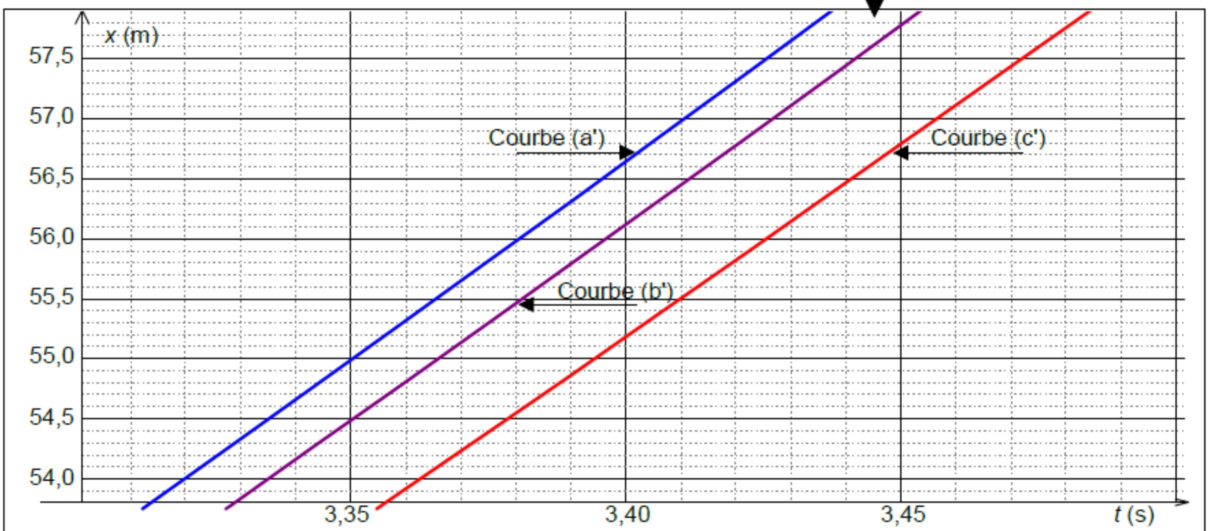


Figure 4. Zoom sur l'évolution des positions

MINISTÈRE
DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale
de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS

CONTRÔLEUR AERIEN D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

SESSION DU 9 OCTOBRE 2023

ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 1h30 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée --
– Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve

Document validé par :

Nom : DROBYSZ Dimitri

Date : 25/09/2023

Signature :

Lieutenant-colonel Dimitri Drobysz
Directeur de l'EPNER

EXERCICE 1 : COMPRENDRE LES NUAGES

La physique des nuages est l'étude des processus de formation et d'évolution des nuages et des précipitations qui les accompagnent. Les nuages sont formés de microscopiques gouttelettes. La formation et la stabilité d'un nuage dépendent notamment des mouvements verticaux de l'air dans celui-ci.

Dans une première partie, on étudie l'un des phénomènes permettant au nuage de ne pas tomber.
Dans la seconde partie, on s'intéresse à un satellite permettant d'étudier les nuages.

A. Nuage et précipitations

Pourquoi les nuages ne tombent-ils pas ?

Les nuages sont constitués de gouttelettes d'eau de très petit diamètre (de 10 à $100\ \mu m$) qui demeurent en suspension dans l'air.

Pour répondre à l'éternelle question "pourquoi les nuages ne tombent-ils pas ?", il faut en premier lieu savoir que la formation des nuages implique le plus souvent des mouvements ascendants d'air, c'est-à-dire des mouvements de l'air vers le haut. En raison de leur faible masse, les gouttelettes entrant dans la constitution du nuage n'ont pas besoin de forces de grande intensité pour être maintenues en équilibre ou être entraînées dans un mouvement ascendant. [...]

Finalement, l'état d'équilibre ou de mouvement vertical (ascendance ou chute, sous forme de pluie éventuellement) se ramène à l'étude du bilan entre deux forces colinéaires opposées : le poids de la gouttelette et la résultante verticale des forces d'agitation de l'air.

D'après Météorologie, 100 expériences pour comprendre la météo de Y. Corboz.

Pour mieux comprendre ce qui permet au nuage de rester en suspension, on s'intéresse à une gouttelette d'eau présente dans ce nuage. On modélise la situation de la gouttelette de la façon suivante :

- la gouttelette est supposée sphérique de rayon $r = 10\ \mu m$;
- volume d'une sphère :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 ;$$

- la gouttelette n'est soumise qu'à son poids $\vec{P}$ et à une force verticale $\vec{F}$ exercée par l'air, dirigée vers le haut ;

- la gouttelette est supposée initialement immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen ;

- la valeur de la force exercée par l'air sur la gouttelette s'exprime comme suit :

$$F = k\eta r v$$

k : coefficient sans unité ; $k = 18{,}8$
η : viscosité de l'air ; $\eta = 15 \times 10^{-6}\ kg \cdot m^{-1} s^{-1}$
r : rayon de la goutte (en m)
v : vitesse de l'air dans un référentiel lié à la gouttelette (en ms^{-1})

Données :
- intensité du champ de pesanteur : $g = 9{,}8\ N.kg^{-1}$;
- masse volumique de l'eau à $20\ °C$: $\rho_{eau} = 1000\ kg \cdot m^{-3}$;
- $1\ \mu m = 1000\ mm.$

Q.1. Montrer que la valeur P du poids de la goutte est environ $4{,}1 \times 10^{-11}\ N$.

Q.2. Déterminer la valeur F de la force verticale ascendante exercée par l'air sur la gouttelette pour une vitesse verticale de l'air de $0{,}10\ ms^{-1}$.

Q.3. En déduire si la goutte monte, tombe ou reste immobile. Justifier.

Différents phénomènes (notamment des collisions) peuvent amener le rayon des gouttelettes à augmenter, provoquant leur chute, sous forme de pluie.
On suppose que la vitesse verticale ascendante de l'air reste inchangée.

Q.4. En exploitant les réponses aux questions précédentes, déterminer le rayon minimum que doit posséder une gouttelette pour tomber.

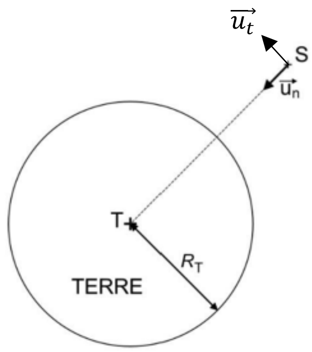
Toute démarche cohérente, même incomplète, sera valorisée.

B. Earthcare, un satellite pour étudier les nuages

EarthCARE (Earth Clouds, Aerosols and Radiation Explorer) est un satellite d'observation de l'atmosphère terrestre faisant partie du programme Living Planet de l'ESA (European Space Agency). L'un des objectifs de cette mission est d'améliorer notre compréhension du bilan radiatif de la Terre et de ses effets sur le climat. Son lancement est prévu pour 2023. Le satellite effectuera environ 16 fois le tour de la Terre chaque jour.

D'après Wikipédia.

Données :
- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$;
- masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\ kg$;
- rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37 \times 10^{3}\ km$;
- on considère que le satellite EarthCARE (noté S, de masse M_S) supposé ponctuel est en mouvement circulaire autour de la Terre à une altitude $h = 390\ km$.



Q.5. Exprimer la force d'interaction gravitationnelle $\overrightarrow{F_{T/S}}$ que la Terre exerce sur le satellite, en fonction du vecteur unitaire $\overrightarrow{u_n}$ et de l'expression $\frac{GM_SM_T}{(R_T+h)^2}$.

Q.6. En appliquant la seconde loi de Newton, montrer que le mouvement du satellite est uniforme. On notera $\vec{a}$ le vecteur accélération du satellite par rapport à la Terre.

Q.7. Montrer que la valeur de la vitesse v du satellite est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

<u>Aide :</u> $v = (R_T + h)\omega$ et $a = (R_T + h)\omega^2$ avec ω la vitesse de rotation du satellite.

Q.8. Déduire des questions précédentes que la période de révolution du satellite est donnée par la relation :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{GM_T}}$$

<u>Aide :</u> le périmètre d'un cercle de rayon r s'écrit $2\pi r$.

Q.9. Calculer la valeur de la période de révolution T et déterminer si cette valeur est en accord avec la phrase d'introduction : "Le satellite effectuera environ 16 fois le tour de la Terre chaque jour."

EXERCICE 2 : UN ? JET DE 7 MÈTRES ? AU HANDBALL

Source : hbcnantes.com

Lors du match de handball opposant le club du HBC Nantes à l'US Ivry en 2020 au palais des sports de Beaulieu, le joueur nantais Valero Rivera se trouve face au gardien adverse pour un "jet de 7 mètres", le joueur étant placé à 7 mètres du but – l'équivalent du pénalty au football. Parmi les diverses options de tir qui s'offrent à lui, il choisit le lob, une trajectoire en cloche au-dessus du gardien avancé.

Les objectifs de l'exercice sont, dans une première partie, d'étudier le mouvement d'un ballon lors d'un tir similaire filmé, et dans une seconde partie, d'étudier quelques caractéristiques des ondes sonores perçues à l'intérieur du palais des sports.

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

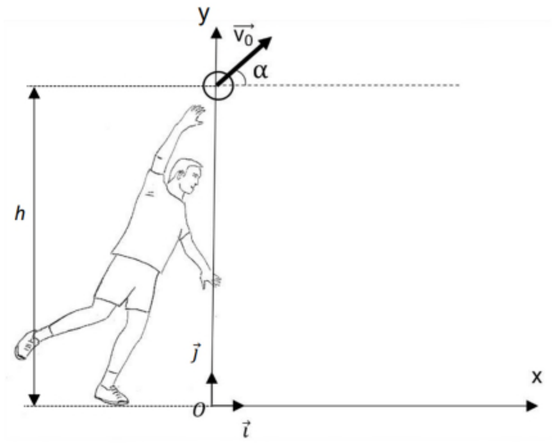
A. Étude du mouvement d'un ballon lors du tir au-dessus du gardien

Un "jet de 7 mètres" a été reproduit et filmé au gymnase, la chronophotographie du mouvement du ballon est la suivante :

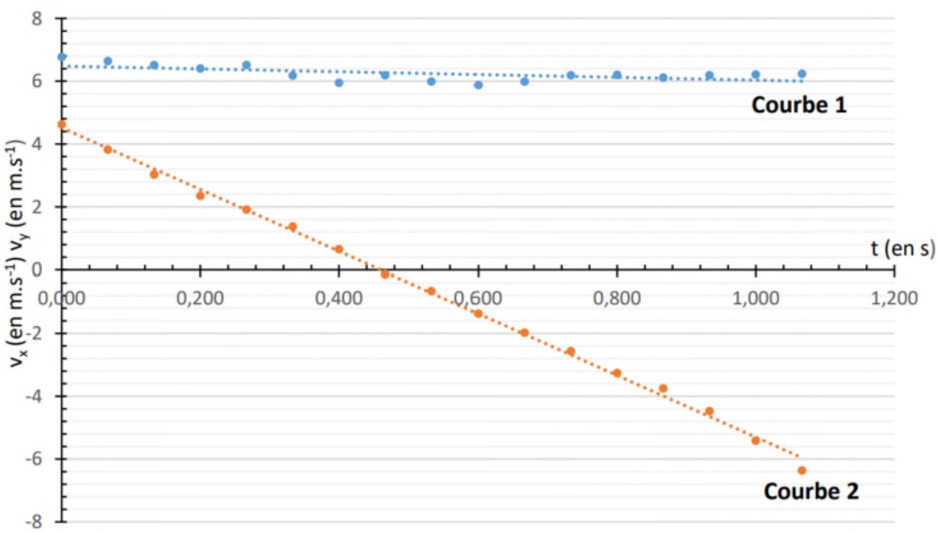
Données :
- intensité du champ de pesanteur terrestre : $g = 9{,}81\ ms^{-2}$;
- constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67.10^{-11}\ m^3kg^{-1}s^{-2}$;
- hauteur de la barre transversale d'un but de handball : $2{,}0\ m$.

Dans cette étude :
- Le système étudié est le ballon, les coordonnées de la position de son centre de masse G sont notées $(x;\ y)$ dans le repère $R\ (O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

- Dans ce repère, les coordonnées du vecteur vitesse du ballon sont notées (v_x; v_y) et celles de son vecteur accélération sont notées (a_x; a_y).
- Le vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ du ballon forme un angle α avec l'horizontale.



- L'action de l'air sur le ballon est négligée.
- L'instant $t = 0$ correspondant à l'origine des dates est choisi juste après que le ballon a quitté la main du tireur. À cet instant, les coordonnées du centre de masse G du ballon sont ($x_0 = 0$; $y_0 = h = 2{,}34\ m$)
- Les courbes représentant les coordonnées du vecteur vitesse au cours du temps, après étalonnage du repère et pointage des positions successives du centre du ballon, sont données ci-dessous :



Évolution des coordonnées v_x et v_y du vecteur vitesse au cours du temps

Q.1. Nommer le référentiel dans lequel la trajectoire du ballon est observée sur la chronophotographie.

Q.2. En précisant certaines hypothèses, établir l'expression du vecteur accélération du centre de masse du ballon lors du tir. Établir les coordonnées de ce vecteur dans le repère $R\ (O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Q.3. Parmi les expressions proposées pour l'intensité du champ de pesanteur terrestre, déterminer par analyse dimensionnelle celle qui est homogène (on note M_T la masse de la Terre et R_T son rayon) :

a)

$$g = \frac{GM_T^2}{R_T}$$

b)

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

c)

$$g = \frac{G + M_T}{R_T^2}$$

Q.4. Montrer que les expressions des coordonnées du vecteur vitesse du centre de masse du ballon lors du tir sont :

$$v_x(t) = v_0 cos(\alpha);\ v_y(t) = -gt\ +\ v_0 sin(\alpha)$$

Q.5. Sur le graphique représentant l'évolution des coordonnées du vecteur vitesse au cours du temps, identifier la courbe correspondant à v_x et celle correspondant à v_y. Justifier.

Q.6. Calculer à partir de ces courbes la norme v_0 du vecteur vitesse initiale, et montrer que $\alpha = 34\ °$.

<u>*Aide :*</u> $1\ rad = \frac{360}{2\pi}\ °$

Q.7. Montrer que les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement lors du tir sont :

$$x(t) = v_0 cos(\alpha)t;\ y(t) = -g\frac{t^2}{2}\ +\ v_0 sin(\alpha)t + h$$

Q.8. En déduire que l'équation $y(x)$ de la trajectoire s'écrit :

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2 cos^2(\alpha)} + tan(\alpha).x + h$$

Q.9. Le gardien étant situé à 4,0 m du tireur, déterminer si le "jet de 7 mètres" étudié permet de marquer un but. On considère que le gardien peut atteindre avec son bras levé une hauteur maximale de 2,8 m en plein saut.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

MINISTÈRE DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS

____

CONTRÔLEUR AERIEN D'ESSAIS ET DE RÉCEPTION

____

SESSION DU 9 OCTOBRE 2023

____

CORRIGÉ ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 1h30 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée -- – Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve

Document validé par :

Nom :

Date :

Signature :

EXERCICE 1 : COMPRENDRE LES NUAGES

La physique des nuages est l'étude des processus de formation et d'évolution des nuages et des précipitations qui les accompagnent. Les nuages sont formés de microscopiques gouttelettes. La formation et la stabilité d'un nuage dépendent notamment des mouvements verticaux de l'air dans celui-ci.

Dans une première partie, on étudie l'un des phénomènes permettant au nuage de ne pas tomber.
Dans la seconde partie, on s'intéresse à un satellite permettant d'étudier les nuages.

A. Nuage et précipitations

Pourquoi les nuages ne tombent-ils pas ?

Les nuages sont constitués de gouttelettes d'eau de très petit diamètre (de 10 à $100\ \mu m$) qui demeurent en suspension dans l'air.

Pour répondre à l'éternelle question « pourquoi les nuages ne tombent-ils pas ? », il faut en premier lieu savoir que la formation des nuages implique le plus souvent des mouvements ascendants d'air, c'est-à-dire des mouvements de l'air vers le haut. En raison de leur faible masse, les gouttelettes entrant dans la constitution du nuage n'ont pas besoin de forces de grande intensité pour être maintenues en équilibre ou être entraînées dans un mouvement ascendant. [...]

Finalement, l'état d'équilibre ou de mouvement vertical (ascendance ou chute, sous forme de pluie éventuellement) se ramène à l'étude du bilan entre deux forces colinéaires opposées : le poids de la gouttelette et la résultante verticale des forces d'agitation de l'air.

D'après Météorologie, 100 expériences pour comprendre la météo de Y. Corboz.

Pour mieux comprendre ce qui permet au nuage de rester en suspension, on s'intéresse à une gouttelette d'eau présente dans ce nuage. On modélise la situation de la gouttelette de la façon suivante :

- la gouttelette est supposée sphérique de rayon $r = 10\ \mu m$;
- volume d'une sphère :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \ ;$$

- la gouttelette n'est soumise qu'à son poids $\vec{P}$ et à une force verticale $\vec{F}$ exercée par l'air, dirigée vers le haut ;
- la gouttelette est supposée initialement immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen ;

- la valeur de la force exercée par l'air sur la gouttelette s'exprime comme suit :

$$F = k\eta r v$$

k : coefficient sans unité ; $k = 18{,}8$

η : viscosité de l'air ; $\eta = 15 \times 10^{-6}\ kg \cdot m^{-1}s^{-1}$
r : rayon de la goutte (en m)
v : vitesse de l'air dans un référentiel lié à la gouttelette (en ms^{-1})

Données :
- intensité du champ de pesanteur : $g = 9{,}8\ N.kg^{-1}$;
- masse volumique de l'eau à $20\ °C$: $\rho_{eau} = 1000\ kg \cdot m^{-3}$;
- $1\ \mu m = 1000\ mm.$

Q.1. Montrer que la valeur P du poids de la goutte est environ $4{,}1 \times 10^{-11}\ N$.

$$P = mg = \rho V g = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 g = 1000\frac{4}{3}\pi(10.10^{-6})^3.9{,}81 = 4{,}1.10^{-14}\ N$$

Q.2. Déterminer la valeur F de la force verticale ascendante exercée par l'air sur la gouttelette pour une vitesse verticale de l'air de $0{,}10\ ms^{-1}$.

$$F = k\eta r v = 18{,}8.15.10^{-6}.10.10^{-6}.0{,}1 = 2{,}8.10^{-10}\ N$$

Q.3. En déduire si la goutte monte, tombe ou reste immobile. Justifier.

Par le Principe Fondamental de la Dynamique, la somme des forces s'exerçant sur la goutte, projetée suivant l'axe vertical, n'est pas nulle. Le vecteur accélération est ici orienté vers le haut puisque la force verticale ascendante est supérieure au poids.

Différents phénomènes (notamment des collisions) peuvent amener le rayon des gouttelettes à augmenter, provoquant leur chute, sous forme de pluie.
On suppose que la vitesse verticale ascendante de l'air reste inchangée.

Q.4. En exploitant les réponses aux questions précédentes, déterminer le rayon minimum que doit posséder une gouttelette pour tomber.

Toute démarche cohérente, même incomplète, sera valorisée.

Il faut que le poids de la goutte soit supérieur à la force exercée par l'air. Le rayon minimum est donc atteint lorsque le poids est égal à F :

$$P = \rho\frac{4}{3}\pi r^3 g = F = k\eta r v = 2{,}8.10^{-10}\ N$$

Soit :

$$r^3 = \frac{3}{4}\frac{2{,}8.10^{-10}}{\rho\pi g}$$

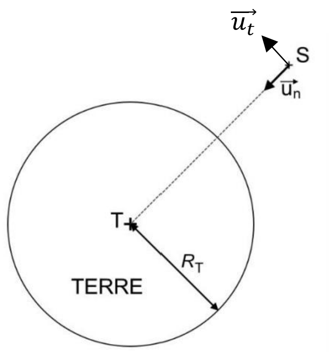
$$r = \sqrt[3]{\frac{3}{4}\frac{2{,}8.10^{-10}}{1000\pi.9{,}81}} = 1{,}9.10^{-5}\ m = 19.10^{-6}\ m = 19\ \mu m$$

B. Earthcare, un satellite pour étudier les nuages

EarthCARE (Earth Clouds, Aerosols and Radiation Explorer) est un satellite d'observation de l'atmosphère terrestre faisant partie du programme Living Planet de l'ESA (European Space Agency). L'un des objectifs de cette mission est d'améliorer notre compréhension du bilan radiatif de la Terre et de ses effets sur le climat. Son lancement est prévu pour 2023. Le satellite effectuera environ 16 fois le tour de la Terre chaque jour.

D'après Wikipédia.

Données :
- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$;
- masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\ kg$;
- rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37 \times 10^3\ km$;
- on considère que le satellite EarthCARE (noté S, de masse M_S) supposé ponctuel est en mouvement circulaire autour de la Terre à une altitude $h = 390\ km$.



Q.5. Exprimer la force d'interaction gravitationnelle $\overrightarrow{F_{T/S}}$ que la Terre exerce sur le satellite, en fonction du vecteur unitaire $\overrightarrow{u_n}$ et de l'expression $\frac{GM_SM_T}{(R_T+h)^2}$.

La force est orientée vers la Terre (attraction), donc :

$$\overrightarrow{F_{T/S}} = \frac{GM_SM_T}{(R_T + h)^2}\overrightarrow{u_n}$$

Q.6. En appliquant la seconde loi de Newton, montrer que le mouvement du satellite est uniforme. On notera $\vec{a}$ le vecteur accélération du satellite par rapport à la Terre.

On a :

$$M_S\vec{a} = \overrightarrow{F_{T/S}} = \frac{GM_SM_T}{(R_T + h)^2}\overrightarrow{u_n}$$

L'accélération est nulle suivant l'axe d'avancement du satellite $\overrightarrow{u_t}$, donc le mouvement est uniforme.

Q.7. Montrer que la valeur de la vitesse v du satellite est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

<u>Aide :</u> $v = (R_T + h)\omega$ et $a = (R_T + h)\omega^2$ avec ω la vitesse de rotation du satellite.

On a :

$$M_S a = \frac{GM_S M_T}{(R_T + h)^2} \rightarrow a = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2} = (R_T + h)\omega^2$$

Donc :

$$\omega = \sqrt{\frac{GM_T}{(R_T + h)^3}}$$

Et :

$$v = (R_T + h)\omega = (R_T + h)\sqrt{\frac{GM_T}{(R_T + h)^3}} = \sqrt{\frac{(R_T + h)^2 GM_T}{(R_T + h)^3}}$$

Ainsi :

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

Q.8. Déduire des questions précédentes que la période de révolution du satellite est donnée par la relation :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{GM_T}}$$

<u>Aide :</u> le périmètre d'un cercle de rayon r s'écrit $2\pi r$.

On a :

$$v = \frac{d}{T} = \frac{2\pi(R_T + h)}{T}$$

Avec d la distance parcourue par la satellite sur une révolution.

Donc :

$$\frac{2\pi(R_T + h)}{T} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{\sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}} = \frac{2\pi(R_T + h)\sqrt{(R_T + h)}}{\sqrt{GM_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{GM_T}}$$

Q.9. Calculer la valeur de la période de révolution T et déterminer si cette valeur est en accord avec la phrase d'introduction : « Le satellite effectuera environ 16 fois le tour de la Terre chaque jour. »

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{GM_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(6{,}37.10^3.10^3 + 390.10^3)^3}{6{,}67.10^{-11}.5{,}97.10^{24}}} = 5534\ s$$

Remarque : attention de bien passer les km en m dans la formule.

Et chaque jour il s'écoule $60.60.24 = 86400\ s$, donc :

$$\frac{86400}{5534} = 15{,}6$$

Ainsi le satellite parcourt presque 16 fois le tour de la Terre par jour.

EXERCICE 2 : UN « JET DE 7 MÈTRES » AU HANDBALL

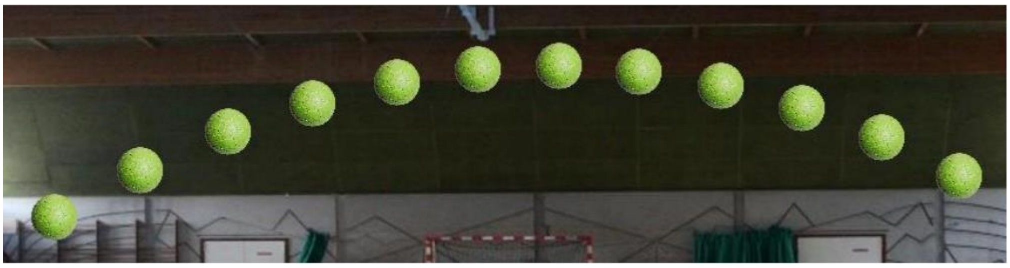
Source : hbcnantes.com

Lors du match de handball opposant le club du HBC Nantes à l'US Ivry en 2020 au palais des sports de Beaulieu, le joueur nantais Valero Rivera se trouve face au gardien adverse pour un « jet de 7 mètres », le joueur étant placé à 7 mètres du but – l'équivalent du pénalty au football. Parmi les diverses options de tir qui s'offrent à lui, il choisit le lob, une trajectoire en cloche au-dessus du gardien avancé.

Les objectifs de l'exercice sont, dans une première partie, d'étudier le mouvement d'un ballon lors d'un tir similaire filmé.

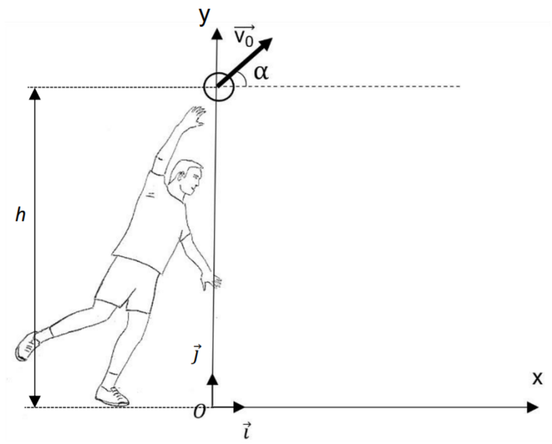
A. Étude du mouvement d'un ballon lors du tir au-dessus du gardien

Un « jet de 7 mètres » a été reproduit et filmé au gymnase, la chronophotographie du mouvement du ballon est la suivante :

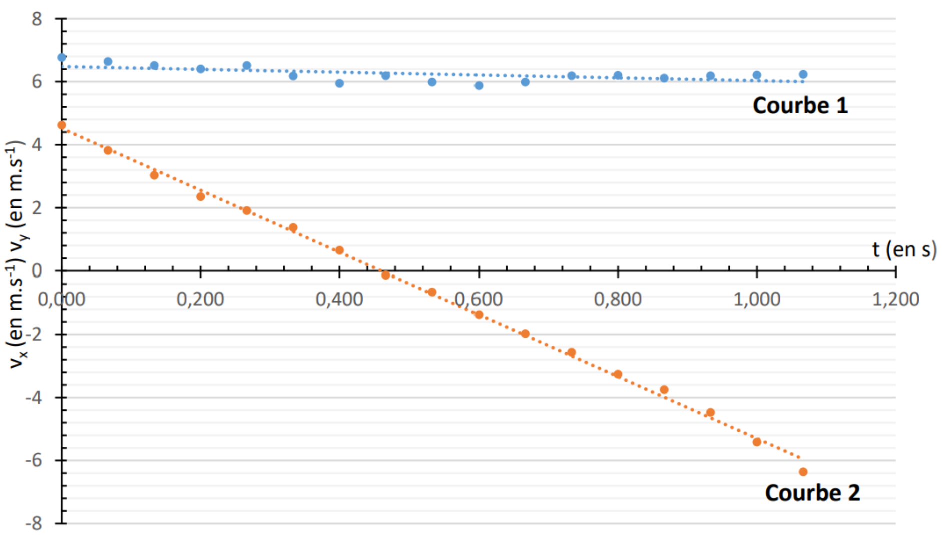


Données :
- intensité du champ de pesanteur terrestre : $g = 9{,}81\ ms^{-2}$;
- constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67.10^{-11}\ m^3kg^{-1}s^{-2}$;
- hauteur de la barre transversale d'un but de handball : $2{,}0\ m$.

Dans cette étude :
- Le système étudié est le ballon, les coordonnées de la position de son centre de masse G sont notées $(x;\ y)$ dans le repère $R\ (O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
- Dans ce repère, les coordonnées du vecteur vitesse du ballon sont notées $(v_x;\ v_y)$ et celles de son vecteur accélération sont notées $(a_x;\ a_y)$.
- Le vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ du ballon forme un angle α avec l'horizontale.



- L'action de l'air sur le ballon est négligée.
- L'instant $t = 0$ correspondant à l'origine des dates est choisi juste après que le ballon a quitté la main du tireur. À cet instant, les coordonnées du centre de masse G du ballon sont $(x_0 = 0;\ y_0 = h = 2{,}34\ m)$
- Les courbes représentant les coordonnées du vecteur vitesse au cours du temps, après étalonnage du repère et pointage des positions successives du centre du ballon, sont données ci-dessous :



Évolution des coordonnées v_x et v_y du vecteur vitesse au cours du temps

Q.1. Nommer le référentiel dans lequel la trajectoire du ballon est observée sur la chronophotographie.

Il s'agit d'un référentiel Galiléen.

Q.2. En précisant certaines hypothèses, établir l'expression du vecteur accélération du centre de masse du ballon lors du tir. Établir les coordonnées de ce vecteur dans le repère $R\ (O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On applique le Principe Fondamental de la Dynamique au ballon, en négligeant l'effet de l'air :

$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

Soit :

$$\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$$

Donc les coordonnées sont :

$$(a_x = 0; a_y = -g)$$

Q.3. Parmi les expressions proposées pour l'intensité du champ de pesanteur terrestre, déterminer par analyse dimensionnelle celle qui est homogène (on note M_T la masse de la Terre et R_T son rayon) :

a)

$$g = \frac{GM_T^2}{R_T}$$

b)

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

c)

$$g = \frac{G + M_T}{R_T^2}$$

On a :

$$[g] = ms^{-2}$$

Sachant que :

$$[G] = m^3kg^{-1}s^{-2}$$

$$[M_T] = kg$$

$$[R_T] = m$$

On trouve donc :

$$\left[\frac{GM_T}{R_T^2}\right] = \frac{m^3kg^{-1}s^{-2}kg}{m^2} = ms^{-2} = [g]$$

Q.4. Montrer que les expressions des coordonnées du vecteur vitesse du centre de masse du ballon lors du tir sont :

$$v_x(t) = v_0cos(\alpha);\ v_y(t) = -gt\ +\ v_0sin(\alpha)$$

On part du PFD qui nous donne :

$$a_x = 0$$

Et par intégration :

$$v_x(t) = cste = v_x(t = 0) = v_0cos(\alpha)$$

Puis :

$$a_y = -g$$

Et par intégration :

$$v_y(t) = -gt + cste$$

Avec :

$$v_y(t=0) = cste = v_0 sin(\alpha)$$

Q.5. Sur le graphique représentant l'évolution des coordonnées du vecteur vitesse au cours du temps, identifier la courbe correspondant à v_x et celle correspondant à v_y. Justifier.

La coordonnée v_x est constante donc correspond à la courbe bleue. La coordonnées v_y est d'abord positive (phase de montée de la balle), puis négative (phase de redescente).

Q.6. Calculer à partir de ces courbes la norme v_0 du vecteur vitesse initiale, et montrer que $\alpha = 34\,°$.

<u>Aide :</u> $1\ rad = \frac{360}{2\pi}\ °$

On a approximativement :

$$v_0 = \sqrt{v_x^2(t=0) + v_y^2(t=0)} = \sqrt{6{,}8^2 + 4{,}6^2} = 8{,}2\ ms^{-1}$$

Puis :

$$v_x(t=0) = v_0 cos(\alpha) = 6{,}8\ ms^{-1}$$

Soit :

$$cos(\alpha) = \frac{6{,}8}{8{,}2}$$

$$\alpha = 0{,}593\ rad \approx 34\,°$$

Q.7. Montrer que les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement lors du tir sont :

$$x(t) = v_0 cos(\alpha)t;\ y(t) = -g\frac{t^2}{2} + v_0 sin(\alpha)t + h$$

On reprend les coordonnées de la vitesse que l'on intègre :

$$v_x(t) = v_0 cos(\alpha) \rightarrow x(t) = v_0 cos(\alpha)t + cste$$

Avec :

$$x(t=0) = 0\ m$$

Soit :

$$x(t) = v_0 cos(\alpha)t$$

Et :

$$v_y(t) = -gt + v_0 sin(\alpha) \rightarrow y(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_0 sin(\alpha)t + cste$$

Avec :

$$y(t=0) = h$$

Soit :

$$y(t) = -g\frac{t^2}{2} + v_0 sin(\alpha)t + h$$

Q.8. En déduire que l'équation $y(x)$ de la trajectoire s'écrit :

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2 cos^2(\alpha)} + tan(\alpha).x + h$$

On a :

$$x(t) = v_0 cos(\alpha)t \rightarrow t = \frac{x}{v_0 cos(\alpha)}$$

Donc :

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2 cos^2(\alpha)} + tan(\alpha).x + h$$

Q.9. Le gardien étant situé à 4,0 m du tireur, déterminer si le « jet de 7 mètres » étudié permet de marquer un but. On considère que le gardien peut atteindre avec son bras levé une hauteur maximale de 2,8 m en plein saut.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Premièrement on peut passer les données de l'équation de la trajectoire en valeurs :

$$y(x) = -0{,}11x^2 + 0{,}59x + 2{,}34$$

Pour $x = 4\,m$ on la hauteur :

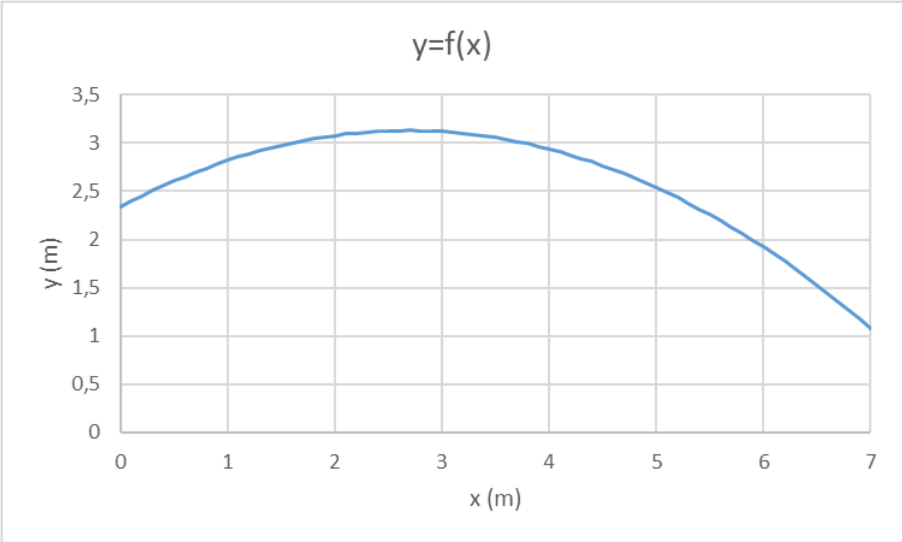
$$y_{max} = -0{,}11.4^2 + 0{,}59.4 + 2{,}34 = 2{,}94\,m$$

Ce qui est au-dessus des 2,8 m atteignables par le gardien.

Ensuite on sait que la balle doit arriver avec une hauteur inférieure à 2 m au bout des 7 m. On calcule donc :

$$y_{7\,m} = -0{,}11.7^2 + 0{,}59.7 + 2{,}34 = 1{,}08\,m$$

En traçant la trajectoire on a :



Non seulement la balle passe au-dessus du gardien, mais en plus elle rentre dans le but, ce qui est parfait !