À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée* : PEA PEH ENE-B (option Avions) ENE-B (option Hélicoptères)		
(* Rayer les mentions inutiles)		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION AU

STAGE ESSAIS DE CLASSE B 2014

SESSION DU 12 NOVEMBRE 2013

PILOTES D'ESSAIS

EXPÉRIMENTATEURS NAVIGANTS D'ESSAIS B

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM : Date : Signature :	NOTE : / 20

QUESTION N° 1 - Equation aux dimensions (2 points)

Parmi les trois propositions données ci-dessous, quelle est l'expression de la période propre (T_0) d'un dispositif solide-ressort de masse m et de raideur k? La réponse devra être justifiée uniquement par analyse dimensionnelle.

a. $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ **b.** $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ **c.** $T_0 = 2\pi\frac{m}{k}$

QUESTION N° 2 - Gaz parfait (2 points)

On donne : R = 8,314 SI

1°- Ecrire l'équation d'état de n moles d'un gaz parfait dans l'état P, V, T . En déduire l'unité de R.

2°- Calculer numériquement la valeur du volume molaire d'un gaz parfait à une pression de 1 atm et une température de 0°C. On donne 1 atm = $1{,}013*10^5$ Pa.

Soit m la masse d'une quantité d'un gaz parfait de masse molaire M.

3°- Trouver une autre expression de l'équation d'état de ce gaz faisant intervenir m et une constante r à définir. Préciser l'unité de r.

4°- On considère que l'air est un gaz parfait. Sa masse molaire est M = 28,964 g.
Calculer la valeur de r pour l'air.

5°- Donner une troisième expression de l'équation des gaz parfaits faisant intervenir la masse volumique ρ de ce gaz.

QUESTION N° 3 - Condition de non collision (3 points)

Un avion A vole derrière un avion B dans la même direction ; leurs vitesses par rapport à l'air sont respectivement V_A et V_B (avec $V_A > V_B$).

A l'instant t = 0, l'avion A est à une distance d derrière B, et le pilote de l'avion A sort les aérofreins, provoquant une décélération a (en valeur absolue), que l'on suppose constante.

1°- Calculer la vitesse relative Vr_A de l'avion A par rapport à l'avion B à l'instant t.

2°- En déduire la distance D(t) de l'avion A derrière l'avion B en fonction du temps.

3°- Démontrer que, pour qu'il y ait collision entre A et B, il est nécessaire que : $V_A - V_B > \sqrt{2ad}$

QUESTION N° 4 - Le grand saut (4 points)

Le 14 octobre 2012, Félix Baumgartner, parachutiste autrichien de 43 ans est entré dans l'histoire. En s'élançant de 39,045km au-dessus de la base américaine de Roswell, il a réalisé l'exploit de passer le mur du son durant sa chute, pour atteindre la vitesse de 1342,8 $km.h^{-1}$.

Cette question et la suivante reviennent sur les grandes étapes de ce saut historique. Malgré tout, ces deux questions sont indépendantes.

Partie A : la montée en ballon

Le ballon qui doit permettre la montée dans la haute atmosphère est constitué d'une enveloppe sphérique fermée à laquelle est attachée une nacelle pressurisée emportant le sauteur avec son équipement. Ce ballon est gonflé avec de l'hélium. Le jour du saut, les conditions atmosphériques sont standards et l'on considère que la base d'essai est au niveau de la mer.

Données :

- masse totale de l'ensemble {ballon ; nacelle ; sauteur} : $m = 1{,}6 \times 10^3$ kg ;
- intensité de la pesanteur au sol : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$;
- masse volumique de l'air au sol : $\rho_0 = 1225\ g.m^{-3}$;
- constante des gaz parfaits R = 287 J / (kg.K).

On rappelle aussi que la loi d'atmosphère standard reliant pression et altitude découle :

- de conditions standard au niveau de la mer : $p_0 = 1013$ hPa $T_0 = 288{,}15$ K
- de l'équation de Laplace : $dp = -\rho g dZ$
- de la loi de Mariotte $p/\rho = RT$
- d'une loi de variation de température :

$$T = T_0 + a\,Z \text{ avec } a = -6.5°/1000 \text{ m (pour } Z < 11\,000 \text{ m)}$$
$$T = T_1 = 216.65 \text{ K (pour } 11\,000 \text{ m} < Z < 20\,000 \text{ m)}$$
$$T = T_1 + b\,(Z - 20\,000) \text{ avec } b = 1°/1000 \text{ m (pour } z > 20\,000 \text{ m)}$$

1°- Ecrire les équations représentant la loi standard p = f (Z) pour les trois tranches d'atmosphère considérées (on supposera l'accélération de la pesanteur constante : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$).

2°- En supposant que le volume du ballon est largement supérieur à celui de la nacelle et du sauteur, calculer le volume minimal de l'ensemble {ballon ; nacelle ; sauteur} à 40 km d'altitude.

QUESTION N° 5 - Le grand saut (suite) (3 points)

Partie B : Chute libre dans la haute atmosphère (stratosphère)

1°- Indiquer, brièvement et sans faire de calcul, la raison pour laquelle on peut faire l'hypothèse d'une chute libre (sans frottement) pour cette première partie du saut.

2°- Dans cette phase de chute, on suppose la vitesse initiale nulle au moment du largage à l'altitude de 39,045 km.
On considère que l'accélération de la pesanteur vaut alors $g = 9{,}7\ m.s^{-2}$.

Lorsque la vitesse maximale ($1342{,}8\ km.h^{-1}$) est atteinte :

a. Calculer la durée de la chute depuis le largage.

b. Calculer la hauteur de chute et l'altitude atteinte.

QUESTION N° 6 - Mesure de la masse d'un astronaute (2 points)

Comment peser un astronaute dans une navette spatiale où règne l'impesanteur ? Alors que l'utilisation d'un pèse-personne n'est plus possible, les scientifiques ont imaginé le dispositif suivant : l'astronaute de masse M se place dans une cabine mobile de masse m = 20 kg le long d'un rail à coussin d'air. La cabine peut osciller sous l'action de deux ressorts de raideur $k_1 = 2000\ N.m^{-1}$. Lorsque la soufflerie d'air fonctionne, les frottements sur le rail sont négligeables.

Lors des tests du dispositif sur Terre, l'astronaute installé dans sa cabine provoque un déplacement $X_m = 0{,}5$ m du centre d'inertie G en tirant sur un câble. A l'instant $t_0 = 0$ s, il lâche le câble avec une vitesse initiale nulle et laisse osciller l'ensemble S sur le rail à coussin d'air disposé horizontalement.

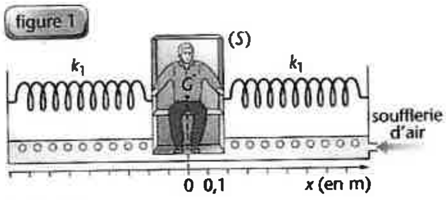
1°- Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de G et la résoudre.

2°- Expliquer pourquoi le dispositif peut être utilisé en impesanteur.

3°- Application numérique : la période des oscillations mesurée est de 1 seconde. Calculer la masse de l'astronaute.

4°- L'imprécision sur la masse de la cabine est de 50 g, sur la raideur du ressort de 0,1 % et sur la période du mouvement de 0,001 s. Calculer l'imprécision sur la mesure de l'astronaute.

figure 1



QUESTION N° 7 (4 points)

Proposée antérieurement

DGA Essais en vol | Site d'Istres | EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :

Spécialité essais présentée* : PEA PEH ENE-B (option Avions) ENE-B (option Hélicoptères)

(* Rayer les mentions inutiles)

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION AU STAGE ESSAIS DE CLASSE B 2015

SESSION DU 17 NOVEMBRE 2014

PILOTES D'ESSAIS

EXPÉRIMENTATEURS NAVIGANTS D'ESSAIS B

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM :
Date :
Signature :

NOTE : / 20

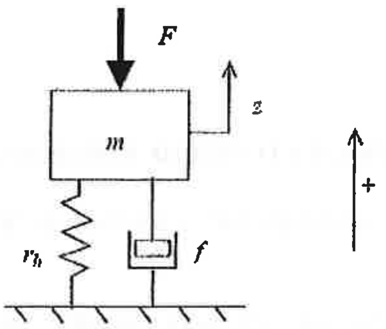
QUESTION N° 1 : (2 points)

Proposée antérieurement

QUESTION N°2 : Commande en hauteur d'un simulateur de vol articulé (5 points)

Les mouvements d'un simulateur de vol articulé ont pour but de provoquer chez le pilote des sensations d'accélérations. Dans cet exercice simplifié, on s'intéressera au seul mouvement selon l'axe Z (vertical).

La fonction commande en hauteur (donc selon l'axe vertical) de ce simulateur de vol peut être représentée par le schéma simplifié suivant :



Une masse mobile m de 800 kg est fixée sur un vérin hydraulique assimilable à un ressort de raideur hydraulique $r_h = 7{,}5\ 10^6$ N/m et à un frottement visqueux de coefficient f. L'ensemble est soumis à un effort de perturbation F(t) variable dans le temps, dirigé selon l'axe Z et représentatif des efforts liés aux mouvements de l'atmosphère et des ordres de pilotage.

1 - Déterminer la fonction de transfert liant la position verticale Z(p) à l'effort de perturbation F(p) en précisant les conditions de son obtention.

2- On s'intéresse à la seule réponse libre du système. On rappelle dans ce cas la forme canonique d'une équation différentielle du deuxième ordre :

$$y'' + 2\,\xi\omega_0\, y' + \omega_0^2 y = 0.$$

Donner l'expression littérale des paramètres canoniques de cette fonction dans le cas du mouvement selon l'axe Z du simulateur.

3- Résoudre cette équation différentielle et discuter les différents cas possibles en fonction des valeurs de ξ.

4- Application numérique : donner les valeurs numériques des paramètres canoniques de la fonction dans le cas où le facteur d'amortissement ξ vaut 0,5. En déduire la valeur de l'amortissement total.

QUESTION N°3 : Thermodynamique (4 points)

Pendant un vol de réception sur A400 M, Dédé le mécanicien navigant décide de faire chauffer 4 litres d'eau pour faire cuire des pâtes.
Il dispose d'une plaque de cuisson d'une puissance utile Pu = 2000 W.
Le volume d'eau passe de la température T à la température T + ΔT en un temps Δt.
1 - Quelle est l'expression de la quantité de chaleur fournie par la plaque de cuisson pendant ce temps Δt ?
2 - Pendant le même temps Δt, le volume d'eau en train de chauffer diffuse dans l'air ambiant une quantité de chaleur k*(T-Tcab)*Δt où Tcab représente la température de l'air ambiant, supposée constante et T représente toujours la température de l'eau. On donne k = 8 W/K.
En appliquant le premier principe de la thermodynamique, identifiez une relation entre la température de l'eau T, sa variation ΔT et le temps écoulé Δt.
Note : La capacité thermique massique de l'eau liquide est c = 4200 J/kg/K et sa masse volumique est ρ = 1kg/L. On a également Tcab = 21°C.
3 - A partir de la relation établie à la question précédente, obtenir une équation différentielle du premier ordre décrivant l'évolution de la température de l'eau. Pour cela, on remplacera le rapport ΔT/Δt par la dérivée temporelle de T, dT/dt. De plus, on considèrera qu'à l'instant t = 0, l'eau était à température ambiante (T(0) = Tcab).
Au bout de combien de temps l'eau devrait-elle atteindre 100°C, température à laquelle elle devrait bouillir si la cabine était pressurisée à 1013 hPa ?
4 - Dédé, en mécanicien consciencieux, a chronométré l'ébullition en 10 min 55 s. Quelle est la température correspondant à ce temps de chauffe ?
5 - La température d'ébullition de l'eau diminue quand la pression ambiante diminue, comme l'indique la table ci-dessous.

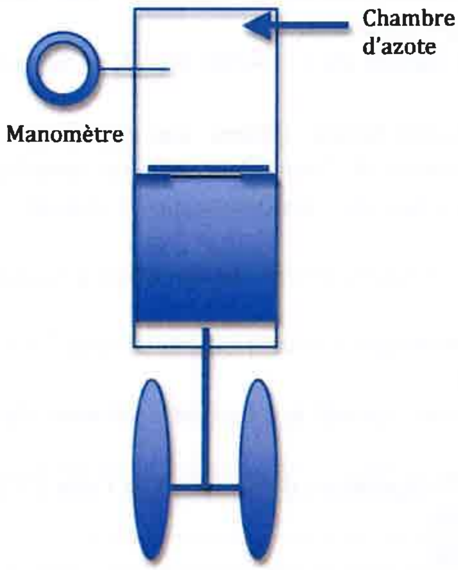
Pression ambiante (hPa)	Température d'ébullition de l'eau (°C)
473,8	80
701,2	90
833,1	95
1013,2	100

Dans les conditions de vol du moment, le manuel de vol prévoit que la pression cabine ne peut être inférieure à 750 hPa. La pressurisation de l'avion de Dédé est-elle conforme au manuel ? Justifiez votre choix.

QUESTION N° 4 : Amortisseur (4 points)

On doit gonfler à l'azote l'amortisseur d'un train d'atterrissage. Cet amortisseur est constitué d'une chambre d'azote et d'une chambre d'huile séparées l'une de l'autre par un piston mobile. La chambre d'huile comporte un deuxième piston sur lequel sont montées les roues. On ne s'intéresse dans cet exercice qu'au gonflage de la chambre d'azote.

A l'état initial du gonflage de l'amortisseur, la chambre d'azote est vide. Elle atteint son volume maximum de 1,7 L pour une pression supérieure à 3 bars ; pour des pressions plus fortes, le piston séparateur est bloqué par des butées mécaniques. La température ambiante est de 21°C. On considère l'azote comme un gaz parfait diatomique ($\gamma = 1,4$)



a/ La documentation indique qu'à 15°C, cette chambre doit être gonflée à 80 bars. A la température ambiante de 21°C, quelle doit être la pression dans la chambre pour qu'elle renferme la quantité d'azote que préconise la documentation ?

b/ Le mécanicien dispose d'une bouteille d'azote de 100 L. A l 'équilibre thermique à la température ambiante de 21°C, le manomètre de la bouteille indique 169 bars.

Il connecte la bouteille à la chambre d'azote et ouvre la bouteille. Il la referme quand il lit sur le manomètre de la chambre la pression obtenue à la question précédente.
On fera l'hypothèse pour cette question et la suivante que le volume de gaz qui passe de la bouteille à la chambre d'azote subit une détente adiabatique réversible. Quelle proportion (en %) en masse d'azote de la bouteille de départ a fini dans l'amortisseur?

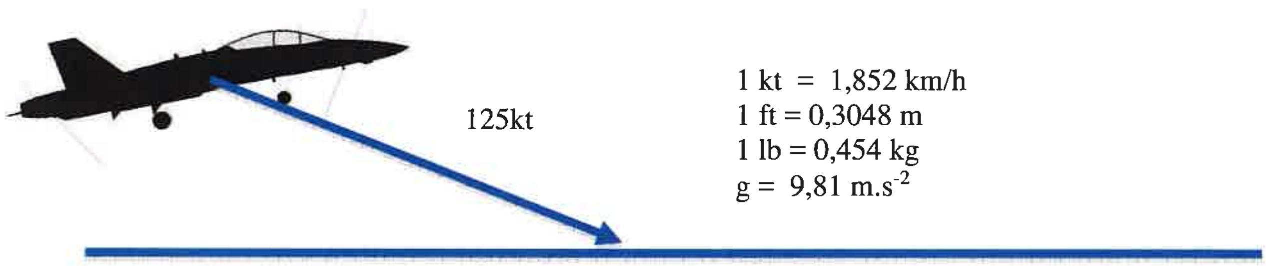
c/ Toujours avec l'hypothèse adiabatique réversible, calculez la température dans la chambre d'azote à la fin du gonflage.

d/ Après un certain temps, l'équilibre thermique s'installe et l'azote de l'amortisseur reprend la température ambiante (21°C). Quelle est alors la pression de la chambre d'azote ? Faudra t 'il donner un complément de gonflage ou dégonfler l'amortisseur pour rejoindre la pression identifiée à la question 1 ?

QUESTION N°5 : Approche et atterrissage d'un F18 (3 points)

Un F-18 à la masse de 32 000 lb se prépare à l'atterrissage. Pour cela, il se présente sur une trajectoire d'approche à 3° par rapport à la piste supposée parfaitement plane et horizontale. Sa vitesse est alors de 125 kt. Sur cet atterrissage, le pilote n'effectuera pas d'arrondi, c'est à dire qu'il approchera du sol sans modifier sa trajectoire jusqu'à l'impact.

1 - Calculer l'énergie cinétique de l'avion sur son plan d'approche, juste avant l'impact avec le sol.
2- Calculer la vitesse verticale d'impact avec le sol et l'exprimer en ft/min.
3- En considérant que, lors de l'impact, la composante horizontale de sa vitesse n'a pas été modifiée, calculer l'énergie cinétique de l'appareil juste après l'impact.
4- Où est passée la majeure partie de la différence d'énergie cinétique entre la question 1 et la question 3 ?
5- Suite à une panne du système de freinage normal, il doit freiner avec le système de freinage secours en adoptant un taux de décélération longitudinale inférieur à 0,2 g. Calculer la distance de freinage minimale nécessaire à l'arrêt complet de l'appareil. On considèrera que sa vitesse en début de freinage est égale à sa vitesse juste après l'impact au sol.



1 kt = 1,852 km/h
1 ft = 0,3048 m
1 lb = 0,454 kg
g = 9,81 m.s^{-2}

QUESTION N° 6 : Intégration (2 points)
Calculer l'intégrale suivante : $\int_0^{\pi} e^x \cos 2x \, dx$

DGA Essais en vol | Site d'Istres | EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée* : PEA PEH ENE B (option Avions) ENE B (option Hélicoptères)		
(* Rayer les mentions inutiles)		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE B

SESSION DU 16 NOVEMBRE 2015

PILOTES D'ESSAIS DE CLASSE B

EXPERIMENTATEURS NAVIGANTS D'ESSAIS DE CLASSE B

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM :
Date :
Signature :

NOTE : / 20

QUESTION N° 1 (2 points)

A l'aide de l'analyse dimensionnelle, retrouvez α, β, γ dans la formule donnant la fréquence de vibration d'une corde, sachant qu'elle est de la forme :

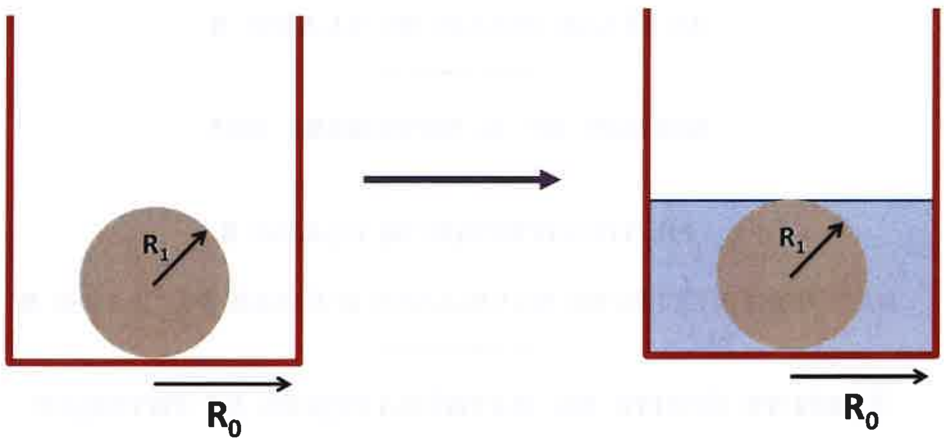
$$N = K\, l^{\alpha}\ T^{\beta}\ \mu^{\gamma}$$

où : - N = fréquence de la vibration - l = longueur de la corde

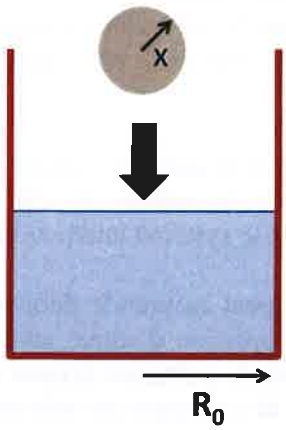
- T = force de tension
- μ = masse linéique de la corde
- K = constante sans dimension

QUESTION N° 2 : (3 points)

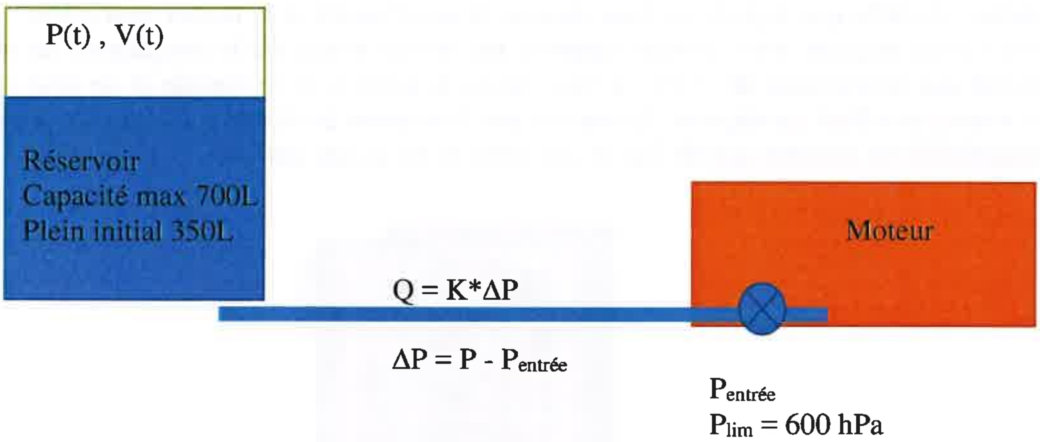
Au fond d'un verre d'eau (que l'on assimile à un cylindre de rayon R_0), on pose une bille de rayon R_1.
On remplit ensuite le verre d'eau jusqu'à ce que l'eau affleure au ras de la bille. On suppose que la bille est suffisamment lourde pour demeurer au fond du



verre.
On retire ensuite la bille du verre et on y conserve l'eau à l'intérieur.
Existe-il d'autres billes (par exemple de rayons différents) permettant également à l'eau d'affleurer avec le même volume d'eau (celui obtenu précédemment avec la bille de rayon R_1) ?



QUESTION N° 3 : (4 points)



Le réservoir de carburant d'un avion est à moitié vide.
Celui-ci, d'un volume total de 700 L, est rempli de 350 L de carburant.
Le reste est rempli d'air à pression et température atmosphériques (1013 hPa et 25°C).
La mise à l'air libre du réservoir est bouchée (on considère donc que la poche d'air dans le réservoir est étanche et on assimilera l'air à un gaz parfait diatomique $\gamma = 7/5$) et le soutier procède au remplissage du réservoir. Il pompe donc du carburant vers le réservoir à une pression max de 9 bars.

Q 1) En supposant que la poche d'air subit une compression adiabatique réversible durant le remplissage du réservoir, calculer la température du gaz quand la pompe à essence ne permettra plus de remplir le réservoir, c'est-à-dire lorsque la pression de la poche d'air atteindra 9 bars.
Calculer également le volume de carburant ajouté dans le réservoir.

Q 2) L'avion est entreposé dans le hangar pour la nuit à une température de 13°C et l'équilibre thermique finit par se faire (on abandonne ici l'hypothèse adiabatique).
L'air dans le réservoir étant supposé être un gaz parfait, quelle va être la pression dans le réservoir ?

Q 3) Le réservoir est connecté au moteur de l'avion par une tuyauterie de section circulaire de rayon R. La tuyauterie est connectée d'un coté au réservoir et de l'autre au moteur.

Dans un premier temps, la pompe carburant à l'entrée du moteur n'appelle qu'un débit $Q_1 = 120$ L/heure, ce qui fait baisser le niveau du réservoir.
Calculer la loi de pression de l'air dans le réservoir en fonction du temps (on supposera que la détente de l'air dans le réservoir est cette fois lente et isotherme). On considère encore que l'air est à 13°C.

Q 4) On admettra que le débit volumique Q dans la tuyauterie est proportionnel à la différence de pression ΔP entre les deux extrémités de la tuyauterie : $Q = K*\Delta P$ avec $K = 1{,}04 \cdot 10^{-9}$ SI.
Donner les unités de la constante K dans le système international (longueur/temps/masse).

Q 5) La pompe à l'entrée du moteur peut assurer le débit Q_1 tant que sa pression d'entrée est supérieure à $P_{lim} = 600$ hPa. Quand la pression d'entrée atteint ce seuil, la pompe maintient cette pression à l'entrée du moteur et le débit de carburant dépend de la pression dans le réservoir ($Q = K*\Delta P$). Le moteur cale lorsque le débit de carburant est inférieur à $Q_2 = 20$ L/h.
Calculer le volume de carburant restant dans le réservoir au moment où le moteur cale (on supposera encore que la détente de l'air dans le réservoir est lente et isotherme).
<u>QUESTION N° 4</u> : (2 points)

Guillaume vient d'acheter un nouveau congélateur pour pouvoir profiter des glaces.
La température dans son cellier est de 35°C et la pression ambiante est de 1024 hPa. Avant de le brancher, il vérifie que la porte est bien montée. Il peut l'ouvrir et la fermer sans effort.
Après l'avoir branché, porte fermée, quand le thermostat monté sur le congélateur lui indique qu'il a atteint une température de -18°C, il veut ouvrir la porte pour le remplir et se rend compte qu'il doit fournir un effort conséquent. La porte a une dimension de 60 cm x 40 cm. On considèrera que le congélateur ne contient que de l'air et que celui-ci est un gaz parfait.

Q1) Expliquez pourquoi Guillaume doit forcer pour ouvrir la porte.
Vous étayerez votre explication avec un rapide calcul.

Q2) Guillaume estime l'effort à 40 daN. Comparez à votre résultat et commentez.

<u>QUESTION N° 5</u> (3 points)

Un ressort vertical, de masse négligeable et de longueur au repos L_R, est fixé en son extrémité supérieure.

En son extrémité inférieure, on accroche une masse M considérée comme ponctuelle.

On appellera L la longueur du ressort à un instant donné.

1) Quelle est la dimension, en unités SI, de la raideur k du ressort ?

2) Quelle est la longueur L_E du ressort à l'équilibre ?

Que fait la masse si elle est écartée de sa position d'équilibre ?

3) Depuis cette position d'équilibre, on soulève la masse d'une hauteur telle que la longueur du ressort devienne L_0, avec $L_R < L_0 < L_E$. A l'instant t = 0, on lâche la masse M.
Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de la masse M.
Calculez la période du mouvement en fonction de m et de k.

4) Pour quelle position de M la vitesse est-elle maximale ?

5) En appliquant le principe de la conservation de l'énergie, calculez cette vitesse maximale.

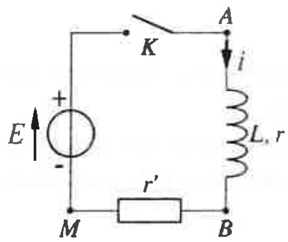
Application numérique :

- k = 10 unités SI - M = 500 g - $g = 10\ m/s^2$

- $L_R = 15$ cm - $L_0 = 17$ cm

QUESTION N° 6 (3 points)

Un circuit série comporte un générateur, maintenant entre ses bornes une tension constante E = 6 V, un interrupteur K, une bobine (L, r) et un conducteur ohmique de résistance r'.
On posera R = r + r' et $\tau = \dfrac{L}{R}$.
On ferme K à la date t = 0.

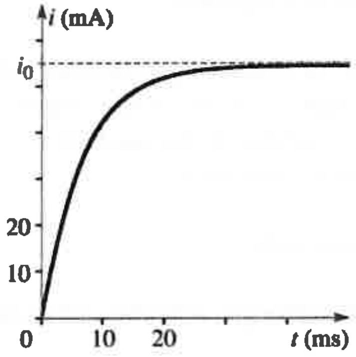


1) Etablir l'équation différentielle qui définit la tension E en fonction du courant i et des éléments du circuit.

2) Résoudre cette équation. Comment appelle-t-on τ ?

3) A partir de l'enregistrement ci-dessous, déterminer :

a) la valeur de R,
b) la valeur de τ,
c) la valeur de L.

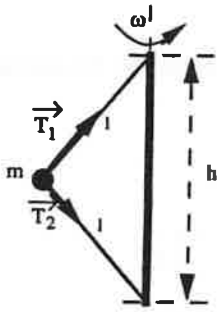


4) On suppose $r.i << L.\frac{di}{dt}$.

Quelle est l'expression de la tension U_{AB} aux bornes de la bobine ?

QUESTION N° 7 : (3 points)

Une masse ponctuelle m est fixée aux deux extrémités d'une tige verticale de longueur h = 40 cm par deux fils inextensibles de longueur l = 30 cm.
L'ensemble est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe de la tige.
La vitesse angulaire de rotation étant égale à ω, les deux fils sont tendus et, à l'instant t, le système a l'allure représentée sur la figure ci-dessous:



$\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ désignent les tensions des deux fils comme indiqué sur la figure.

1) Exprimer les normes T_1 et T_2 des tensions des deux fils.

2) A quelle condition les deux fils sont-ils tendus ?

DGA Essais en vol | Site d'Istres | EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade : Prénom : NOM :

Employeur : Unité :

Spécialité essais présentée* : PEA PEH ENE-B (option Avions) ENE-B (option Hélicoptères)

(* Rayer les mentions inutiles)

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE B

SESSION DU 14 NOVEMBRE 2016

PILOTES D'ESSAIS DE CLASSE B

EXPERIMENTATEURS NAVIGANTS D'ESSAIS DE CLASSE B

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM :
Date :
Signature :

NOTE : / 20

EXERCICE N° 1 (2 points) :

Proposé antérieurement

EXERCICE N° 2 (2 points) :

1) Montrer qu'une pression de 1,013 bar « équivaut » à 2116 livres-force/pied carré

   1 livre-force = $4{,}448.10^{-1}$ daN
   1 pied (foot) = $3{,}048.10^{-1}$ m
   1 bar = 1.10^{3} hPa

2) En déduire le facteur de conversion entre, d'une part, la valeur de l'unité de masse (le « *slug* ») dans le système « *British Engineering Units* » *(slug, ft, s)* cohérent (i.e. permettant de se passer de constantes de conversion dans les équations de la physique) et, d'autre part, le kg du système international.

EXERCICE N° 3 (3 points) :

Déterminer la force constante agissant sur un avion embarqué Super-Etendard de 12,5 tonnes dans les cas suivants :

1. Il est accéléré du repos jusqu'à 250 km/h en 2,2 s au catapultage.

2. Il est freiné de 180 km/h jusqu'au repos en 40 m par un brin d'arrêt accroché par sa crosse d'appontage (le mouvement de l'avion est dans la direction positive de l'axe des x).

EXERCICE N° 4 (3 points) :

Note :

a) on se contentera de calculer les pourcentages avec un seul chiffre après la virgule (ex : 18,6 %).
b) les questions 3 et 4 sont indépendantes.

L'assemblage de la station spatiale internationale (ISS) a nécessité, hors visites d'équipages et vols de ravitaillement dédiés, 29 lancements permettant sa pleine exploitation (capacité initiale opérationnelle - *Initial Operationnal Capability*), se décomposant ainsi :

- 2 lancements de fusée « Proton-K » russe;
- 2 lancements de fusée « Soyouz » russe;
- 25 lancements de navettes spatiales américaines (« *Space Transportation System* »), partiellement réutilisables et toutes pilotées par un équipage.

A la date du premier lancement de la séquence d'assemblage de l'ISS par une fusée « Proton-K » en Novembre 1998, la fiabilité de ces différents lanceurs s'établissait comme suit :

- Proton-K : 5 échecs partiels (orbite prévue non atteinte) ou totaux (destruction du lanceur) sur les 76 derniers lancements depuis 1990.
- Soyouz : taux de succès de 97,5 % pour les différentes versions après ~1500 lancements.
- STS : 92 lancements depuis l'origine dont 1 échec partiel (orbite trop basse), et 1 échec total (destruction de *Challenger* et perte de l'équipage au lancement en 1986).

1) Quelle était alors la probabilité de pouvoir acheminer en orbite sans échec au lancement l'ensemble de ces 29 éléments en vue de leur assemblage pour espérer atteindre l'IOC ?

Le premier lancement d'un élément de l'ISS par la navette spatiale eut lieu lors de son 93^{e} vol. La navette Columbia fut perdue avec son équipage lors du 113^{e} vol STS en 2003, lors de la rentrée atmosphérique, alors que restaient encore à effectuer pour atteindre l'IOC :

- 1 lancement de fusée « Soyouz » dédié, et
- 15 vols de navettes spatiales dédiés, sans transfert possible sur un autre lanceur.

2) Quelle était, lors de la reprise des opérations de lancement des éléments de l'ISS en 2006, la nouvelle probabilité de pouvoir atteindre l'IOC sans nouvel échec au lancement ?

3) Aucun nouvel incident ou accident n'a été à déplorer jusqu'à la 135^{e} et dernière mission de la navette spatiale, ni sur la fusée Soyouz, mais une série d'échecs a ramené la fiabilité démontrée du Proton-K à 86,9%.
Sachant que le premier lancement (cœur de l'ISS) était critique et que lancer un exemplaire identique de rechange déjà construit était possible (toujours sur Proton-K), quelles étaient rétrospectivement les chances de pouvoir acheminer en orbite le matériel nécessaire à l'IOC ?

4) L'ISS pesait environ 450 tonnes à l'*IOC*. La fusée *Saturn V*, capable de satelliser 140 tonnes dans les mêmes conditions, a connu 12 lancements réussis sur 13 (1 échec partiel).
En considérant que toutes les opérations d'assemblage orbital et de mise en œuvre post-lancement se soient parfaitement déroulées (comme pour l'ISS), quelle aurait été la probabilité d'atteindre l'IOC d'une station orbitale équivalente en masse (mais d'une architecture différente) ?

EXERCICE N° 5 (3 points) :

Un avion de masse m effectue un atterrissage de la façon suivante : à l'impact, à vitesse V_0 au début de la piste, le pilote maintient le nez haut pour profiter de la décélération aérodynamique. Les moteurs sont réduits et la poussée est nulle.

A la vitesse V_1, le pilote pose le train avant et freine. La phase transitoire est supposée instantanée.

On fait les hypothèses simplificatrices suivantes :
a) dans la phase nez haut, la force de freinage due au contact train-piste est négligeable ;
b) dans la phase freinée, la traînée aérodynamique devient négligeable devant la force des freins.

On donne :
- $\rho = 1{,}20$ kg/m3
- masse de l'avion à l'atterrissage m = 75000 kg
- surface de référence de l'avion S = 250 m²
- g = 9,81 m/s²
- μ freinage = 0,255 pour une piste sèche
- vitesse à l'impact $V_0 = 75$ m/s
- Cx de l'avion nez haut = 0,1

1) Calculer la longueur d'arrêt dans les deux cas suivants :
    - piste sèche, train avant posé à $V_1 = 63{,}9$ m/s
    - piste sèche, train avant posé à $V_1 = 59$ m/s

    Dans les deux cas, comparez l'énergie absorbée par les freins

2) Existe-t-il une vitesse V_1 optimale pour laquelle la distance d'atterrissage est minimale ? Quelle est la distance minimale ?

3) Mêmes questions si la piste est mouillée et si le coefficient de freinage n'est plus que de $\mu = 0{,}102$.

EXERCICE N° 6 (2 points) :

Un avion, après décollage par vent nul, peut monter avec une pente de 18 %, en tenant sur sa trajectoire une vitesse par rapport à l'air de 150 kt.

Il doit décoller d'une piste dans l'axe de laquelle se trouve une colline de 500 m de hauteur par rapport au terrain, située à 3 km du point de décollage.

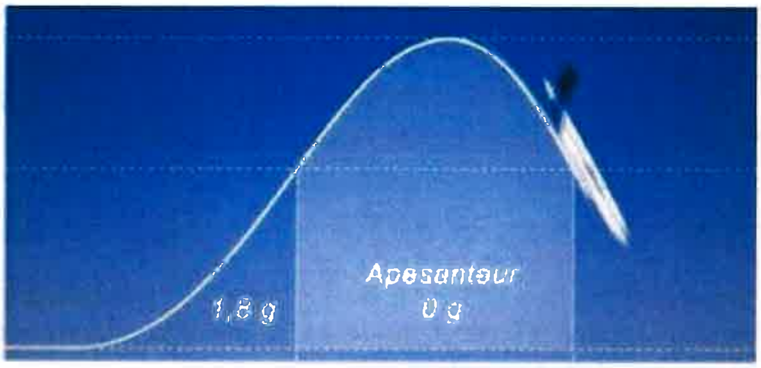
1 - Sachant qu'il est tenu par le contrôle de poursuivre son décollage dans l'axe, quelle doit être la force du vent de face pour qu'il passe à 150 m au-dessus du relief ?

2 - Que se passerait-il si, après le décollage, le vent était arrière avec une force de 12 kt ?

EXERCICE N° 7 (5 points) :

L'Airbus A310 Zéro-G, exploité par une filiale du Centre National d'Etudes Spatiales, permet de simuler des conditions d'apesanteur en décrivant des trajectoires paraboliques. Les scientifiques peuvent ainsi mener des expériences sur de brèves périodes sans avoir recours aux missions spatiales.

Document 1 : Trajectoire parabolique de l'Airbus Zéro-G



Pour que les passagers et le matériel embarqués dans l'Airbus A310 Zéro-G soient en apesanteur dans le référentiel de l'avion, et qu'ils se mettent à « flotter », il faut que l'avion soit en chute libre. Dans le référentiel terrestre, un corps est en chute libre lorsque la seule force qui s'exerce sur lui est le poids. Comment mettre l'avion en condition de « chute libre », peut-on se demander ? Rien de plus « simple » : il suffit que le pilote de l'avion arrive à suivre la bonne trajectoire parabolique.

Extrait d'un article de presse

Document 2 : caractéristiques du vol parabolique

Pente au début de la parabole	47°
Altitude au départ et à la fin de la parabole	7600 m
Vitesse au début de la parabole	527 $km.h^{-1}$
Altitude au sommet de la parabole	8200 m
Vitesse au sommet de la parabole	355 $km.\ h^{-1}$
Durée d'apesanteur (0 g)	22 s

Données :

- Masse de l'Airbus A310 Zéro-G et de son équipement : $m = 1{,}5 \times 10^5$ kg ;
- Constante de la gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
- Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre : $g = 9{,}81\ N.\ kg^{-1}$
- Masse de la Terre : $M_T = 6{,}02 \times 10^{24}$ kg
- Rayon de la Terre $= 6{,}38 \times 10^6$ m

On se place dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen sur la durée d'une parabole.

1. Etude du mouvement

Montrer que la trajectoire suivie par l'avion est modélisable par une chute libre.
Note : on considère que les forces dissipatives sont totalement compensées durant cette phase (poussée des moteurs).

2. Intensité du champ de pesanteur dans un vol Zéro-G

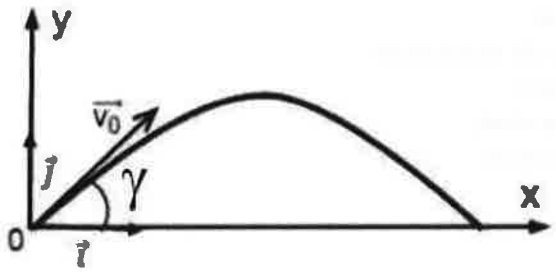
2.1 En détaillant votre raisonnement, montrer que l'intensité de la pesanteur g_h, en un point situé à l'altitude h au-dessus de la surface de la Terre, peut s'écrire :

$$g_h = G.\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

2.2 Justifier, à partir du résultat précédent, qu'il est légitime de considérer que l'intensité de la pesanteur est constante lors d'un vol Zéro-G.

3. Durée des phases d'apesanteur

On étudie le mouvement dans le repère xOy donné ci-dessous, le point O étant le début de la parabole.
On considère que l'intensité de la pesanteur terrestre est constante lors d'un vol Zéro-G et qu'elle est égale à g = 9,8 N.kg-1



3.1 Etablir les équations du système en chute libre selon x et y .

3.2 En déduire la durée d'apesanteur. Ce résultat est-il cohérent avec la donnée du document 2 ?

3.3 Quels paramètres faut-il modifier pour augmenter la durée d'apesanteur ? Cela vous semblerait-il possible pour cet avion ?

DGA Essais en vol | Site d'Istres | EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée : PEA		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE B

SESSION DU 13 NOVEMBRE 2017

PILOTES D'ESSAIS DE CLASSE B

EXPERIMENTATEURS NAVIGANTS D'ESSAIS DE CLASSE B

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée

Validé par :

NOM : Date : Signature :	NOTE : / 20

EXERCICE N° 1 (1.5 point) :

Dans un gaz à haute température (où les phénomènes thermiques ne peuvent plus être négligés), le nombre de Prandtl est un paramètre de similitude sans dimension qui peut être vu comme un indicateur de l'importance relative des phénomènes aérodynamiques par rapport aux phénomènes thermiques.
Comme les nombres de Mach, Reynolds etc., la similitude des phénomènes physiques observés (par exemple entre des conditions de vol réelles et en soufflerie) n'est possible que pour des valeurs proches de Pr caractérisant les deux environnements.

$$Pr = \mu.\ \lambda^{a}.C_p^{\ b}$$

où :

$\mu = \nu * \rho$ (ρ est la masse volumique)

ν est la viscosité cinématique en m²/s

λ est la conductivité thermique en W/(m.K)

C_p est la capacité thermique massique (ou « chaleur massique ») du gaz à pression constante

(On rappelle que $C_p - C_v = R = P/(\rho.T)$ conformément aux lois de Mayer et de Boyle-Mariotte)

Déterminer les valeurs respectives des coefficients a et b.

EXERCICE N° 2 (1.5 point) :

La vitesse de propagation des ondes sonores dans un gaz peut se mettre sous la forme :

$$V = k.P^{a}.\rho^{b}$$

où k est un coefficient sans dimension.

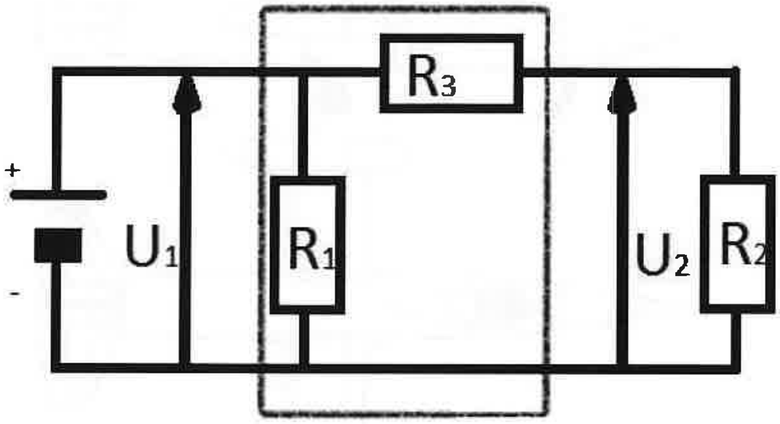
P et ρ sont respectivement la pression et la masse volumique du gaz.

Déterminez, par l'analyse dimensionnelle, l'expression de V.

EXERCICE N° 3 (2 point) :

Bonjour les décibels

On représente couramment la réponse d'un système (sortie) par rapport à une entrée selon une échelle logarithmique (gain en décibels G_{dB}).



Soit un dispositif résistif quelconque à l'entrée duquel on applique une tension U_1 correspondant à un courant d'intensité I_1, et aux bornes duquel on mesure la tension U_2 et le courant de sortie I_2 (ce qui implique au minimum, et suivant le type de courant, une résistance -ou impédance- équivalente R_2 branchée aux bornes du dispositif).

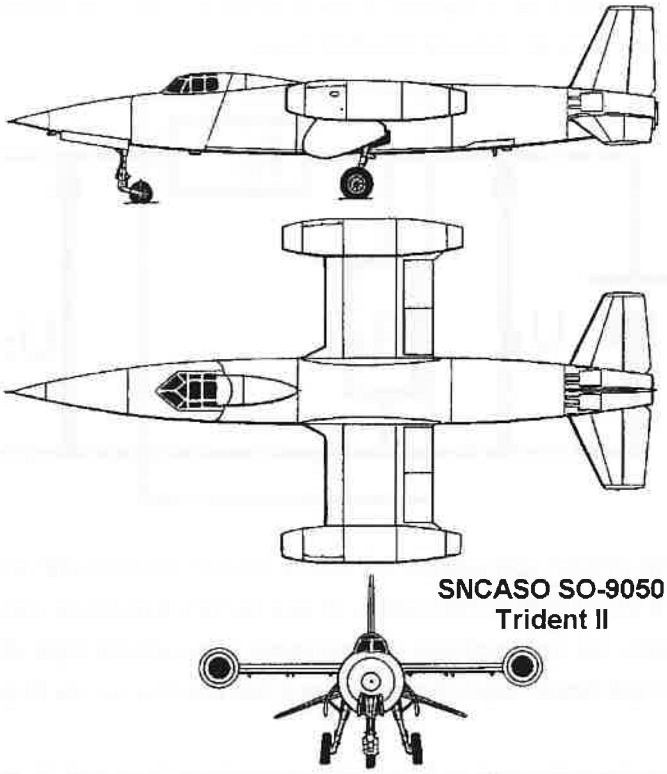
On fait varier continuellement et de manière périodique le signal U_1 et on mesure la réponse U_2 pour différentes fréquences, en commençant par les plus lentes.

a) Sachant par définition que le gain en Puissance s'exprime comme $G_{dB}^{P} = 10.\log(P_2/P_1)$, quelle est la relation entre le gain en Amplitude et celui en Puissance ?

b) Quelle pourrait être sa définition ?
Justifier votre affirmation.

EXERCICE N° 4 (5 points) :

Le retour du Trident



Contexte :

Devant la prolifération de menaces aériennes et balistiques imposant des temps de réaction très courts et des distances importantes à parcourir, l'Etat-Major des armées et la DGA ont décidé de revisiter le concept issu de la fin des années 1950 d'intercepteur « Trident » à propulsion mixte (deux réacteurs aux extrémités d'ailes et un moteur fusée en propulsion centrale).

On démontre que la meilleure pente de montée d'un aéronef à réaction s'effectue à l'incidence de finesse maximale de l'avion $f_{max} = (C_Z/C_X)_{MAX}$, qui est aussi l'incidence à laquelle la traînée est minimale. C'est l'option retenue pour permettre à l'appareil de prendre une trajectoire globalement orientée selon son cap d'interception, et passer le mur du son sans empreinte perceptible au sol, lorsque la poussée vient à excéder le poids et la traînée de la machine selon une trajectoire de plus en plus verticale (après consommation d'une certaine quantité de carburant/comburant).

Le Trident V est conçu de telle manière (profil et calage/incidence de l'aile principalement) que lorsque la pente maximale réalisable au décollage à M_{TOM} est réalisée, l'incidence de l'avion soit nulle (pas nécessairement celle de l'aile). Dans ces conditions, le vecteur vitesse, la ligne de foi du fuselage et les poussées des 3 moteurs sont coplanaires et l'assiette géométrique de l'avion est donc considérée comme égale à la pente.

Note : les deux parties (A et B) de l'exercice sont indépendantes

A) Lancement (on considère les poussées et la masse du Trident M_{TOM} constantes)

1) Donner l'expression et calculer la pente maximale atteignable par l'avion au décollage. On fera l'hypothèse des « petits angles » pour le cosinus dans cette seule question et il est demandé de faire un schéma.

Pour minimiser la masse de cet avion-fusée, son train d'atterrissage est dimensionné pour la fin de sa mission, avec peu de carburant restant. Il est donc accéléré sur une rampe en sortie de laquelle il atteint les conditions calculées précédemment.

2) Quelle doit être la portance développée en sortie de rampe ? Que vaut alors la traînée ?

3) Calculer le facteur de charge n (rapport portance/poids) – sans dimension – en sortie de rampe.

4) Sachant que la traînée d'un aéronef peut être vue comme la somme de la traînée de profil (de coefficient Cx_0, considéré ici comme constant) et de la traînée induite par la portance (de coefficient $K*Cz^2$ où $K<<1$ est constant), justifiez l'approximation $Cz = fmax*Cx_0$ pour des calculs initiaux.

5) Considérant un lancement au niveau de la mer en conditions standards, calculer la vitesse nécessaire et minimale en sortie de rampe de l'intercepteur.

On accélère l'intercepteur sur la rampe grâce à une catapulte électromagnétique qui fournit constamment un surcroît d'accélération longitudinal de $2g_0$ sur une première partie horizontale jusqu'à obtenir la vitesse précédemment calculée puis, selon un tremplin assimilé à un arc de cercle, assure le maintien de cette vitesse jusqu'à la sortie de la rampe à la pente calculée précédemment.

6) Considérant la poussée fournie comme constante en module, proposer un bilan des forces et estimer la longueur minimale de la rampe horizontale.

7) Calculer le rayon de courbure constant* de la rampe pour maintenir une accélération centripète ne dépassant pas $3g_0$.

8) Faire le bilan des distances et temps de parcours de ces deux segments ainsi que la longueur totale d'envol.

9) Calculer la hauteur totale de la rampe (là où le Trident est libéré) et commenter brièvement le résultat.

* dans les faits, on aurait un rayon de courbure progressif pour limiter le « *jolt* » (dérivée de l'accélération centripète, qui passant ici instantanément de nulle à $3g_0$ est en théorie infinie)

B) Montée et gestion de l'énergie et de la propulsion mixte

On suppose une détente parfaite des gaz, la poussée du M-88 se réduisant alors au débit massique multiplié par la différence des vitesses (V_{jet} et V) où V est assimilée à la vitesse de l'aéronef.

1) Connaissant les caractéristiques du moteur, estimer la vitesse V correspondant aux données « nominales » publiées dans des conditions standard au niveau de la mer.

2) En déduire la vitesse d'éjection des gaz V_{jet} du M-88 (on la considèrera comme constante)

Le Trident ayant pris son cap d'interception, il poursuit sa montée selon une pression dynamique constante estimée à 30kPa, afin de permettre aux moteurs M-88 de fonctionner dans les meilleures conditions possibles, tout en se rapprochant de la menace.

3) A quelle altitude la poussée combinée des réacteurs ne sera plus que la moitié de celle du moteur fusée (cette dernière étant considérée comme constante) ?
On utilisera la relation $\rho/\rho_0 = (20\text{-}H(km))/(20+H(km))$

4) En déduire la vitesse de vol et le Mach à cette altitude (pour le calcul de la vitesse du son, on prendra $\gamma = 1.4$ et R = 287 Unités S.I.). On considèrera l'atmosphère comme standard (15°C au niveau de la mer, décroissance de 2°C par 1000 ft et constante à partir de 11 km d'altitude)

5) En termes énergétiques, quelles sont les parts respectives d'énergie potentielle et cinétique à ce point de la montée dans le bilan total ?

6) L'objectif étant à ce stade de maximiser la prise d'énergie (énergie totale), pour permettre un tir d'engin dans les meilleures conditions (les autres paramètres de la mission n'étant pas limitatifs), est-il physiquement préférable d'accélérer davantage ou de monter plus haut (argumentez brièvement) ?

Accélération de la pesanteur :	g0	= 9.81 m/s²
Masse volumique de l'air au niveau de la mer (décollage)	ρ_0	= 1.225 kg/m³

Trident V (cellule)

Longueur :	L	= 32.7 m
Envergure totale (hors nacelles moteur, non portantes) :	b_{aile}	= 11.43 m
Surface Alaire (référence des coeffs aérodynamiques) :	S_{REF}	= 62.25 m²
Corde moyenne :	c	= 5.44 m
Allongement :	A	= 2.10
Masse maximale au décollage :	M_{TOM}	= 33240 kg
Masse à vide (avec armement et carburant résiduel) :	M_{ZFM}	= 16395 kg
Coefficient de traînée à portance nulle (subsonique) :	Cx_{0sub}	= 0.038 (référence S_{REF})
Finesse maximale (subsonique) :	f_{max}	= 5.8

Moteur M-88

Poussée unitaire pleins gaz avec post-combustion :	$F_{M88\text{-}PC}$	75000	N
Poussée unitaire pleins gaz « secs » :	$F_{M88\text{-}sec}$	50000	N
Consommation spécifique pleins gaz avec post-combustion :	SFC_{PC}	4.72E-05	kg/(N.s)
Consommation spécifique pleins gaz « sec » :	SFC_{sec}	2.22E 05	kg/(N.s)
Débit d'air nominal (@ 100% RPM) :	Q_{M88}	65	kg/s
Diamètre du Fan	D_{fan}	0.696	m
Taux de compression	τ_C	24.5	:1
Taux de dilution	τ_D	0.3	:1
Température d'entrée turbine	τ_T	1850	K

Moteur-fusée Vinci

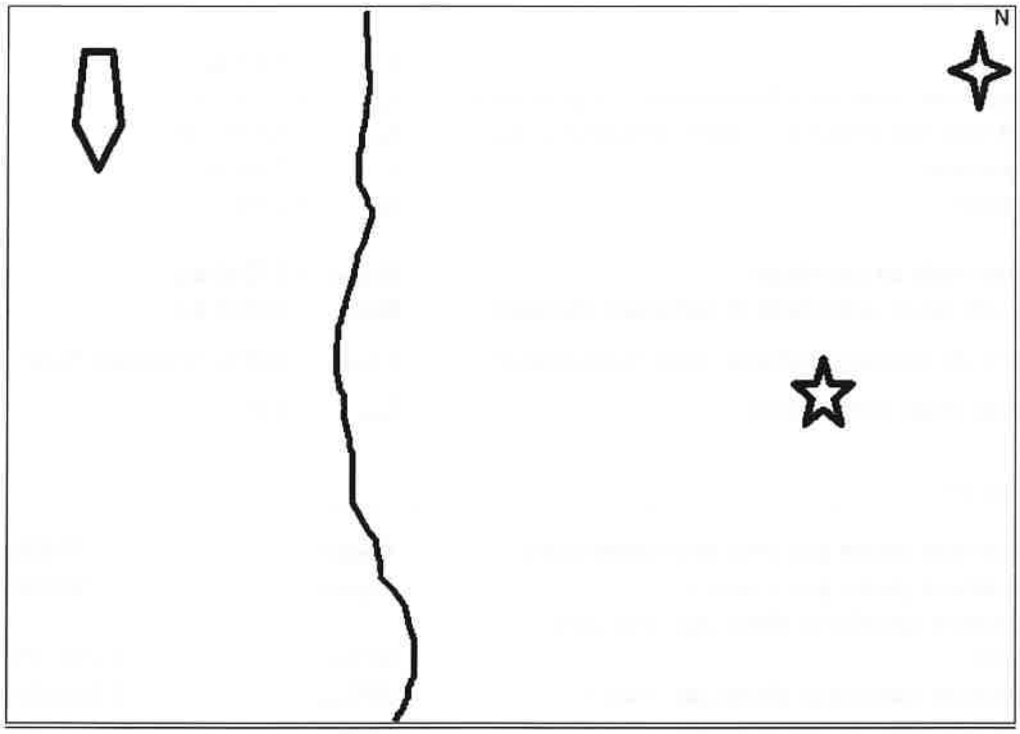
Poussée unitaire	F_{VINCI}	150000 N
Stoechiométrie LOX/LH2 (en masse)	$\tau_{LOX/LH2}$	5.8:1
Pression de chambre	$P_{chambre}$	6.08E+06 Pa
Impulsion spécifique	I_{SP}	465 s
Vitesse d'éjection des gaz	Ve_{VINCI}	4562 m/s
Ratio d'expansion de tuyère	τ_{nozzle}	240:1
Puissance de la turbopompe LOX	$Pw_{LOX\text{-}TP}$	3.50E+05 W
Puissance de la turbopompe LH2	$Pw_{LH2\text{-}TP}$	2.40E+06 W

EXERCICE N° 5 (5 points) :

Proposé antérieurement

EXERCICE N° 6 (5 points) :

Carrier Command



Un bâtiment de projection et de commandement, assisté d'un groupe de soutien (en haut à gauche sur le dessin) fait route à la vitesse de 20 nœuds et à 200 milles marins au large, parallèlement à la côte sensiblement Nord-Sud d'un pays à problèmes. Et c'est là que vous intervenez en tant que planificateur de mission.

Son groupe aéromobile embarqué doit exfiltrer des prisonniers dans un camp situé à 500 milles marins à l'intérieur des terres (représenté par l'étoile à cinq branches sur le dessin). Il disposera de 30 minutes maximum sur zone pour mener à bien l'opération, avant que d'éventuels renforts appelés par les gardes du camp ne viennent compliquer la situation. Cette durée ne peut être étendue pour conserver des marges en autonomie carburant compatibles d'alea divers (météo, menaces etc.). On la considèrera comme nominale (i.e exactement 30 minutes seront passées sur zone), pour la planification de la mission.

Le groupe aéromobile est constitué, entre autres, de drones et d'hélicoptères hybrides à grande vitesse, fixant la vitesse d'avancement du dispositif autour de 240 nœuds.

Au moment où le dispositif arrivera sur zone (camp de prisonniers), le groupe naval sera exactement à l'ouest du camp (relèvement 270°) et gardera le même cap jusqu'à la récupération des aéronefs.

L'arrivée sur zone est prévue à 03h00 du matin (heure locale).
Déterminez les grandes lignes et la timeline de l'opération (en heures locales, sans vent):

a) l'heure de décollage du dispositif
b) La route à prendre à l'aller
c) L'heure de franchissement de la côte à l'aller **ET** au retour
d) La route de retour
e) L'heure de la récupération (entrée dans la zone de contrôle du bateau)
f) Le temps total de navigation aérienne du dispositif (temps sur zone compris) .

DGA Essais en vol | Site d'Istres | EPNER

À REMPLIR PAR LE CANDIDAT

Titre/Grade :	Prénom :	NOM :
Employeur :		Unité :
Spécialité essais présentée : PEA		

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION AU

STAGE ESSAIS DE CLASSE A 2020 - 2021

SESSION DU 18 NOVEMBRE 2019

Durée : 3 heures - Pas de document - Calculatrice de poche non graphique et non programmable autorisée.

Validé par :

NOM : Date :	NOTE : / 20

EXERCICE N° 1) (2 points)

Consommation impulsive…

On applique le qualificatif « spécifique » à une grandeur pour signifier qu'elle se comprend « par unité de » (masse, volume, force etc.)

L'impulsion d'une force $\vec{I}$ est une quantité **vectorielle** définie telle $\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}.dt$

On peut comparer l'*efficience* d'un générateur de poussée à un autre (typiquement un turboréacteur ou un moteur fusée) soit en considérant C_{sp}, sa *consommation* (massique) *spécifique* (*i.e.* par unité de poussée), soit son impulsion spécifique I_{sp} (*i.e.* par unité de poids consommée, avec $g = g_0 = 9.81m/s$).

1) En considérant une force moyenne constante en module et en direction F_{moy}, écrivez la relation liant la consommation spécifique à l'impulsion spécifique.

2) On peut dès lors établir au premier ordre une relation simple entre la vitesse d'éjection des gaz V_e d'une part et I_{sp} ou C_{sp} d'autre part. Considérant un générateur de poussée à simple flux (turboréacteur « pur »), toute chose étant égales par ailleurs, améliore-t-on respectivement I_{sp}, C_{sp} en augmentant ou en diminuant V_e ?

EXERCICE N° 2) (1 points)

Le nombre de **Reech (Re_e)** est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides. Il est utilisé pour caractériser le rapport entre les forces de pesanteur (liées à la gravité) et les forces d'inertie (liées à la vitesse de l'écoulement) du fluide. Ce nombre est notamment utilisé dans le domaine de l'architecture navale.

$$\mathbf{Re_e = g_0^{Ai}.l^{Bi}.u^{Ci}}$$

où u est la vitesse moyenne de l'écoulement, g_0 l'accélération dans le champ de pesanteur terrestre et l une longueur caractéristique.

1) Proposez une solution [A_i, B_i, C_i] pour l'expression de ce nombre Re_e.

2) En météorologie des montagnes (aérologie), on utilise une expression du nombre de Froude Fr (sans dimension également) :

$$\mathbf{Fr_e = u/(N.h)}$$

Où h est la hauteur au-dessus du sol de l'obstacle vertical qui s'oppose au passage de la masse d'air, et N est la fréquence à laquelle la masse d'air se met à osciller en présence de l'obstacle avec $N = \sqrt{\frac{g_0}{\theta} * \frac{d\theta}{dh}}$ où θ est appelée la « température potentielle » de l'air et $\frac{d\theta}{dh}$ est le gradient de température.

Le nombre de Reech peut être exprimé en fonction du nombre de Froude. Proposez-en une expression par analyse dimensionnelle.

EXERCICE N° 3) (4 points)

« *Keep Cool* »

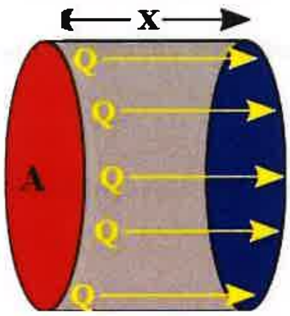
Nota : parties 1) et 2) indépendantes

Afin de s'affranchir de la dépendance au kérosène et face à la montée des menaces balistiques et hyper-véloces « proliférantes », la DGA et l'industrie ont décidé de développer et mettre au point un intercepteur hypersonique. Sa propulsion sera notamment assurée par des turboréacteurs fonctionnant au méthane liquéfié à basse température (LCH4, issu de Gaz Naturel liquéfié ou synthétisé). Pour éviter l'évaporation naturelle et se passer d'un lourd système de conditionnement actif, ceci implique « nécessairement » des temps de vol courts, donc de très grandes vitesses si l'on veut avoir un grand rayon d'action. En retour, on utilise ce carburant comme « puits de chaleur » pour refroidir la structure, abaisser la température de l'air admis aux moteurs, puis l'injecter sous forme gazeuse dans les chambres de combustion.

Le bord d'attaque, perpendiculaire à l'écoulement, et à travers lequel est admis le carburant est réalisé en alliage résistant aux très hautes températures (Inconel), et le LCH4 sort à -162°C du réservoir pressurisé à 1 atmosphère (1013.25 hPa) à l'altitude de vol considérée, compromis entre la masse du réservoir et la limitation de la vaporisation spontanée. On l'assimilera à une conduite circulaire, de température toujours égale à la température du « point d'impact » (T_i) telle que

$$T_i/T_s = (1+(\gamma_{air}-1)/2*M_0^2) \quad \text{où}$$

Ts est la température statique (ambiante) à l'altitude de vol considéré (en Kelvin)
γ_{air} est le rapport des « chaleurs massiques » de l'air à pression/volume constant $Cp_{air}/Cv_{air} = 1.4$
M_0 est le nombre de Mach de vol (ou de l'écoulement à l'infini amont)



1) Dans un barreau homogène de section A (en m²) et isolé mis simplement en contact avec une source chaude et une source (plus) froide (de températures respectives Tc et Tf), le taux de transfert par conduction de chaleur dQ (en J) par unité de temps dt vaut :

$$dQ/dt = -\kappa.A.dT/dx$$

où κ est le coefficient de conduction (ou conductivité) thermique et x (en m) est définit positivement en allant de la source chaude vers la source froide.

a) Donnez l'unité de κ
b) Montrez que dans le cas d'une conduite circulaire de rayon interne r_a et externe r_b et de longueur L, considérant des températures T_a et T_b uniformes, ce taux de transfert de chaleur vaut :

$$dQ/dt = 2\pi.\kappa.L*(T_a-T_b)/\ln(r_b/r_a)$$

2) en considérant :

- Un débit massique $D_{CH4} = dm/dt$ de carburant LCH4 constant
- Une température d'admission (T_{cryo_LCH4} = -162°C) dans le bord d'attaque pratiquement égale à la température de vaporisation sous 1 atm ($T_{vaporisation\_LCH4}$ = -161.48°C)

a) Estimer à partir de quelle longueur du bord d'attaque le méthane s'écoule sous forme exclusivement gazeuse.

Données :

- Chaleur latente de vaporisation du méthane liquide (à -161.48°C sous 1 atm) : Q_{Lvap} = 510.83 kJ/kg
- Masse volumique du méthane liquéfié (à -162°C sous 1 atm) : ρ_{cryo_LCH4} = 422,36 kg/m^3
- Masse volumique du méthane gazeux (>-161.48°C sous 1 atm) : ρ_{gaz_CH4} = 1,816 kg/m^3
- Capacité calorifique du méthane à pression constante : Cp_{CH4} = 2000 J/kg/K
- Capacité calorifique du méthane à volume constant : Cv_{CH4} = 1538 J/kg/K

- Longueur du bord d'attaque (1/2 envergue) : L = 5m
- Rayon interne du bord d'attaque : r_a = 45 mm
- Rayon externe du bord d'attaque : r_b = 50 mm
- Conductivité thermique de l'Inconel X-750 : $\kappa_{X\text{-}750}$ = 20 S.I.

- Constante thermique spécifique de l'air : R_{air} = 287 J/kg/k

- Débit massique de carburant : D_{CH4} = 4,52 kg/s

Le point de vol considéré est Mach 3.85 à 20 km d'altitude où il règne une température de -56°C, et une pression de 5529 Pa.

b) Estimez le Mach minimum de vol pour que le carburant soit entièrement transformé en gaz lors de son passage dans le bord d'attaque (nécessaire avant son injection dans le moteur).

c) En considérant l'équation de continuité, calculez la vitesse d'écoulement du CH4 en phase purement liquide, puis purement gazeuse dans la conduite. Calculez le nombre de Mach en phase gazeuse.

d) Sans préjuger d'un quelconque dispositif en aval ou variation de section, qualifieriez-vous l'écoulement restant dans le bord d'attaque du méthane gazeux (entourez) de :

1. Isotherme
2. Adiabatique
3. Isentropique

e) Du fait des caractéristiques aérodynamiques de l'intercepteur, on estime la pression dynamique « amont » minimale pour la sustentation à l'altitude considérée à 8600 Pa. Faites le lien avec le Mach minimum de vol calculé en b) et statuez sur le caractère prioritairement limitatif de la sustentation ou de la propulsion.

EXERCICE N°4) (4 points)

« Extinction des feux ! »

1) En considérant le système « Intercepteur Hypersonique » évoqué précédemment, de masse m + la quantité de carburant brûlée et expulsée dm_F, écrire l'expression de la variation de la quantité de mouvement du dit système pendant le temps correspondant écoulé dt. On l'exprimera en fonction de $\mathbf{v}_{inter/R0}$ (vecteur vitesse de l'intercepteur par rapport au repère $\mathcal{R}_0$ local), $q_F=dm_F/dt$, le débit total de carburant, et $\mathbf{v}_{éjection/inter}$ le vecteur vitesse de l'éjection de l'élément dm_F.

2) Négligez le terme de second ordre et faites le bilan des forces extérieures à **CE** système, puis déduisez-en l'équation du mouvement longitudinale (selon l'axe aérodynamique, ou le vecteur vitesse, qui est l'opposé du vent relatif), en fonction notamment de q_{air} qui est le débit d'air entrant.

3) Calculez l'accélération positive ou négative (en m/s²) du biréacteur en considérant qu'au point de vol considéré (M=3.85, 20 km d'altitude, T°=217K, γ_{air} = 1,4 et R_{air} = 287 J/kg/K) la traînée de la cellule vaut 120 500 N et la masse de l'appareil 24930 kg ; la vitesse d'éjection des gaz est de 2000 m/s ; q_F = 4,52 kg/s par moteur et q_{air} = 65 kg/s par moteur également.

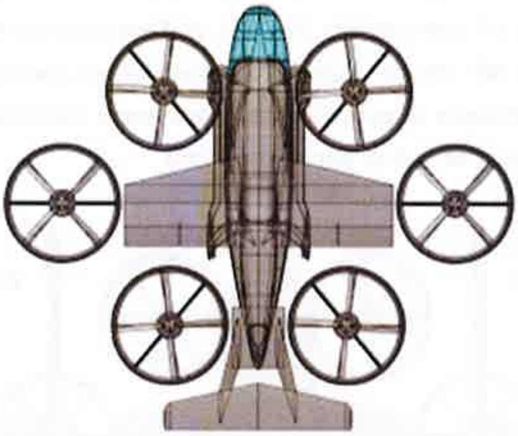
4) En considérant que l'on a une double-extinction à ce point de vol, calculez la décélération qui en résulte, en écrivant $\Gamma = n_{xa}.g_o$, où Γ est le module de l'accélération (positif ou négatif), g_o est la norme du vecteur de la force de pesanteur (g_o = 9.81 m/s²), et n_{xa} est le facteur d'accélération longitudinale que vous donnerez en conséquence.

5) N'ayant pas le temps de réfléchir à ce moment une fois à bord, vous resserrez instinctivement les jambières qui vous maintiennent sur l'assise ou bloquez le harnais qui vous retient au dossier du siège ?

EXERCICE N° 5) (6 points)

« *Blade Runner* »

Las Vegas, 2019 : La *Bell Corporation* a présenté au *Consumer Electronics Show* (- qui n'a rien d'aéronautique) en Janvier la maquette à l'échelle 1 de son prototype « Nexus », dont le groupe SAFRAN assure le système de propulsion hybride (turbine-électrique) de cet appareil à 6 rotors carénés, capables de transporter 5 occupants...quelque part.



MTOM = 2722 kg

A)

1) Estimez la Poussée (ou traction) moyenne de chaque rotor pour maintenir le vol stationnaire hors-effet de sol (H.E.S.)

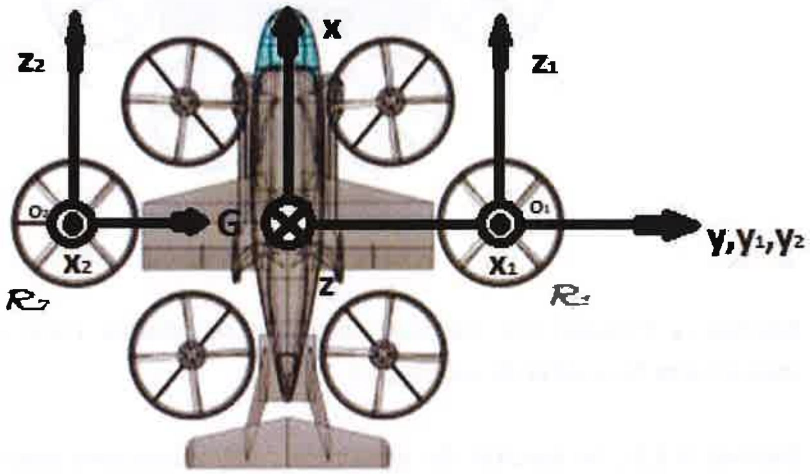
2) Estimez H.E.S., le surcroit de puissance ΔP_n nécessaire pour assurer une montée verticale continue à un minimum de 1 m/s (200 ft/min environ) à cette masse MTOM, en négligeant la traînée aérodynamique du véhicule.

3) On souhaite pouvoir établir ce taux de montée en 4 secondes maximum. En déduire la poussée minimale requise pour chaque rotor et la puissance développée à 1m/s (le couple mécanique des moteurs électriques entraînant chaque rotor varie de manière instantanée, donc la poussée qui en résulte aussi, et il n'y a aucune perte par soufflage du fuselage comme le montre le plan). Calculer le gradient de puissance $K_{P_n} = \partial P_n / \partial T$ (en W/N) à la masse maximale de la machine pour de faibles variations de vitesse ascensionnelle V_z et d'avancement V (on considère que cette poussée initiale T_i calculée finit en réalité par équilibrer le poids et la traînée du véhicule en montée verticale à V_z = 1 m/s).

4) Calculez le rendement global de propulsion $\eta_p = {}^{P_n}/_{P_u} = \dfrac{2}{1+\sqrt{\dfrac{{}^{T_i}/_{S_r}}{\frac{1}{2}{*}\rho_0{*}V_z{}^2}+1}}$ avec ρ_0= 1.225 kg/m³ où P_u est la puissance « utile » ou motrice (en sortie de moteur électrique et consommée en totalité par chaque rotor de surface active S_r = 4,670 m²).

B)

Chaque rotor R_i tourne à vitesse de rotation constante ω_i. Toute augmentation de puissance se traduit par un surcouple (nécessaire pour vaincre la traînée de rotor supplé mentaire induite par la modification du pas collectif du rotor en question), et on peut considérer que le couple C_i transmis est proportionnel à la poussée/traction T_i d'un rotor : $T_i = K.C_i$ (on considère K constant autour des faible Vz et V). En stationnaire et vu d'au-dessus, Les rotors du côté droit tournent dans le sens des aiguilles d'une montre, et inversement côté gauche. Les rotors peuvent indépendamment être positionnés parallèlement à l'avancement ($\delta_i = 0°$), et dans tous les angles intermédiaires, y compris au-delà de $\delta_i = 90°$. (Note : malgré l'absence de pas cyclique, on considère que T_i s'exerce au centre de chaque disque de rotor, sans autre composante de moment que le couple de renversement M_i induit par sa rotation)



5) On veut générer un moment de lacet autour du stationnaire en basculant de manière antisymétrique les rotors en bout de voilures (si le rotor droit bascule de θ_1 vers l'avant, le rotor gauche bascule de θ_2 vers l'arrière et $\theta_2 = -\theta_1$). Ecrivez la relation reliant δ_1 et δ_2.

   Note : Les questions 6 et 7 peuvent être traitées simultanément en écrivant le torseur des forces extérieures appliquées au Nexus.

6) On note b (O_1O_2) la distance entre les centres des rotors, droite qui passe par le centre de gravité G du *Nexus*. Faites le bilan des forces pour des positions quelconques δ_i. Que peut-on conclure autour du stationnaire si $\theta_2 = -\theta_1$? Exprimez la traction unitaire (et unique) Tx de chaque rotor, si on cherche à répartir également le surcroît de traction entre les 6 rotors.

7) Faites le bilan des moments de force appliquées au *Nexus* que vous simplifierez en appliquant les contraintes et résultats précédents, exprimées en fonction de T_1, δ_1, M_1 (module du couple transmis par la rotation de R_1, défini positif dans le repère lié $\mathcal{R}_1$). Montrez qu'on induit forcément du roulis et précisez si c'est dans le sens du virage ou dans le sens opposé.

8) Connaissant les moments d'inertie I_x (en roulis) et I_z (en lacet), déduisez-en une relation liant I_x, I_z, $\dot{p}$, (accélération en roulis), $\dot{r}$ (accélération en lacet), b, T_1 et M_1. (les produits d'inerties sont nuls, du fait du plan de symétrie de l'aéronef et on considère GX comme un axe d'inertie)

9) Ecrivez la relation liant une variation de couple dM_1 à une variation de puissance « utile » (motrice, en sortie d'arbre) dP_{u_1}. en déduire une relation entre la vitesse de rotation du rotor ω_1, le rendement global de propulsion η_p, T_1 et M_1 et le gradient de puissance $K_{P_n} = \partial P_n / \partial T$ calculé précédemment.

10) En reprenant les expressions trouvées en 8 et 9, trouvez l'expression de couplage inertiel $\dot{p}/\dot{r}$. Application numérique b= 4,5m, I_x = 5600 kg.m², I_z = 7000 kg.m², ω_1 = 2500 tr/min.

11) Que se passe-t-il quand on passe d'un taux de virage (lacet à plat) « 1 » (180° en une minute) à un taux « 2 » (180° en 30s).

12) Toujours dans ce régime quasi-stationnaire (pas de portance aérodynamique), que proposeriez-vous de faire (qualitativement) avec les 4 rotors restants (ω_i constant, mais T_i pilotable indépendamment) pour compenser le couplage inertiel roulis/lacet, et avec quelle(s) conséquence(s)

   a. Sur le taux de virage/lacet à iso-δ_i ?
   b. Sur les δ_i (ou θ_i) à iso-taux de virage/lacet ?

EXERCICE N° 6) (3 points)

Voilure basculante et table de la Draye

De nombreux projets de voitures volantes animent les bureaux d'étude. Par le passé, différents types de concepts ont été utilisés sur des aéronefs : rotation de la voilure, repliage des ailes, ailes télescopiques, etc.

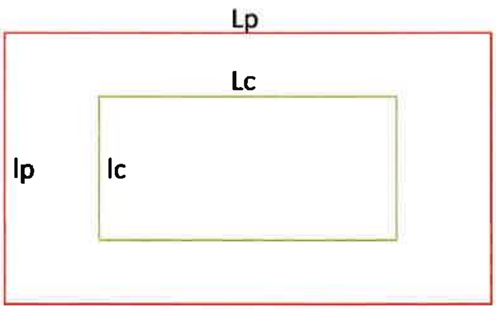
Les concepts issus de la vie civile sont souvent réutilisés, et le concept d'un doublement de surface d'une table est à l'étude pour voir son emploi éventuel. Le triplement de surface étant simple puisque symétrique.

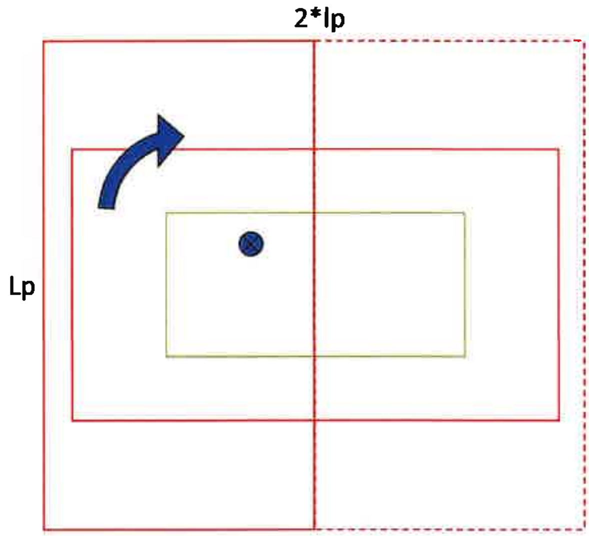
La table de la Draye qui sert d'idée à l'étude est une table composée d'un cadre portant avec ses 4 pieds aux 4 coins. Ce cadre, qui supporte le plateau est de longueur Lc et de largeur lc.

Le plateau « simple » est centré sur le cadre. Ce plateau est de longueur Lp et de largeur lp.

Pour doubler la surface du la table, l'opérateur doit déplier le double du plateau le long de l'arrête longue du plateau simple (longueur / table passe de Lp*lp à Lp*2lp), et tourner ce nouveau plateau de surface double autour d'un axe de rotation fixe sur le cadre et le plateau simple. Le positionnement de ce point de rotation est fait de telle sorte que le centre du plateau double soit également centrée sur le cadre.

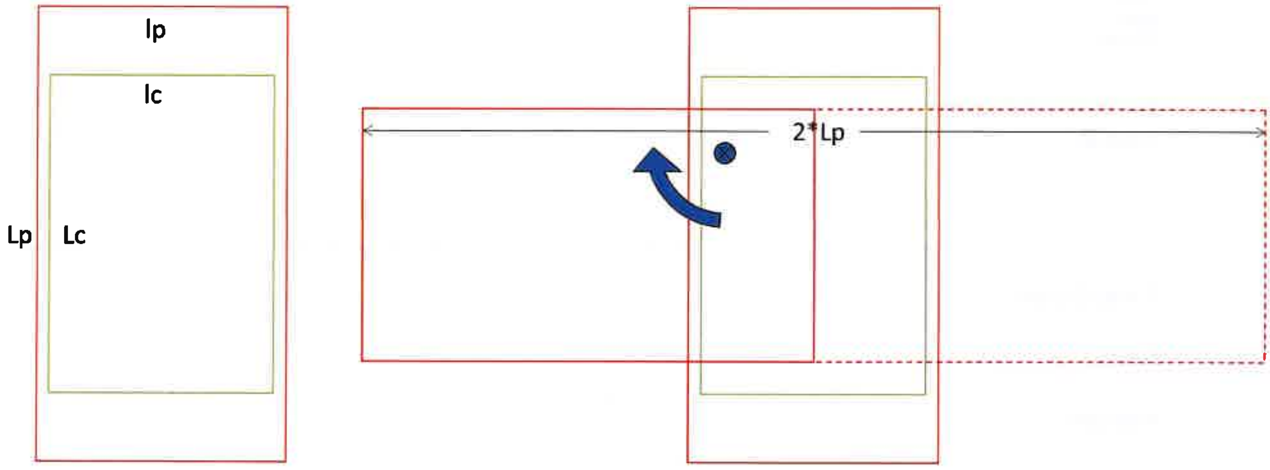
a) Exprimer la position de ce point de rotation en fonction de Lc, lc, Lp et lp par rapport à un point à définir.





b) Quelle condition est nécessaire entre les tailles du cadre et du plateau ?

c) Quid si le dépliage se fait le long de l'arrête petite du plateau simple (largeur / table passe de Lp*lp à 2Lp*lp) ?



MINISTÈRE
DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale
de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE B

PILOTE D'ESSAIS, EXPERIMENTATEUR NAVIGANT D'ESSAIS
OPTION « AVION » ET « HELICOPTERE »

SESSION DU 16 NOVEMBRE 2020

ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 3h00 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée –
– Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur le sujet

Document validé par :

Nom :

Date :

Signature :

Exercice 1 : 42500 tonnes de diplomatie

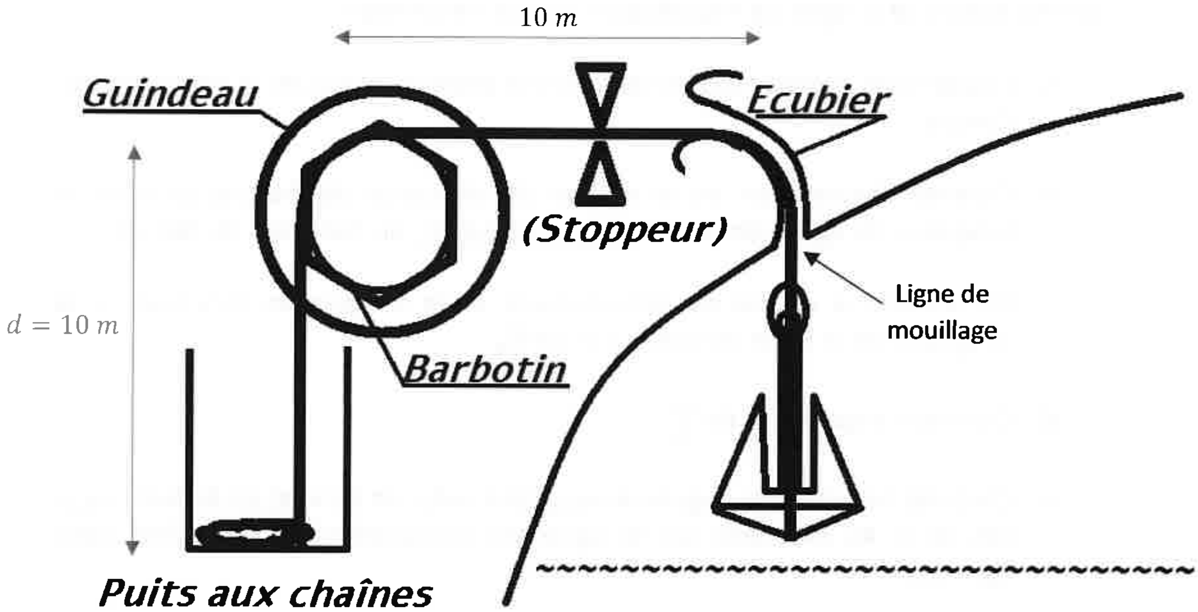
« On trouve plus d'avions au fond de la mer que de sous-marins dans le ciel » (A. Nonyme) ....

...et il y a au moins une chose que le porte-avions Charles-De-Gaulle peut y envoyer : ses ancres.

Le P.A. CDG dispose de deux lignes de mouillage en plage avant (une à tribord, une à bâbord), constituée comme ci :

Longueur de la ligne de mouillage : $L = 320\,m$

Masse totale de ligne de mouillage : $M = 80\,tonnes$ (dont $12\,tonnes$ d'ancre)



En croisière, la ligne repose essentiellement dans le puits aux chaînes. En vue du mouillage, elle en est extraite par un moteur accouplé au guindeau, lequel peut également servir de frein pendant le déroulement. Les mailles de la ligne sont entrainées par le barbotin (donc sans glissement), solidaire du guindeau. Le *stoppeur* n'intervient pas dans la phase « active » du mouillage de l'ancre (déroulement continu).

On considère qu'en sortie d'écubier, l'ancre et sa ligne restent toujours parfaitement verticales, et qu'il n'y a pas de frottement dans l'écubier. Le fond du puits aux chaînes est estimé à une dizaine de mètres de la surface du pont ($d = 10\,m$), où chemine la ligne jusqu'à l'écubier également sur $10\,m$ (**on a bien $300\,m$ de ligne effective depuis l'écubier quand tout est déroulé**).

Enfin on nomme le rayon du barbotin R_B, et on négligera la traînée de l'ancre et de la ligne dans l'air ou dans l'eau.

On prendra $g = 9{,}81\,m.s^{-2}$.

1) Calculez la masse linéique m_L (kg/m) de la ligne de mouillage seule (sans compter l'ancre).

2) Ancre en position haute, que se passe-t-il quand les mâchoires du stoppeur s'ouvrent, en l'absence de couple de freinage (le moteur n'exerce aucune résistance au mouvement de la ligne) ?

3) On considère dans un premier temps une absence totale de freinage et d'inertie du guindeau/barbotin (accompagnement du mouvement), l'ancre tombe sans que la ligne de mouillage n'exerce de tension.

   a. Finalement, à quel mouvement simple peut-on assimiler la descente de l'ancre ?

   b. Donnez l'expression de la vitesse de descente de l'ancre, puis de la longueur de ligne déroulée l depuis l'écubier, en fonction du temps.

   c. En déduire la vitesse de déroulement ω de la ligne, en fonction de la longueur de la ligne déroulée l et de R_B.

   d. Donnez l'expression de $\frac{d\omega}{dt}$.

   e. Calculez les vitesses angulaire ω_{MAX} (en rad/s et tr/min) et linéaire v_{MAX} (en m/s) au moment où la ligne est complètement déroulée pour $R_B = 2{,}5m$.

   f. Calculez la vitesse angulaire $\omega_{1/2}$ à la moitié du déroulement ($l = 150\ m$).

4) On considère maintenant un nouveau système de freinage électromagnétique (par courants de Foucault) tel que le couple de freinage soit $C_F = -K_F\omega$.

   a. Ecrire l'équation du mouvement en fonction de ω, $\frac{d\omega}{dt}$, R_B, m_L, de la masse de l'ancre, de la longueur de ligne depuis l'écubier l, de la distance entre Guindeau et puits aux chaines d et du moment d'inertie du guindeau/barbotin J_{GB}.

   b. Posant $J_{GB} = 0$, calculez K_F en donnant ses unités, pour que le couple de freinage s'oppose aux forces provoquant le mouvement à la moitié du déroulement sans frein.

c. Justifiez l'hypothèse précédente en calculant J_{GB} (et en précisant ses unités) que l'on assimilera à un cylindre plein de masse $M_B = 5\,t$ et de Rayon $R_B = 2.5\,m$, puis en calculant le terme $J_{GB}\frac{d\omega}{dt}$ dans le pire cas possible (c'est-à-dire sans freinage électromagnétique).

d. Le navire au mouillage a sa ligne tendue, qui doit être assez longue pour que l'ancre soit bien horizontale. La longueur de ligne dans l'eau doit être égale à 7 fois la hauteur entre l'écubier ($10\,m$ au-dessus de l'eau environ) et le fond de la mer.

   i. Jusqu'à quelle profondeur peut-on utiliser l'ancre du bateau ?

   ii. Quelle est la vitesse angulaire ω au moment de toucher le fond sans couple de freinage ?

   iii. Quelle est la vitesse angulaire ω au moment de toucher le fond avec le couple de freinage C_F ?

   iv. En termes de sécurité, le maximum admis est de l'ordre de 6 à $7\,m/s$, faut-il considérer un système de freinage hydraulique supplémentaire ?

Exercice 2 : Energétique

Pour effectuer quotidiennement un trajet Aller-Retour domicile-travail, on hésite entre deux modèles d'automobiles :

1) La berline Mercenault « L.A. Class' » de masse $M_{Merco} = 1460\,kg$ à vide emportant $43\ litres$ de carburant, Coefficient de traînée $C_{X_{Merco}} = 0.22$, défini en référence à sa surface frontale $S_{REF_{Merco}} = 2.19\,m^2$.

2) Le S.U.V. 2*4 Climates « Buster » de $1320\,kg$ à vide emportant $55\ litres$ de carburant, $C_{X_{Buster}} = 0.42$, défini en référence à sa surface frontale $S_{REF_{Buster}} = 2.42\,m^2$.

Ces deux véhicules à traction avant sont équipés du même moteur Diesel (carburant de densité relative 0.8) délivrant $116\,ch$ à $4000\,tr/min$ et $260\,Nm$ à $1750\,tr/min$.

Le véhicule transporte $250\,kg$ de charge utile en moyenne (co-voiturage, effets personnels…).

				
		L.A. Class'	Buster	
Masse à vide	M	1460	1320	kg
Masse maxi	M_{max}		1840	kg
Charge utile	C_U	250		kg
Surface frontale	S_{REF}	2.19	2.42	m^2
Coefficient de traînée aéro.	C_X	0.22	0.42	N/A
Puissance maxi	P_{MAX}	85 à $4000\,tr/min$		kW
Couple maxi	C_{MAX}	260 à $1750\,tr/min$		$N.m$
Carburant	Gasoil	$\sigma = 0.8$	$\frac{\delta Q}{\delta m} = 42.10^6\,J/kg$	
	Quantité	**30** (/43 max)	**30** (/55 max)	l
Prix de vente / finition		**31500** / « Colditz »	**21500** / « Apparatchik»	€

On estime par ailleurs que le frottement « équivalent » par roulement est forfaitairement égal à 2,5 % du poids du véhicule (friction au niveau des organes de roulement), qu'il n'y a pas de pertes dans le reste de la transmission (boîte de vitesse etc.), ni par freinage (conduite « super-éco »).

Les $40\ km$ à vol d'oiseau séparant le lieu de travail au domicile se traduisent par deux parcours possibles :

a) Au « plus court », $55\ km$ parcourus à la vitesse moyenne de $36\ km/h$ (départementales)
b) Au « plus rapide », $70\ km$, impliquant un détour par l'autoroute sur $35\ km$ à $108\ km/h$

1) On considère $30\ L$ de carburant embarqués. Justifiez en première approximation qu'il n'est pas nécessaire de prendre en compte la variation de masse des véhicules.

2) Faites le bilan des forces extérieures (sur route plate) et représentez-le sur un dessin « lisible ».

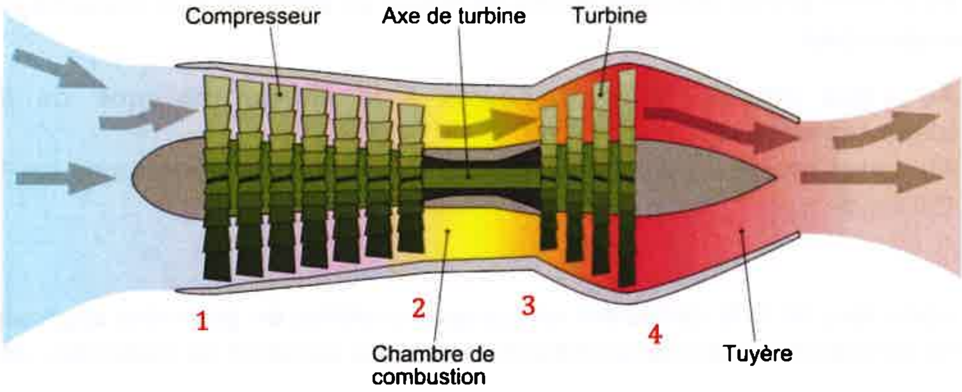
3) Sur la journée [aller : a) – retour : b)], quel véhicule offre la moindre dépense énergétique ? On considèrera que la masse volumique de l'air est $\rho = \rho_0 = 1.225\ kg/m^3$ pour le calcul de la traînée aérodynamique.

4) Sachant que le rendement thermomécanique est de 38% (l'énergie contenue dans $1\ kg$ de carburant -$42\ MJ$- n'est donc pas totalement récupérable), et en négligeant les autres pertes, quel véhicule conseilleriez-vous sur ce seul critère d'économie en carburant pour les deux parcours (a) et (b) ?

5) On prend pour hypothèse un prix moyen de 1.20 € le litre de carburant pour le calcul d'amortissement.
-Effectuant $30\ 000\ km/an$, à bout de combien de temps atteint-on la même somme dépensée (véhicule + carburant seulement) dans chaque cas de parcours 100 % (a) ou 100% (b).
-Financièrement, que recommanderiez-vous dans chacun de ces deux cas ?
-Même question « au global » à 50% – 50% ?

Exercice 3 : Thermodynamique

On considère un réacteur d'avion mono corps/mono flux :



Wikipédia

L'air sera considéré comme un gaz parfait, de capacité thermique à pression constante $C_p = 1000\,J.kg^{-1}.K^{-1}$ et $\gamma = 1{,}4$, considérés constants.

On rappelle la définition des température et pression totales :

$$T_t = T_s\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)$$

$$P_t = P_s\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Où T_s et P_s sont les température et pression statiques de l'air, et $M = \frac{V}{\sqrt{\gamma r T_s}}$ est le nombre de Mach de l'écoulement de l'air, avec V sa vitesse.
On écrira la masse volumique de l'air :

$$\rho = \frac{P_s}{rT_s}$$

Avec $r = 287\,J.kg^{-1}.K^{-1}$.

La variation d'énergie par seconde d'une masse d'air ΔH s'écrit via le premier principe de la thermodynamique :

$$\Delta H = DC_p\Delta T_t = Q + W$$

Avec :
-D (kg/s) le débit d'air dans le moteur.
-Q $(J.s^{-1})$ la quantité de chaleur fournie (négative) ou reçue (positive) par la masse d'air considérée par seconde.
-W $(J.s^{-1})$ le travail fourni (négatif) ou reçu (positif) par la masse d'air considérée par seconde.

Nous allons calculer la variation d'énergie ΔH d'une masse d'air pendant une seconde, au cours de son passage par les différents étages du moteur : compresseur, chambre de combustion et turbine.

On se place dans le cas où notre avion vole à une vitesse de $800\ km/h$, et se situe à une altitude telle que $P_s = 570\ hPa$ et $T_s = -15\ °C$.

1) Calculez la pression totale P_{t1} de l'écoulement de l'air en entrée du moteur.

2) Calculez le débit d'air D passant dans le moteur par seconde, sachant que le diamètre de l'entrée d'air est $d_{mot} = 0{,}75\ m$.

I- Compresseur

On considère que la compression est adiabatique réversible.

3) Calculez la température totale en sortie du compresseur T_{t2}, sachant que le rapport de compression vaut $\pi_c = \frac{P_{t2}}{P_{t1}} = 5$.

4) Calculez le travail W_c reçu par seconde par l'air au cours de la compression.

II- Chambre de combustion

On considère la transformation à pression totale constante. L'énergie potentielle chimique contenue dans le carburant permet d'augmenter l'enthalpie de l'air suivant la relation :

$$\Delta H_{32} = C_i L$$

Avec :
-$C_i\ (kg/s)$ le débit de carburant.
-$L = 10\ 500\ kcal/kg$, la quantité d'énergie récupérable par kilogramme de carburant brûlé.

On donne le débit total (air + carburant) dans la chambre de combustion $D_3 = 1{,}02D$.
On rappelle que $1\ cal = 4{,}18\ J$.

5) Donnez la température totale en sortie de chambre T_{t3}.

III- Turbine

On considère une détente adiabatique réversible.

6) Sachant que tout le travail W_c que la masse d'air avait reçu du compresseur en un temps donné est entièrement redonné à la turbine pendant ce même temps, calculez la température totale en sortie de turbine T_{t4}.

7) Calculez le rapport de détente $\pi_t = \frac{P_{t4}}{P_{t3}}$.

8) Expliquez de manière très brève en quoi ces calculs représentent un cas idéal.

Exercice 4 : Avion hybride

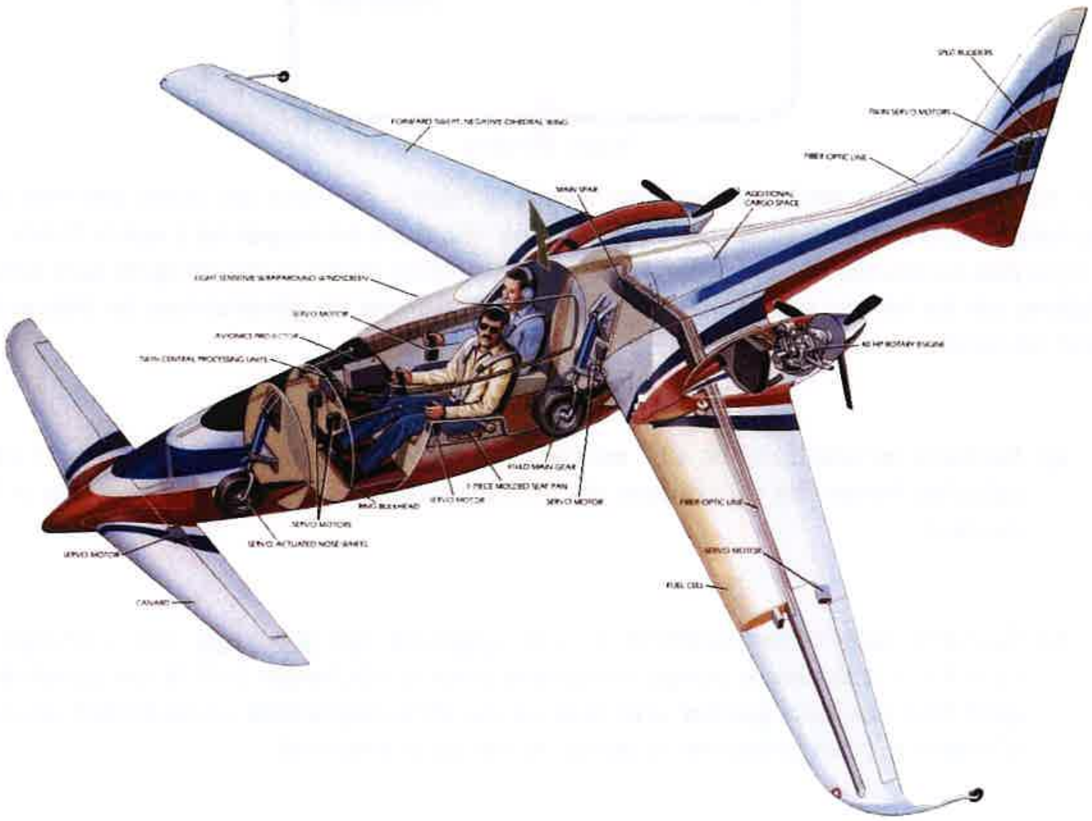
Les pilotes automatiques rêvent-ils d'avions électriques ?

Le marché automobile évoluant à marche forcée vers l'hybridation et l'électrification, de nouvelles options technologiques s'ouvrent également pour l'aviation générale, légère et sportive.

D'un intérêt particulier, les packs de batteries en courant continu $48\,V$ offrent des possibilités combinées d'architectures allant de l'électrification à 100%, à l'hybridation forte (où la densité d'énergie stockée est importante) ou légère (où la densité de puissance disponible est importante).

Dans le cas de **l'hybridation envisagée ici**, on considère un couplage moteur électrique – moteur thermique sur un avion léger.
On considérera que la puissance plein gaz du moteur thermique utilisé diminue linéairement avec l'altitude, pour atteindre 75% de sa puissance maximale à $8000\,ft$.

Pour des raisons de redondance et de sécurité, l'architecture générale retenue est donc celle d'un bi-hélice, présentant deux fuseaux/propulseurs (illustration donnée à titre purement indicatif).



1) Utilisation hybride en tour de piste

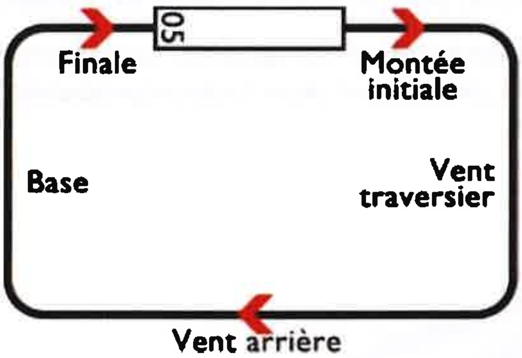
On rappelle que la puissance électrique P_M fournie à un moteur électrique (ou de manière équivalente la puissance P_R servant à recharger une batterie en courant continu) s'écrit :

$$P_{M/R} = U.I, \text{ en Watts } (W)$$

Où :

- U en Volts (V) est la tension aux bornes de l'élément recevant la puissance, régulée pour être **constante.**
- I en Ampères (A) est le courant.

On donne le schéma d'un tour de piste effectué à $1000\,ft$:



On considère que seule la branche « vent arrière » du tour de piste permet de recharger le(s) batterie(s) $48\,V$ de l'avion, et qu'elle dure en moyenne $3\,min$ à $75\,kts$.
Il n'y a pas ou peu de récupération d'énergie quand les moteurs thermiques sont à bas régime, car les hélices sont trop petites pour fonctionner en génératrices en descente avec un rendement significatif.

a) Sachant qu'une batterie $48\,V$ est capable de fournir une puissance $P_M = 11\,kW$, calculez l'intensité du courant de décharge I_D circulant entre la batterie et le moteur.

b) Sachant que cette batterie a une capacité de stockage (ou « charge ») $C_B = 8\,A.h$, calculez le temps nécessaire pour la décharger à 80 % (on considère qu'il faut toujours garder une réserve de 20 % disponible uniquement en cas d'urgence, pour préserver la durée de vie de la batterie).

c) En considérant cette fois-ci 2 batteries $48\ V$ alimentant un moteur électrique de $20\ kW$, calculez le courant de décharge I'_D.

d) La capacité de stockage étant doublée, combien de temps faut-il pour descendre à 20 % de capacité résiduelle ?

e) On considère que les 80 % de la capacité de stockage totale ont été consommés par la phase d'accélération sur piste, la montée initiale et la branche « vent traversier ».
La capacité de (re)charge est limitée par l'alternateur sur le moteur thermique (lequel doit aussi assurer la propulsion) et le convertisseur DC-DC ($12\ V$ fournis par le moteur thermique $\leftrightarrow 48\ V$) à $P_R = 3\ kW$.
-Calculez l'intensité du courant de charge I_R vers une batterie.
-Combien de temps faut-il pour recharger n batteries de 20 à 100 % ?

f) Concluez quant à l'utilisation d'un tel système hybride en entraînement nécessitant d'enchainer de multiples tours de piste.

2) Utilisation en croisière (vol local en campagne/navigation)

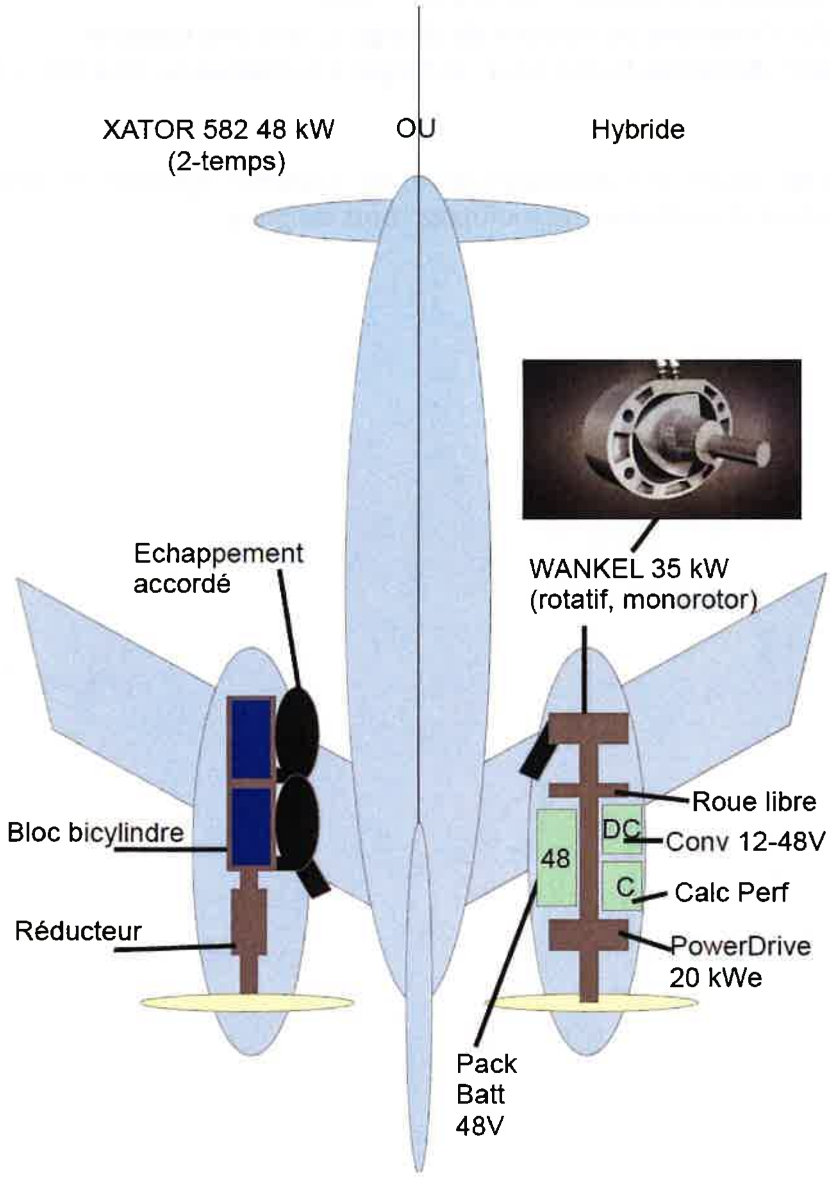
Nous allons confronter cette option d'hybridation avec une motorisation classique $100\ \%$ thermique, afin de calculer le gain/perte de performance.

On va donc imaginer deux aéronefs identiques (même cellule, même masse hors propulsion/centrage, mêmes qualités aérodynamiques) mais équipés pour l'un de :

1. 2 moteurs thermiques *XATOR 582* bicylindre.

Et pour l'autre :

2. Deux ensembles : {moteur électrique de $20\ kW$ + moteur thermique à piston rotatif *WANKEL*}.



La masse du groupe « Propulsion » est équivalente pour les deux options.
En tenant compte des éléments d'installation (bâti, câbles et connectiques etc.), la valeur de cette masse est donnée dans le tableau ci-dessous (« M_{Prop} »).

Ci-dessous le tableau des différentes caractéristiques techniques :

		Option Thermique 1	Option Hybride 2	Unités
Groupe Propulsion				
	Nom du moteur	*XATOR 582*	*WANKEL AR801r*	
	Puissance mécanique maximale P_M	48	35	kW
	Puissance spécifique P_M/M	1.09	1.19	kW/kg
	Masse			
	Masse du bloc thermique M	44	29.5	kg
	Moteur électrique PowerDrive 20 kW		8.2	kg
	Convertisseur 3 kW 48 V – 12 V DC/DC		2	kg
	Calculateur Perfos hybridation		1	kg
	Roue libre		2	kg
	$\boldsymbol{M_{prop}}$	**66**	**66**	$\boldsymbol{kg}$
Groupe Energie				
Electrique	Masse batteries M_{batt}		12	kg
Thermique	Conso spécifique (essence de densité 0,7)	0.300	0.267	$(kg/h)/kW$

a) Considérant que la consommation spécifique des deux types de moteurs thermiques est constante, calculez les consommations horaires Q_X (pour l'option 1) et Q_W (pour l'option 2), à 8000 ft (que l'on note 8k ft) :

   i) Pour le *WANKEL*, plein gaz (donc à 75 % de la P_M, que l'on notera P_{MW-8k}).
   ii) Pour le *XATOR 582* à iso-puissance $P_{MX-8k} = P_{MW-8k}$, pour voler à la même vitesse à iso-masse.
   Donnez dans ces conditions le pourcentage de la P_M utilisée.

b) Si on définit le « Groupe Moto-Propulseur » (GMP) comme la somme massique des groupes « propulseur » et « énergie », au bout de combien de temps théorique (de vol) t_{eq} ces deux options sont équivalentes en masse ?

c) Sachant que la durée moyenne d'un vol en aéroclub/école est de $45\,min$, et qu'il faut considérer une réserve de $30\,min$ dans les mêmes conditions d'iso-puissance à $8000\,ft$, quelle option préconiseriez-vous :

   i) Au plan opérationnel ?
   ii) Au plan environnemental (consommation / émissions de CO_2) ?

3) Globalement, cette hybridation vous semble-t-elle avoir offrir un intérêt ?

Exercice 5 : Dimensions

On définit le nombre de Bagnold (Ba) en rhéologie, « utilisé pour caractériser l'écoulement de grains de sable et permet surtout de déterminer à partir de quelles conditions l'écoulement passe d'un fluide à seuil à celui d'un fluide granulaire où l'énergie est dissipée par choc entre les grains et non plus par frottement. Il représente le rapport entre l'énergie cinétique dissipée et l'énergie dissipée par choc entre les grains de sable. » (www.bonne-mesure.com).

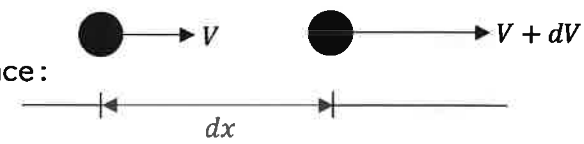
Son expression peut se mettre sous la forme :

$$Ba = \frac{m^a \gamma^b}{2 L_c^c \mu}$$

Avec :

-m la masse d'un grain

-γ le gradient de vitesse en fonction de la distance :



-L_c une longueur caractéristique

-μ la viscosité du fluide contenant les grains, exprimée en $kg.m^{-1}.s^{-1}$

Sachant que c'est un nombre sans dimension, donnez les valeurs de a, b et c.

MINISTÈRE DES ARMÉES
Liberté Égalité Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE B

PILOTE D'ESSAIS, EXPERIMENTATEUR NAVIGANT D'ESSAIS
OPTION « AVION » ET « HELICOPTERE »

SESSION DU 16 NOVEMBRE 2020

CORRIGÉ ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 3h00 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée –
– Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur le sujet

Document validé par :

Nom :

Date :

Signature :

Exercice 1 : 42500 tonnes de diplomatie

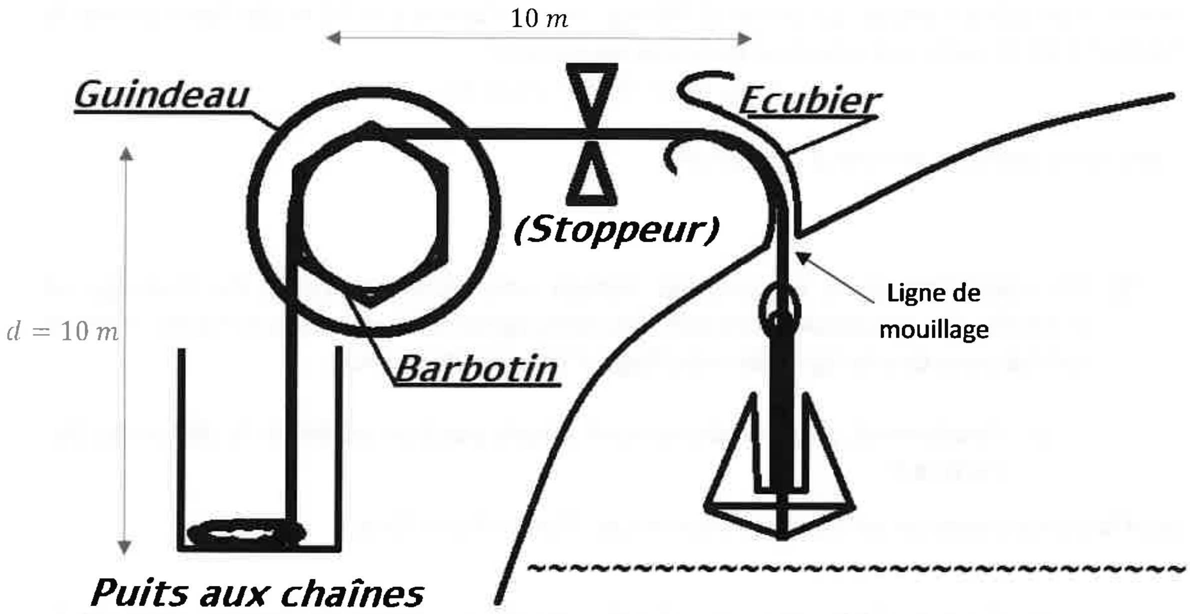
« On trouve plus d'avions au fond de la mer que de sous-marins dans le ciel »
(A. Nonyme) ….

…et il y a au moins une chose que le porte-avions Charles-De-Gaulle peut y envoyer : ses ancres.

Le P.A. CDG dispose de deux lignes de mouillage en plage avant (une à tribord, une à bâbord), constituée comme ci :

Longueur de la ligne de mouillage : $L = 320\,m$

Masse totale de ligne de mouillage : $M = 80\,tonnes$ (dont $12\,tonnes$ d'ancre)



En croisière, la ligne repose essentiellement dans le puits aux chaînes. En vue du mouillage, elle en est extraite par un moteur accouplé au guindeau, lequel peut également servir de frein pendant le déroulement. Les mailles de la ligne sont entrainées par le barbotin (donc sans glissement), solidaire du guindeau. Le *stoppeur* n'intervient pas dans la phase « active » du mouillage de l'ancre (déroulement continu).

On considère qu'en sortie d'écubier, l'ancre et sa ligne restent toujours parfaitement verticales, et qu'il n'y a pas de frottement dans l'écubier. Le fond du puits aux chaînes est estimé à une dizaine de mètres de la surface du pont où chemine la ligne jusqu'à l'écubier, également sur $10\,m$ (**on a bien $300\,m$ de ligne effective depuis l'écubier quand tout est déroulé**).

Enfin on nomme le rayon du barbotin R_B, et on négligera la traînée de l'ancre et de la ligne dans l'air ou dans l'eau.

1) Calculez la masse linéique m_L (kg/m) de la ligne de mouillage seule (sans compter l'ancre).

On cherche à calculer la masse par mètre de ligne, soit :

$$m_L = \frac{M_{ligne}}{L_{ligne}} = \frac{80\,000 - 12\,000}{320} = 212{,}5\ kg/m$$

2) Ancre en position haute, que se passe-t-il quand les mâchoires du stoppeur s'ouvrent, en l'absence de couple de freinage (le moteur n'exerce aucune résistance au mouvement de la ligne) ?

On s'intéresse au mouvement vertical de l'ancre qui résulte d'un « combat de poids » entre d'un côté l'ancre qui pèse $12\,000\ kg$, et de l'autre $d = 10\ m$ de ligne (entre le barbotin et le puits aux chaînes) qui pèse seulement :

$$d.m_L = 10.212{,}5 = 2125\ kg$$

L'ancre va donc se mettre à descendre.

3) On considère dans un premier temps une absence totale de freinage et d'inertie du guindeau/barbotin (accompagnement du mouvement), l'ancre tombe sans que la ligne de mouillage n'exerce de tension.

   a. Finalement, à quel mouvement simple peut-on assimiler la descente de l'ancre ?

Seul le poids s'exerce sur l'ancre, c'est le cas d'une chute libre.

   b. Donnez l'expression de la vitesse de descente de l'ancre, puis de la longueur de ligne déroulée l depuis l'écubier, en fonction du temps.

En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) au centre de gravité de l'ancre, projeté suivant l'axe vertical, on a :

$$M_{ancre}a = M_{ancre}g \rightarrow a = g$$

En intégrant cette relation entre le temps de départ où l'ancre se situe à l'écubier ($t = 0\ s$ et $V(t = 0) = 0\ m/s$), et un temps t quelconque on a :

$$V(t) = gt$$

Et en intégrant une seconde fois, en prenant $l(t = 0) = 0\ m$:

$$l(t) = \frac{gt^2}{2}$$

c. En déduire la vitesse de déroulement ω de la ligne, en fonction de la longueur de la ligne déroulée l et de R_B.

La relation qui lie toutes les variables de la question est :

$$V(t) = R_B\omega(t) = gt$$

Or on a vu à la question précédente que :

$$l(t) = \frac{gt^2}{2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{g}}$$

Alors :

$$R_B\omega(t) = g\sqrt{\frac{2l}{g}}$$

Donc :

$$\omega(t) = \frac{\sqrt{2g}}{R_B}.\sqrt{l(t)}$$

d. Donnez l'expression de $\frac{d\omega}{dt}$.

En réutilisant l'expression de la trouvée à la question précédente, on a :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{2g}}{R_B}.\frac{d\left[\sqrt{l(t)}\right]}{dt} = \frac{\sqrt{2g}}{R_B}.\frac{d\left[\sqrt{\frac{g}{2}}.t\right]}{dt} = \frac{g}{R_B}$$

e. Calculez les vitesses angulaire ω_{MAX} (en rad/s et tr/min) et linéaire v_{MAX} (en m/s) au moment où la ligne est complètement déroulée pour $R_B = 2{,}5m$.

Lorsque la ligne est complètement déroulée on a :

$$l(t) = 300\,m$$

Ce qui donne les vitesses :

$$\omega_{MAX} = \frac{\sqrt{2g}}{R_B}.\sqrt{l(t)} = \frac{\sqrt{2g}}{R_B}.\sqrt{300} = 30{,}69\,rad/s$$

Et :

$$v_{MAX} = R_B\omega_{MAX} = 76{,}73\,m/s$$

f. Calculez la vitesse angulaire $\omega_{1/2}$ à la moitié du déroulement ($l = 150\,m$).

De même, au moment où la moitié de la ligne est déroulée :

$$\omega_{1/2} = \frac{\sqrt{2g}}{R_B}.\sqrt{l(t)} = \frac{\sqrt{2g}}{R_B}.\sqrt{150} = 21{,}7\,rad/s$$

4) On considère maintenant un nouveau système de freinage électromagnétique (par courants de Foucault) tel que le couple de freinage soit $C_F = -K_F\omega$.

   a. Ecrire l'équation du mouvement en fonction de ω, $\frac{d\omega}{dt}$, R_B, m_L, de la masse de l'ancre, de la longueur de ligne depuis l'écubier l, de la distance entre Guindeau et puits aux chaines ($10\,m$) et du moment d'inertie du guindeau/barbotin J_{GB}.

On a le Théorème du Moment Cinétique (TMC) appliqué au centre de l'ensemble guindeau/barbotin, suivant son axe de rotation :

$$J_{GB}\frac{d\omega}{dt} = M_{ancre}gR_B + m_L lgR_B - 10m_L gR_B - K_F\omega$$

$$J_{GB}\frac{d\omega}{dt} = M_{ancre}gR_B + m_L gR_B(l - 10) - K_F\omega$$

En effet d'une part :
-L'ancre génère un moment positif (qui va dans le sens d'une augmentation de la vitesse de rotation ω) : $M_{ancre}gR_B$
-La portion de ligne de mouillage située entre l'écubier et l'ancre l génère un moment positif : $m_L lgR_B$

Et d'autre part :
-La portion de ligne de mouillage située entre le barbotin et le puits aux chaînes ($10\ m$) génère un moment négatif (qui va dans le sens d'une diminution de la vitesse de rotation ω) : $-10m_L gR_B$
-Le frein électromagnétique génère un couple négatif : $-K_F\omega$.

   b. Posant $J_{GB} = 0$ calculez K_F en donnant ses unités, pour que le couple de freinage s'oppose aux forces provoquant le mouvement à la moitié du déroulement.

On reprend la relation obtenue via le TMC à la question précédente, en prenant $l = 150\,m$:

$$0 = M_{ancre}gR_B + m_L gR_B(150 - 10) - K_F\omega_{1/2}$$

Soit :

$$K_F = \frac{M_{ancre}gR_B + m_L gR_B 140}{\omega_{1/2}} = 47\ 186\ kg.m^2.s^{-1}$$

L'unité de K_F est $kg.m^2.s^{-1}$ puisqu'il s'agit d'un moment ($N.m = kg.m.s^{-2}.m = kg.m^2.s^{-2}$) divisé par une vitesse de rotation (s^{-1}).

c. Justifiez l'hypothèse précédente en calculant J_{GB} (et en précisant ses unités) que l'on assimilera à un cylindre plein de masse $M_B = 5\,t$ et de Rayon $R_B = 2.5\,m$, puis en calculant le terme $J_{GB}\frac{d\omega}{dt}$ dans le pire cas possible (c'est-à-dire sans freinage électromagnétique).

On a le moment d'inertie d'un cylindre par rapport à son axe qui s'écrit :

$$J_{GB} = \frac{M_B R_B^2}{2} = \frac{5\,000.2{,}5^2}{2} = 15\,626\,kg.m^2$$

Ainsi on a, sans freinage électromagnétique (reprendre le résultat de la question 3).d) :

$$J_{GB}\frac{d\omega}{dt} = 15\,626.\frac{g}{R_B} = 61\,316\,kg.m^2.s^{-2}$$

Cette valeur est surestimée puisqu'elle serait plus faible dans le cas avec freinage électromagnétique, la variation de vitesse ω étant plus faible.

Sachant que les autres termes dans la relation obtenue via le TMC vu à la question 4).a ont pour valeur :

$$M_{ancre} g R_B = 294\,300\,kg.m^2.s^{-2}$$

$$m_L g R_B 140 = 729\,619\,kg.m^2.s^{-2}$$

$$K_F \omega_{1/2} = 1\,023\,919\,kg.m^2.s^{-2}$$

Si l'on écrit :

$$J_{GB}\frac{d\omega}{dt} + K_F\omega_{1/2} = M_{ancre} g R_B + m_L g R_B 140$$

On voit que le terme $J_{GB}\frac{d\omega}{dt}$ est beaucoup plus faible que $K_F\omega_{1/2}$. On peut donc le négliger et écrire :

$$K_F\omega_{1/2} \approx M_{ancre} g R_B + m_L g R_B 140$$

d. Le navire au mouillage a sa ligne tendue, qui doit être assez longue pour que l'ancre soit bien horizontale. La longueur de ligne dans l'eau doit être égale à 7 fois la hauteur entre l'écubier ($10\,m$ au-dessus de l'eau environ) et le fond de la mer.

i. Jusqu'à quelle profondeur peut-on utiliser l'ancre du bateau ?

La longueur de ligne dans l'eau est $l - 10$. Lorsque la ligne est complètement déroulée, la portion dans l'eau est de $290\,m$.
La distance entre l'écubier et le fond marin h se calcule donc de la manière suivante :

$$l - 10 = 7h \rightarrow h = \frac{l-10}{7}$$

Soit :

$$h = \frac{300-10}{7} = 41{,}4\,m$$

Et la profondeur est $p = h - 10 = 31{,}4\,m$.

ii. Quelle est la vitesse angulaire ω au moment de toucher le fond sans couple de freinage ?

Au moment où l'ancre touche le fond suite au déroulement de la ligne, cette dernière est déroulée de $41{,}4\ m$.
On reprend alors la réponse de la question 3).c pour trouver ω *:*

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{2g}}{R_B}.\sqrt{h} = \frac{\sqrt{2g}}{R_B}.\sqrt{41{,}4} = 11{,}4\ rad/s$$

iii. Quelle est la vitesse angulaire ω au moment de toucher le fond avec couple de freinage ?

On reprend l'équation du TMC simplifiée établie à la question 4).c :

$$K_F\omega \approx M_{ancre}gR_B + m_L gR_B(l-10)$$

Soit avec $\omega = \omega_2$ *et* $l = 41{,}4\ m$ *:*

$$\omega_2 = \frac{M_{ancre}gR_B + m_L gR_B(41{,}4-10)}{K_F} = 9{,}7\ rad/s$$

On remarque que le couple de freinage permet de réduire un peu la vitesse de rotation du barbotin, et donc la vitesse de descente de l'ancre.

iv. En déduire la vitesse linéaire dans les deux cas ?

On a :

$$v_1 = R_B\omega_1 = 11{,}4.2{,}5 = 28{,}5\ m/s$$
$$v_2 = R_B\omega_2 = 9{,}7.2{,}5 = 24{,}3\ m/s$$

v. En termes de sécurité, le maximum admis est de l'ordre de 6 à 7 m/s, faut-il considérer un système de freinage hydraulique supplémentaire ?

Il ne faut pas oublier que l'on a omis la trainée hydrodynamique de l'ancre, qui va en réalité freiner un peu plus l'ancre lors de la descente. Mais étant donné les valeurs de vitesse de chute calculées précédemment, cela ne parait toutefois pas suffisant pour freiner l'ancre.

Exercice 2 : Energétique

Pour effectuer quotidiennement un trajet Aller-Retour domicile-travail, on hésite entre deux modèles d'automobiles :

1) La berline Mercenault « L.A. Class' » de masse $M_{Merco} = 1460\,kg$ à vide emportant 43 $litres$ de carburant, Coefficient de traînée $C_{X_{Merco}} = 0.22$, défini en référence à sa surface frontale $S_{REF_{Merco}} = 2.19\,m^2$.

2) Le S.U.V. 2*4 Climates « Buster » de $1320\,kg$ à vide emportant 55 $litres$ de carburant, $C_{X_{Buster}} = 0.42$, défini en référence à sa surface frontale $S_{REF_{Buster}} = 2.42\,m^2$.

Ces deux véhicules à traction avant sont équipés du même moteur Diesel (carburant de densité relative 0.8) délivrant $116\,ch$ à $4000\,tr/min$ et $260\,Nm$ à $1750\,tr/min$.

Le véhicule transporte $250\,kg$ de charge utile en moyenne (co-voiturage, effets personnels...).

				
		L.A. Class'	Buster	
Masse à vide	M	1460	1320	kg
Masse maxi	M_{max}		1840	kg
Charge utile	C_U	250		kg
Surface frontale	S_{REF}	2.19	2.42	m^2
Coefficient de traînée aéro.	C_X	0.22	0.42	N/A
Puissance maxi	P_{MAX}	85 à 4000 tr/min		kW
Couple maxi	C_{MAX}	260 à 1750 tr/min		$N.m$
Carburant – Gasoil		$\sigma = 0.8$	$\frac{\delta Q}{\delta m} = 42.10^6\,J/kg$	
Carburant – Quantité		**30** (/43 max)	**30** (/55 max)	l
Prix de vente / finition		**31500** / « Colditz »	**21500** / « Apparatchik»	€

On estime par ailleurs que le frottement « équivalent » par roulement est forfaitairement égal à 2,5 % du poids du véhicule (friction au niveau des organes de roulement), qu'il n'y a pas de pertes dans le reste de la transmission (boîte de vitesse etc.), ni par freinage (conduite « super-éco »).

Les $40\ km$ à vols d'oiseau se traduisent par deux parcours possibles :

a) Au « plus court », $55\ km$ parcourus à la vitesse moyenne de $36\ km/h$ (départementales)
b) Au « plus rapide », $70\ km$, impliquant un détour par l'autoroute sur $35\ km$ à $108\ km/h$

1) On considère $30\ L$ de carburant embarqués. Justifiez en première approximation qu'il n'est pas nécessaire de prendre en compte la variation de masse des véhicules.

On a :
-Pour la première voiture :

$$\frac{m_{voiture} + C_U + m_{carbu}}{m_{voiture} + C_U} = \frac{1460 + 250 + 30.0{,}8}{1460 + 250} = 1{,}014$$

La différence de masse représente 1,4%.

-Pour la seconde voiture :

$$\frac{m_{voiture} + C_U + m_{carbu}}{m_{voiture} + C_U} = \frac{1320 + 250 + 30.0{,}8}{1320 + 250} = 1{,}015$$

La différence de masse représente 1,5%.

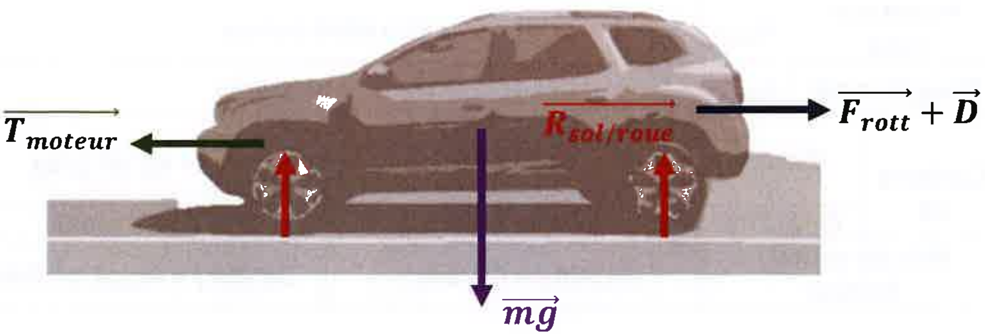
Le pourcentage de différence est très faible dans les deux cas, ce qui justifie le fait de négliger le poids du carburant dans notre étude.

2) Faites le bilan des forces extérieures (sur route plate) et représentez-le sur un dessin « lisible ».

On a :

-Suivant l'axe vertical : $\overrightarrow{mg} + \overrightarrow{R_{sol}} = \vec{0}$
Où $\overrightarrow{R_{sol}}$ *représente la somme de la réaction du sol sur chaque roue* ($\overrightarrow{R_{sol/roue}}$) *de la voiture.*

-Suivant l'axe horizontal : $\overrightarrow{F_{rott}} + \vec{D} = \overrightarrow{T_{moteur}}$



3) Sur la journée (aller-retour), quel véhicule offre la moindre dépense énergétique ? On considèrera que la masse volumique de l'air est $\rho = \rho_0 = 1.225\ kg/m^3$ pour le calcul de la traînée aérodynamique.

On s'intéresse ici à l'énergie qu'il faut dépenser pour déplacer le véhicule d'un point A à un point B séparés d'une distance d.
Il s'agit en fait de savoir quelle quantité d'énergie potentielle (contenue dans le carburant) a été « utilisée » pour faire avancer le véhicule :

$$\Delta E = E_{potA} - E_{potB}$$

Pour cela il faut considérer le travail de la traction générée par le moteur sur cette distance :

$$T_{moteur} d = \Delta E$$

Or on considère des trajets pendant lesquels le véhicule a une vitesse constante, le bilan des forces projeté suivant l'axe horizontal nous indique alors que :

$$T_{moteur} = F_{rott} + D = 0{,}025.mg + \frac{1}{2}\rho S_{REF} V^2 C_X$$

Procédons par voiture, et afin d'être le plus juste possible, considérons un aller par le parcours a) et un retour par le parcours b) :

1- *LA CLASS :*

a) ***Aller*** *($55\ km$ parcourus à la vitesse moyenne de $36\ km/h$) :*

L'énergie dépensée par le moteur est :

$$E_{1a} = T_{moteur} d = (F_{rott} + D)d = \left(0{,}025.mg + \frac{1}{2}\rho S_{REF} V^2 C_X\right) d$$

Soit :

$$E_{1a} = \left(0{,}025.(1460 + 250).9{,}81 + \frac{1}{2}1{,}225.2{,}19.10^2.0{,}22\right) 55\ 000 = 24{,}68\ MJ$$

Note : la vitesse dans l'expression de la trainée est exprimée en $m.s^{-1}$.

b) ***Retour*** *($35\ km$ parcourus à la vitesse moyenne de $36\ km/h$ et $35\ km$ parcourus à la vitesse moyenne de $108\ km/h$) :*

L'énergie dépensée par le moteur est :

$$E_{1b} = T_{moteur} d = F_{rott}.70\ 000 + \frac{1}{2}\rho S_{ref} V_1^2 C_x.35\ 000 + \frac{1}{2}\rho S_{ref} V_2^2 C_x.35\ 000$$

Soit :

$$E_{1b} = 39{,}67\ MJ$$

Soit finalement sur un aller-retour a)-b), on a :

$$E_1 = E_{1a} + E_{1b} = 24{,}68 + 39{,}67 = 64{,}37\ MJ$$

2- *Buster :*

a) De la même manière que pour la LA CLASS, l'énergie dépensée par le moteur à l'aller est :

$$E_{2a} = 24{,}6\ MJ$$

b) Pour le retour :

$$E_{2b} = 48{,}74\ MJ$$

Soit finalement sur un aller-retour a)-b) :

$$E_2 = E_{2a} + E_{2b} = 24{,}6 + 48{,}74 = 73{,}34\ MJ$$

Sur le trajet a), la vitesse du véhicule n'est pas suffisamment significative pour permettre de départager les deux voitures sur leur qualité aérodynamique (pour laquelle la LA CLASS est bien meilleure que le Buster).
C'est plutôt le poids qui fait la « différence » puisque la LA CLASS est plus lourde que le Buster, et demande ainsi une énergie supérieure du fait des frottements plus importants ($F_{rott} = 0{,}025.mg$).

Sur le trajet b) en revanche, c'est bel et bien l'effet aérodynamique qui l'emporte et permet à la LA CLASS de moins demander d'énergie puisque $C_{X_{Merco}}S_{REF_{Merco}} = 0{,}48\ m^2$, contre $1{,}02\ m^2$ pour le Buster.

En conclusion, en considérant de manière impartiale un aller a) et un retour b) sur une journée, il apparait que Le Buster demande plus d'énergie que la LA CLASS.

4) Sachant que le rendement thermomécanique est de 38% (l'énergie contenue dans $1\ kg$ de carburant -42 MJ- n'est donc pas totalement récupérable), et en négligeant les autres pertes, quel véhicule conseilleriez-vous sur ce seul critère d'économie en carburant pour les deux parcours (a) et (b) ?

A la question précédente nous avions raisonné en termes d'énergie, désormais on s'intéresse à la consommation de carburant des deux véhicules. Le lien entre énergie et quantité de carburant est donné dans l'énoncé.
D'une masse m_{carbu} (en kg) de carburant on peut « utiliser » l'énergie (en J) pour faire avancer le véhicule :

$$E_{recup} = \left(38\%.\frac{\delta Q}{\delta m}\right) m_{carbu} = (0{,}38.\,42.10^6)\, m_{carbu} = 15{,}96.\,10^6.\,m_{carbu}\ J$$

Ou plus simplement en exprimant l'énergie en MégaJoule :

$$E_{recup} = 15{,}96.\,m_{carbu}\ MJ$$

Calculons maintenant la consommation (en L) de chaque voiture sur les différents trajets, en reprenant les résultats trouvés à la question précédente.

Sur un trajet, il faut que l'énergie demandée soit égale à l'énergie récupérée du carburant :

$$E_{dem} = E_{recup} = 15{,}96.m_{carbu}$$

Or la consommation de carburant est :

$$Conso = \frac{m_{carbu}}{\sigma}$$

Puisque la densité du carburant est $\sigma = \frac{\rho_{carbu}}{\rho_{eau}} = 0{,}8$, *un litre de carburant pèse* $0{,}8\ kg$.
Pour le dire autrement, une masse de carburant m_{carbu} *représente* $\frac{m_{carbu}}{\sigma}$ *litres.*

Finalement, la consommation s'écrit :

$$Conso = \frac{E_{dem}}{15{,}96.\sigma}$$

-Pour la voiture LA CLASS, durant le trajet a) on a une consommation de :

$$Conso_{1a} = \frac{E_{1a}}{15{,}96.\sigma} = \frac{24.68}{15{,}96.0{,}8} = 1{,}934\ L$$

Et pour le trajet b) :

$$Conso_{1b} = \frac{E_{1b}}{15{,}96.\sigma} = \frac{39.67}{15{,}96.0{,}8} = 3{,}12\ L$$

Donc :

$$Conso_1 = Conso_{1a} + Conso_{1b} = 5{,}05\ L$$

-Pour la voiture Buster, on a :

$$Conso_{2a} = 1{,}927\ L$$
$$Conso_{2b} = 3{,}82\ L$$
$$Conso_2 = 5{,}75\ L$$

On retrouve bien les mêmes conclusions qu'à la question précédente. Sur le trajet a), la vitesse du véhicule est relativement faible, la trainée n'est pas très importante et la bonne aérodynamique de la LA CLASS ne se ressent pas. C'est le poids du Buster qui donne un léger avantage à ce dernier.

En revanche, sur le trajet b), la vitesse est plus importante, et le terme de trainée devient conséquent. C'est la raison pour laquelle le Buster consomme plus.

5) On prend pour hypothèse un prix moyen de 1.20 € le litre de carburant pour le calcul d'amortissement.
-Effectuant 30 000 km/an, au bout de combien de temps atteint-on la même somme dépensée (véhicule + carburant seulement) dans chaque cas de parcours 100 % (a) ou 100% (b) ?
-Financièrement, que recommanderiez-vous dans chacun de ces deux cas ?
-Même question « au global » à 50% – 50% ?

On cherche un nombre d'années X à partir duquel le prix des deux voitures est équivalent.

Pour chaque type de trajet, on écrit que :

$$Prix_{LA\ CLASS} + X.Prix_{carbu\ LA\ CLASS/an} = Prix_{Buster} + X.Prix_{carbu\ Buster/an}$$

$$Prix_{LA\ CLASS} + X.Conso_{LA\ CLASS/an}.Prix_{carbu/L} = Prix_{Buster} + X.Conso_{Buster/an}.Prix_{carbu/L}$$

Ce qui donne le nombre d'années :

$$X = \frac{Prix_{Buster} - Prix_{LA\ CLASS}}{Prix_{carbu/L}\left[Conso_{LA\ CLASS/an} - Conso_{Buster/an}\right]}$$

Concernant le trajet a) :

-Pour la LA CLASS :
$Conso_{1a} = 1{,}934\ L$ *pour* 55 km *soit donc pour* 30 000 km *:*

$$Conso_{1a}\frac{30\ 000}{55} = 1054{,}72\ L = Conso_{LA\ CLASS/an}$$

Et le prix du carburant à l'année est $1054{,}72.1{,}20 = 1265{,}67$ €.

-Pour le Buster :

$$Conso_{2a}\frac{30\ 000}{55} = 1050{,}98\ L = Conso_{Buster/an}$$

Et le prix du carburant à l'année est $1050{,}98.1{,}20 = 1261{,}18$ €.

Ainsi :

$$X_a = \frac{21\ 500 - 31\ 500}{1265{,}67 - 1261{,}18} = -2229\ années$$

Pour le seul trajet a), la LA CLASS coutera toujours plus chère que le Buster puisqu'elle consomme plus et a un prix d'achat supérieur au Buster.

Concernant le trajet b) :

$$Conso_{LA\ CLASS/an} = 1332{,}07\ L/an$$

Et le prix du carburant à l'année est $1332{,}07.1{,}20 = 1598{,}48$ €.

$$Conso_{Buster/an} = 1636{,}08\ L/an$$

Et le prix du carburant à l'année est $1636{,}08.1{,}20 = 1963{,}30$ €.

Ainsi :

$$X_b\ = 27{,}4\ années$$

Pour le seul trajet b), la LA CLASS reviendra au même prix que le Buster au bout de plus de $27\ ans$.

Concernant une combinaison trajets a)-b) :

$$Conso_{LA\ CLASS/an} = 1210{,}03\ L/an$$

Et le prix du carburant à l'année est $1210{,}03.1{,}20 = 1452{,}04$ €.

$$Conso_{Buster/an} = 1378{,}64\ L/an$$

Et le prix du carburant à l'année est $1378{,}64.1{,}20 = 1654{,}36$ €.

Ainsi :

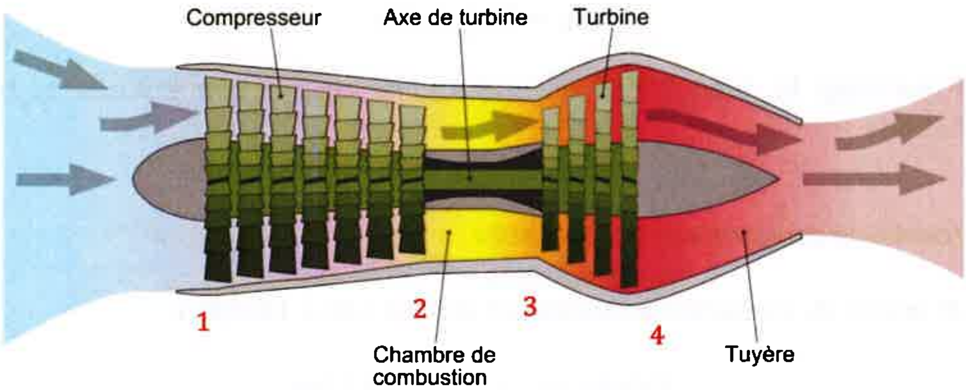
$$X_{ab}\ = 49{,}4\ années$$

Pour la combinaison trajets a)-b), la LA CLASS reviendra au même prix que le Buster au bout de $49\ ans$.

Finalement, pour ces types de trajet, le Buster reste le plus avantageux, à moins d'avoir l'habitude de conserver sa voiture très longtemps...

Exercice 3 : Thermodynamique

On considère un réacteur d'avion mono corps/mono flux :



Wikipédia

L'air sera considéré comme un gaz parfait, de capacité thermique à pression constante $C_p = 1000\, J.kg^{-1}.K^{-1}$ et $\gamma = 1{,}4$, considérés constants.

On rappelle la définition des température et pression totales :

$$T_t = T_s\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right) = T_s + \frac{V^2}{2C_p}$$

$$P_t = P_s\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Où T_s et P_s sont les température et pression statiques de l'air, et $M = \frac{V}{\sqrt{\gamma r T_s}}$ est le nombre de Mach de l'écoulement de l'air, avec V sa vitesse.
On écrira la masse volumique de l'air :

$$\rho = \frac{P_s}{rT_s}$$

Avec $r = 287\, J.kg^{-1}.K^{-1}$.

La variation d'énergie par seconde d'une masse d'air s'écrit via le premier principe de la thermodynamique avec l'enthalpie H :

$$\Delta H = DC_p\Delta T_t = Q + W$$

Avec :
-D (kg/s) le débit d'air dans le moteur.
-Q $(J.s^{-1})$ la quantité de chaleur fournie (négative) ou reçue (positive) par la masse d'air considérée par seconde.

-W ($J.s^{-1}$) le travail fourni (négatif) ou reçu (positif) par la masse d'air considérée par seconde.
Nous allons calculer la variation d'énergie ΔH d'une masse d'air pendant une seconde, au cours de son passage par les différents étages du moteur : compresseur, chambre de combustion et turbine.

On se place dans le cas où notre avion vole à une vitesse de $800\ km/h$, et se situe à une altitude telle que $P_s = 570\ hPa$ et $T_s = -15\ °C$.

1) Calculez la pression totale P_{t1} de l'écoulement de l'air en entrée du moteur.

On utilise la formule de la pression totale donnée dans l'énoncé :

$$P_{t1} = P_{s1}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

En sachant que d'une part la pression statique vaut :

$$P_{s1} = 57\ 000\ Pa$$

Et d'autre part le Mach vaut :

$$M = \frac{V}{\sqrt{\gamma r T_s}} = \frac{800/3{,}6}{\sqrt{1{,}4.287.(273{,}15 - 15)}} = 0{,}69$$

Avec la vitesse de l'avion exprimée en $m.s^{-1}$ et la température statique en K.

Ainsi on trouve :

$$P_{t1} = 78\ 366\ Pa = 783{,}7\ hPa$$

2) Calculez le débit d'air D passant dans le moteur par seconde, sachant que le diamètre de l'entrée d'air est $d_{mot} = 0{,}75\ m$.

On a le débit d'air traversant une section de surface S à une vitesse V, qui s'écrit :

$$D = \rho S V$$

Et qui s'exprime en kg/s.
Or ici nous avons :

$$\rho = \rho_1 = \frac{P_{s1}}{r T_{s1}} = \frac{57\ 000}{287.(273{,}15 - 15)} = 0{,}769\ kg/m^3$$

Et :

$$S = \frac{\pi d_{mot}^2}{4} = \frac{\pi 0{,}75^2}{4} = 0{,}44\ m^2$$

Ainsi :

$$D = \rho S V = 0{,}769.0{,}44.\frac{800}{3{,}6} = 75{,}53\ kg/s$$

I- Compresseur

On considère que la compression est adiabatique réversible.

3) Calculez la température totale en sortie du compresseur T_{t2}, sachant que le rapport de compression vaut $\pi_c = \frac{P_{t2}}{P_{t1}} = 5$.

L'air passant très rapidement dans le compresseur, on peut considérer qu'il n'y a aucun échange de chaleur entre l'air et le milieu qui l'entoure. De plus on considère que la compression de l'air est un processus réversible, c'est-à-dire que l'air récupère toute l'énergie fournie par le compresseur. On L'enthalpie de l'air (et donc sa température totale) augmente.

On sait que pendant une transformation adiabatique réversible concernant un volume de gaz v considéré parfait, de pression P_s, on a la relation :

$$P_s v^\gamma = cste$$

Or la loi des gaz parfait nous donne :

$$P_s v = nRT_s$$

Ainsi, on peut écrire :

$$P_s\left(\frac{nRT_s}{P_s}\right)^\gamma = cste \rightarrow \frac{T_s^\gamma}{P_s^{\gamma-1}} = cste$$

Or d'après les relations entre grandeurs totales et statiques données dans l'énoncé :

$$\frac{T_s^\gamma}{P_s^{\gamma-1}} = \frac{\left(\dfrac{T_t}{1+\frac{\gamma-1}{2}M^2}\right)^\gamma}{\left(\dfrac{P_t}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}\right)^{\gamma-1}} = \frac{\dfrac{T_t^\gamma}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^\gamma}}{\dfrac{P_t^{\gamma-1}}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^\gamma}} = \frac{T_t^\gamma}{P_t^{\gamma-1}}$$

Ainsi, au cours de la compression de l'air :

$$\frac{T_t^\gamma}{P_t^{\gamma-1}} = cste$$

Soit donc en considérant l'état de l'air juste à l'entrée du compresseur, et juste à la sortie :

$$\frac{T_{t1}^\gamma}{P_{t1}^{\gamma-1}} = \frac{T_{t2}^\gamma}{P_{t2}^{\gamma-1}}$$

Ainsi :

$$T_{t2} = \left(\frac{P_{t2}}{P_{t1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_{t1}$$

Et en sachant que :

$$T_{t1} = T_{s1}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right) = 282{,}7\ K$$

Et :

$$\frac{P_{t2}}{P_{t1}} = 5$$

On obtient finalement :

$$T_{t2} = 447{,}79\,K$$

On observe bien une augmentation de la température totale de l'air, qui est due au fait que le compresseur lui fournisse de l'énergie.

4) Calculez le travail W_c reçu par seconde par l'air au cours de la compression.

On l'a vu à la question précédente, l'air voit sa température totale augmenter au passage du compresseur, ce qui signifie que son enthalpie augmente. La valeur de cette augmentation dépend directement du travail fourni par le compresseur par seconde à l'air :

$$\Delta H_{12} = DC_p(T_{t2} - T_{t1}) = W_c = 12{,}47\,MJ/s$$

II- Chambre de combustion

On considère la transformation à pression totale constante. L'énergie potentielle chimique contenue dans le carburant permet d'augmenter la température totale de l'air suivant la relation :

$$\Delta H_{32} = DC_p(T_{t3} - T_{t2}) = C_i L$$

Avec :
-C_i (kg/s) le débit de carburant.
-$L = 10\,500\,kcal/kg$, la quantité d'énergie récupérable par kilogramme de carburant brûlé.

On donne le débit total (air + carburant) dans la chambre de combustion $D_3 = 1{,}02D$.
On rappelle que $1\,cal = 4{,}18\,J$.

5) Donnez la température totale en sortie de chambre T_{t3}.

Après avoir été comprimé, l'air passe dans la chambre de combustion où il va de nouveau recevoir de l'énergie. Désormais, c'est l'énergie potentielle chimique du carburant qui sera cédée à l'air.
Comme on l'a vu pour les questions concernant le compresseur, une augmentation d'énergie de l'air représente en fait une augmentation de sa température totale.
Afin de calculer la nouvelle température totale de l'air après la combustion, on applique directement la formule donnée dans l'énoncé :

$$DC_p(T_{t3} - T_{t2}) = C_i L \rightarrow T_{t3} = \frac{C_i L}{D_3 C_p} + T_{t2}$$

En sachant que le débit de carburant est :

$$C_i = D_3 - D = 0{,}02D = 1{,}51\ kg/s$$

Et :

$$L = 10\ 500\ 000\ cal/kg = 43{,}89\ MJ/kg$$

Ainsi la température de l'air en sortie de chambre de combustion est :

$$T_{t3} = 1308{,}38\ K$$

La valeur de cette température est importante par rapport à l'entrée dans la chambre, ce n'est pas surprenant puisque la combustion du carburant implique un énorme apport de chaleur à l'air (le calcul nous donne $C_i L = 66{,}27\ MJ/s$).

III- Turbine

On considère une détente adiabatique réversible.

6) Sachant que tout le travail W_c que la masse d'air avait reçu du compresseur en un temps donné est entièrement redonné à la turbine pendant ce même temps, calculez la température totale en sortie de turbine T_{t4}.

Désormais, l'air va céder de l'énergie à la turbine afin d'entretenir le mouvement de rotation de l'ensemble compresseur-turbine.
Il est dit dans la question que la quantité d'énergie de l'air cédée à la turbine par seconde est exactement la même que celle reçue par le compresseur par seconde.
Si l'on écrit l'équilibre dans cet échange énergétique, on a :

$$W_c + W_t = 0 \rightarrow W_t = -W_c$$

En sachant que l'énergie récupérée par la turbine par seconde s'écrit :

$$W_t = \Delta H_{34} = D_3 C_p (T_{t4} - T_{t3})$$

Donc :

$$D_3 C_p (T_{t4} - T_{t3}) = -W_c \rightarrow T_{t4} = -\frac{W_c}{D_3 C_p} + T_{t3}$$

Or nous avions calculé la quantité d'énergie fournie par seconde par le compresseur à l'air à la question 4), ainsi que la température totale de l'air en sortie de chambre de combustion à la question 5).
Ainsi :

$$T_{t4} = -\frac{W_c}{D_3 C_p} + T_{t3} = -\frac{12{,}47.10^6}{1{,}02.75{,}53.1000} + 1308{,}38 = 1146{,}52\ K$$

L'air cède de l'énergie, donc sa température totale diminue bien.

7) Calculez le rapport de détente $\pi_t = \frac{P_{t4}}{P_{t3}}$.

Par le même raisonnement qu'à la question 3), on peut écrire pendant la transformation adiabatique réversible que :

$$\frac{T_t^{\gamma}}{P_t^{\gamma-1}} = cste$$

Soit entre l'état de l'air à l'entrée et la sortie de la turbine :

$$\frac{T_{t3}^{\gamma}}{P_{t3}^{\gamma-1}} = \frac{T_{t4}^{\gamma}}{P_{t4}^{\gamma-1}}$$

Ainsi :

$$\frac{P_{t4}}{P_{t3}} = \left(\frac{T_{t4}}{T_{t3}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0{,}63$$

On trouve bien un rapport inférieur à l'unité puisque la pression totale diminue au passage dans la turbine, contrairement au compresseur.

8) **Expliquez de manière très brève en quoi ces calculs représentent un cas idéal.**

On a omis les pertes de charge (onde de choc, frottement), pertes thermiques, le rendement de la combustion etc.

Ainsi, les échanges d'énergie entre l'air et l'arbre moteur (compresseur-turbine) occasionnent des pertes. De plus l'air, en se baladant dans les différents étages, va perdre de l'énergie.
Enfin, l'énergie potentielle chimique du carburant n'est pas complètement cédée à l'air lors de la combustion.

Exercice 4 (Examen B) : Avion hybride

1) Utilisation hybride en tour de piste

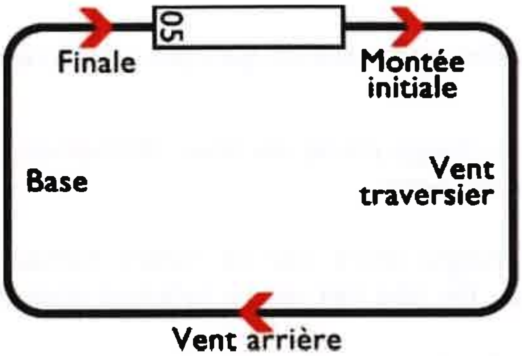
On rappelle que la puissance électrique P_M fournie à un moteur électrique (ou de manière équivalente la puissance P_R servant à recharger une batterie en courant continu) s'écrit :

$$P_{M/R} = U.I\text{, en Watts } (W)$$

Où :

- U en Volts (V) est la tension aux bornes de l'élément recevant la puissance, régulée pour être **constante.**
- I en Ampères (A) est le courant.

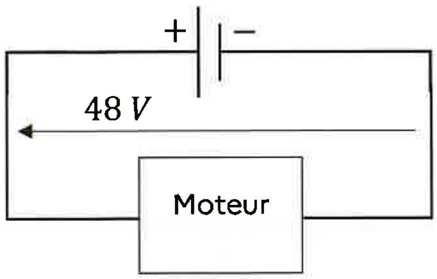
On donne le schéma d'un tour de piste effectué à $1000\ ft$:



On considère que seule la branche « vent arrière » du tour de piste permet de recharger le(s) batterie(s) $48\ V$ de l'avion, et qu'elle dure en moyenne $3\ min$ à $75\ kts$.
Il n'y a pas ou peu de récupération d'énergie quand les moteurs thermiques sont à bas régime, car les hélices sont trop petites pour fonctionner en génératrices en descente avec un rendement significatif.

a) Sachant qu'une batterie $48\ V$ est capable de fournir une puissance $P_M = 11\ kW$, calculez l'intensité du courant de décharge I_D circulant entre la batterie et le moteur.

On peut représenter le circuit électrique de la manière suivante :



On a simplement :

$$I_D = \frac{P_M}{U} = \frac{11\,000}{48} = 229{,}17\ A$$

b) Sachant que cette batterie a une capacité de stockage (ou « charge ») $C_B = 8\ A.h$, calculez le temps nécessaire pour la décharger à 80 % (on considère qu'il faut toujours garder une réserve de 20 % disponible uniquement en cas d'urgence, pour préserver la durée de vie de la batterie).

Connaissant le courant de décharge, ainsi que la capacité de stockage de la batterie, sa décharge à 80 % *se fait en un temps tel que :*

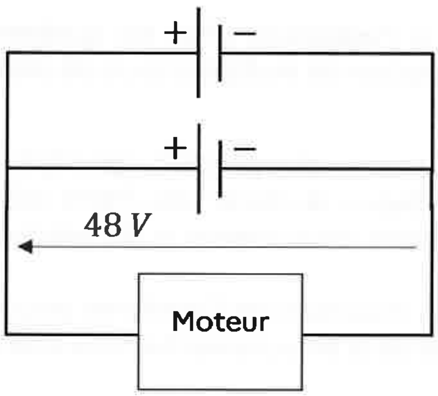
$$I_D t = 0{,}8.C_B$$

Soit :

$$t = \frac{0{,}8.C_B}{I_D} = \frac{0{,}8.8}{229{,}17} = 0{,}0279\ h \rightarrow 1\ min\ 40\ s$$

c) En considérant cette fois-ci 2 batteries 48 V alimentant un moteur électrique de 20 kW, calculez le courant de décharge I'_D.

Les deux batteries étant connectées en parallèle dans le circuit électrique, on a désormais :



Et donc :

$$I'_D = \frac{P_M}{U} = \frac{20\,000}{48} = 416{,}66\ A$$

d) La capacité de stockage étant doublée, combien de temps faut-il pour descendre à 20 % de capacité résiduelle ?

On a désormais :

$$t = \frac{0{,}8.(2C_B)}{I'_D} = \frac{0{,}8.16}{416{,}66} = 0{,}0307\ h \rightarrow 1\ min\ 50\ s$$

e) On considère que les $80\ \%$ de la capacité de stockage totale ont été consommés par la phase d'accélération sur piste, la montée initiale et la branche « vent traversier ».
La capacité de (re)charge est limitée par l'alternateur sur le moteur thermique (lequel doit aussi assurer la propulsion) et le convertisseur DC-DC ($12\ V$ fournis par le moteur thermique ↔ $48\ V$) à $P_R = 3\ kW$.
-Calculez l'intensité du courant de charge I_R vers une batterie.
-Combien de temps faut-il pour recharger n batteries de 20 à $100\ \%$?

On a simplement :

$$I_R = \frac{P_R}{U} = \frac{3\ 000}{48} = 62{,}5\ A$$

Et le temps de recharge de n batteries qui vaut :

$$t = \frac{0{,}8.n.C_B}{I_R} = n\frac{0{,}8.8}{62{,}5} = n.0{,}2048\ h \rightarrow n.6\ min\ 9\ s$$

On peut noter que l'intensité du courant de charge est bien inférieure à celle du courant de décharge, ce qui explique le temps assez court de décharge des batteries comparé au temps de recharge.

f) Concluez quant à l'utilisation d'un tel système hybride en entraînement nécessitant d'enchainer de multiples tours de piste.

Si on accélère avec les batteries chargées (charge dépensée au taxiing récupérée), on a entre 1 et 2 minutes depuis le lâcher des freins pour bénéficier de ce « boost » électrique, qui doit au moins nous amener à 300 pieds, si ce n'est aux 1000 pieds du tour de piste.
Comme on doit avoir un minimum de 2 batteries pour fournir les 20 kW, il faudrait donc quadrupler la durée de la branche vent-arrière avant d'entamer la descente pour recommencer un cycle.
C'est clairement une contrainte opérationnelle inacceptable pour un usage école/aéroclub.

2) Utilisation en croisière (vol local en campagne/navigation)

Nous allons confronter cette option d'hybridation avec une motorisation classique 100 % thermique, afin de calculer le gain/perte de performance.

On va donc imaginer deux aéronefs identiques (même cellule, même masse hors propulsion/centrage, mêmes qualités aérodynamiques) mais équipés pour l'un de :

1. 2 moteurs thermiques *XATOR 582* bicylindre.

Et pour l'autre :

2. Deux ensembles : {moteur électrique de $20\ kW$ + moteur thermique à piston rotatif *WANKEL*}.

a) Considérant que la consommation spécifique des deux types de moteurs thermiques est constante, calculez les consommations horaires Q_X (pour l'option 1) et Q_W (pour l'option 2), à $8000\ ft$ (que l'on note $8k\ ft$) :

i) Pour le *WANKEL*, plein gaz (donc à 75 % de la P_M, que l'on notera P_{MW-8k}).

On a la consommation horaire :

$$Q_W = 0{,}75.P_{MW\_}8k.C_{sW} = 0{,}75.35.0{,}267 = 7\ kg/h$$

ii) Pour le *XATOR 582* à iso-puissance $P_{MX-8k} = P_{MW-8k}$, pour voler à la même vitesse à iso-masse.
Donnez dans ces conditions le pourcentage de la P_M utilisée.

On a :

$$Q_X = P_{MW-8k}.C_{sX} = 0{,}75.35.0{,}3 = 7{,}875\ kg/h$$

Et comme la puissance du XATOR vaut :

$$P_X = 0{,}75.35 = 26{,}25\ kW$$

Cela représente en pourcentage de la puissance maximale utilisable :

$$\frac{P_X}{P_{MX}} = \frac{26{,}25}{48} = 0{,}55$$

b) Si on définit le « Groupe Moto-Propulseur » (GMP) comme la somme massique des groupes « propulseur » et « énergie », au bout de combien de temps théorique (de vol) t_{eq} ces deux options sont équivalentes en masse ?

Le but de cette question est de trouver le temps à partir duquel les deux avions ont même masse.

En faisant intervenir toutes les parties de chaque avion, on a :

$$M_{avionX} + M_{propulseurX} + M_{énergieX} = M_{avionW} + M_{propulseurW} + M_{énergieW}$$

En écrivant que :
-M_{avion} est la masse de l'avion considéré
-$M_{propulseur}$ est la masse des moteurs de l'avion considéré
-$M_{énergie}$ est la masse du carburant et/ou des batteries

Or on a pris comme hypothèses que :

$$M_{avionX} = M_{avionW}$$

Et :

$$M_{propulseurX} = M_{propulseurW}$$

Il reste donc :

$$M_{énergieX} = M_{énergieW}$$

L'avion classique à moteurs thermiques XATOR n'a pas à emporter de batteries, mais seulement du carburant. On connait sa consommation horaire (calculée à la question 2-a).ii.
Pour un vol durant un temps t, il faut emporter une quantité de carburant :

$$M_{énergieX} = 2.Q_X t$$

Pour l'avion hybride, il faut non seulement considérer le carburant à emporter, mais également le poids des batteries :

$$M_{énergieW} = 2.Q_W t + M_{batt}$$

Ainsi, l'égalité en masse des deux aéronefs est obtenue pour un temps de vol t_{eq} tel que :

$$2.Q_X t_{eq} = 2.Q_W t_{eq} + M_{batt}$$

Soit :

$$t_{eq} = \frac{M_{batt}}{2(Q_X - Q_W)} = \frac{12}{2(7{,}875 - 7)} = 6\,h\,37\,min$$

Il faut quand même attendre plus de $6h30$ pour que le poids des batteries soit compensé par la meilleure consommation de l'avion hybride.

c) Sachant que la durée moyenne d'un vol en aéroclub/école est de $45\,min$, et qu'il faut considérer une réserve de $30\,min$ dans les mêmes conditions d'iso-puissance à $8000\,ft$, quelle option préconiseriez-vous :

i) Au plan opérationnel ?

En considérant le poids de carburant à emporter pour chaque avion, on a d'un côté pour l'avion classique :

$$M_{énergieX} = 2.Q_X.t = 2.Q_X.1{,}25 = 19{,}7\,kg$$

Et pour l'avion hybride :

$$M_{énergieW} = 2.Q_W.1{,}25 = 17{,}5\,kg$$

Donc seulement une différence de 2kg environ, qui est complètement annulée par le fait qu'il faut emporter $12\ kg$ *de batteries.*
Finalement, il y a $10\ kg$ *transportés « pour rien » en défaveur de l'Hybride, ou alors à iso-masse GMP, l'équivalent pour le XATOR de 1h16/2 = 38 minutes d'autonomie en plus, de quoi faire un trajet de 1h20 + réserve de 30 minutes, avec un système autrement plus simple…et donc (très) probablement moins cher.*

ii) Au plan environnemental (consommation / émissions de CO_2) ?

Ces $2\ kg/1{,}4\ L$ *de carburant consommés en plus par l'avion classique pour la mission demandée sont équivalents à une variation* $1{,}6\ kg\ (1{,}1\ l)\ /h$ *autour d'une consommation moyenne de* $2.7{,}875\ =\ 15{,}75\ kg/h$*, soit une variation d'à peine* $10\ \%$.

Comme la consommation spécifique est constante, et directement proportionnelle à la consigne, on peut considérer que de simples corrections de puissance au cours du même vol auront des effets sur la consommation au moins du même ordre de grandeur, voire plus.

Globalement, il s'agit de bruit de fond sur un même vol. Il n'y a donc aucune raison d'avoir un effet cumulatif dans la durée en augmentant la durée d'amortissement (300h/240 vols, 1000h/800 vols etc…).
Si chaque vol était beaucoup plus long en revanche (entre 10 et 13h), cela vaudrait peut-être le coup, typiquement pour des drones.

3) Globalement, cette hybridation vous semble-t-elle avoir offrir un intérêt ?

Cela peut être une sécurité par rattrapage de dissymétrie en cas de panne d'un groupe thermique, ultime réserve en cas de panne/contamination carburant, utilisation longue durée minimisant les cycles atterrissage/décollage etc.

Exercice 5 : Dimensions

On définit le nombre de Bagnold (Ba) en rhéologie, « utilisé pour caractériser l'écoulement de grains de sable et permet surtout de déterminer à partir de quelles conditions l'écoulement passe d'un fluide à seuil à celui d'un fluide granulaire où l'énergie est dissipée par choc entre les grains et non plus par frottement. Il représente le rapport entre l'énergie cinétique dissipée et l'énergie dissipée par choc entre les grains de sable. » (www.bonne-mesure.com).

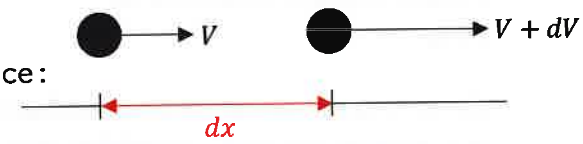
Son expression peut se mettre sous la forme :

$$Ba = \frac{m^a \gamma^b}{2L_c^c \mu}$$

Avec :

-m la masse d'un grain

-γ le gradient de vitesse en fonction de la distance :



-L_c une longueur caractéristique

-μ la viscosité du fluide contenant les grains, exprimée en $kg.m^{-1}.s^{-1}$

Sachant que c'est un nombre sans dimension, donnez les valeurs de a, b et c.

En remplaçant les termes par leurs unités respectives, on a :

$$[Ba] = \frac{M^a \left(\frac{\frac{L}{T}}{L}\right)^b}{L^c \frac{M}{LT}} = \frac{M^{a-1}T^{-b+1}}{L^{c-1}}$$

Sachant que le nombre de Bagnold est sans dimension :

$$a - 1 = 0 \rightarrow a = 1$$
$$-b + 1 = 0 \rightarrow b = 1$$
$$c - 1 = 0 \rightarrow c = 1$$

MINISTÈRE DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE B

____

PILOTE D'ESSAIS,
OPTION « AVION » ET « HELICOPTERE »

____

SESSION DU 15 NOVEMBRE 2021

____

ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 3h00 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée --
– Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur ce document

Document validé par :

Nom :

Date : 05/11/2021

Lieutenant-colonel Stéphane Alma
Directeur de l'EPNER

Signature :

EXERCICE 1 : Analyse dimensionnelle

Le nombre de Bansen Ba est un nombre sans dimension utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert d'énergie thermique par radiation et le transfert par convection.
On le définit de la manière suivante :

$$Ba = \frac{h_r S}{F c_p}$$

Avec :
-h_r : le coefficient de transfert thermique par radiation
-S : la surface de transfert
-F : le débit massique
-c_p : la capacité thermique, qui représente la quantité d'énergie thermique que l'on doit transférer à un corps pour augmenter sa température. Sa valeur est donc l'énergie à apporter à un kilogramme de ce corps pour augmenter sa température d'un Kelvin.

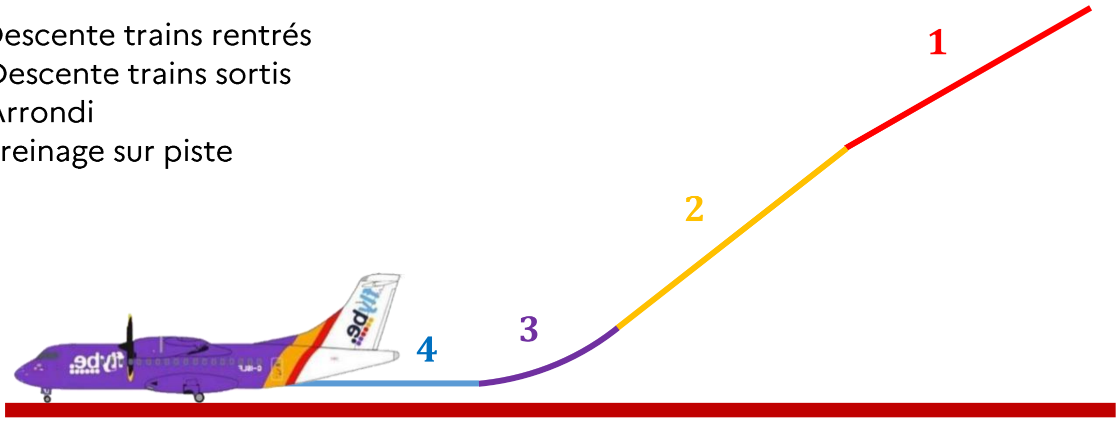
(Source : Wikipédia)

Donnez l'unité de h_r.

EXERCICE 2 : Avion à l'atterrissage

On s'intéresse à l'atterrissage d'un avion de ligne type ATR 42.
Pour se faire, on décomposera l'étude en quatre phases :

1-Descente trains rentrés
2-Descente trains sortis
3-Arrondi
4-Freinage sur piste

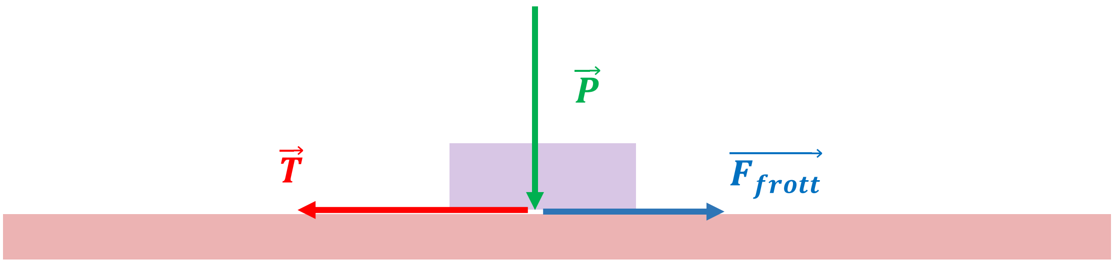


On dispose des données suivantes :

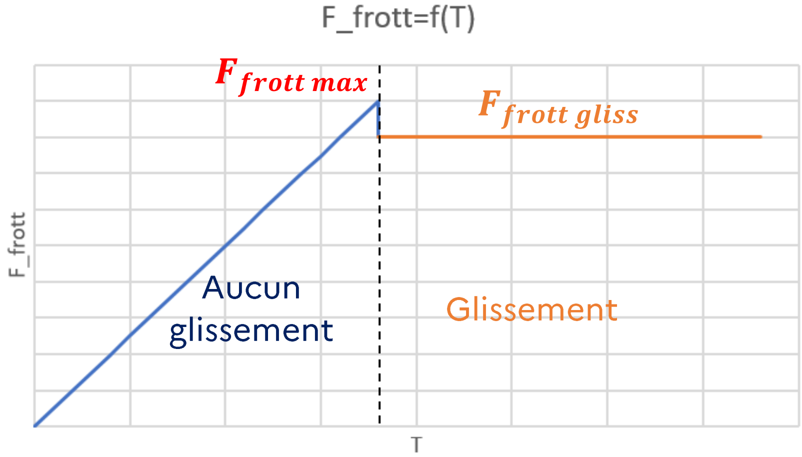
-Masse : $m = 10\ 000\ kg$
-Surface alaire : $S = 54{,}5\ m^2$
-Surface fuselage (vue de face) : $S_{fus} = 7\ m^2$
-Surface trains (vue de face) : $S_{trains} = 0{,}5\ m^2$
-Coefficient de trainée du fuselage : $C_{x\ fus} = 0{,}85$
-Coefficient de trainée des trains : $C_{x\ trains} = 1$
-Calage des ailes : $\varepsilon = 1{,}5°$
-Densité de l'air : $\rho = 1{,}225\ kg/m^3$

-Coefficient d'adhérence des roues au sol :
Le module de la force de frottement $\overrightarrow{F_{frott}}$ s'exerçant sur un objet d'un certain poids $\vec{P}$, soumis à une force qui le tracte $\vec{T}$, s'écrit :

$$F_{frott} = f.P$$



Avec le coefficient d'adhérence f. On a l'évolution de F_{frott} en fonction du module de la force tractrice $\vec{T}$:

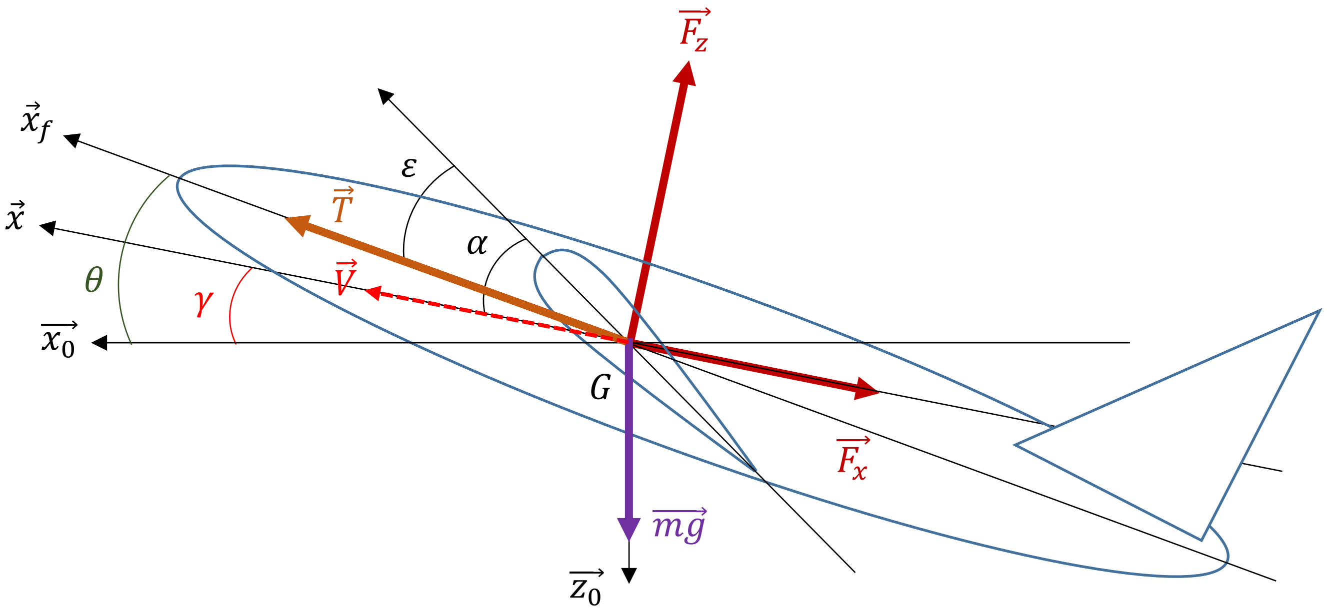


Tant que $T \leq F_{frott\,max} = f_s P$, l'objet ne glisse pas par rapport au sol.
Ensuite, $F_{frott} = F_{frott\,gliss} = f_c.P$
Pour la piste d'atterrissage dans notre exercice, on prendra $f_s = 0{,}9$ et $f_c = 0{,}8$.

On définit le bilan des forces, ainsi que les trois repères Terre, fuselage et air :

-Centre de gravité de l'avion : G
-Repère Terre R_0 : $(G, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$, l'axe $\overrightarrow{y_0}$ étant perpendiculaire à la feuille, et orienté vers la table
-Repère fuselage R_f : $(G, \overrightarrow{x_f}, \overrightarrow{y_f}, \overrightarrow{z_f})$, l'axe $\overrightarrow{y_f}$ étant confondu avec $\overrightarrow{y_0}$
-Repère air R : $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, l'axe $\vec{y}$ étant confondu avec $\overrightarrow{y_0}$

Les angles utilisés sont tous positifs sur le schéma ci-dessous, et sont appelés :
-Angle d'incidence de l'aile : α
-Angle de calage de l'aile : ε
-Assiette fuselage : θ
-Pente de la trajectoire : γ



On écrit les forces s'exerçant sur l'avion (que l'on suppose toutes s'appliquer en G) :
-La poussée des deux moteurs :

$$\vec{T} = T.\overrightarrow{x_f}$$

-Le poids de l'avion :

$$\overrightarrow{mg} = mg.\overrightarrow{z_0}$$

Avec $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

-La portance des ailes :

$$\overrightarrow{F_z} = -F_z.\vec{z} = -\frac{1}{2}\rho S V^2 C_z.\vec{z}$$

Avec :

$$C_z = A\alpha$$

Sachant que $A = 0{,}1\ deg^{-1}$.

-La trainée de l'avion trains sortis :

$$\overrightarrow{F_x} = -F_x.\vec{x} = -(F_{x\,aile} + F_{x\,fus} + F_{x\,trains}).\vec{x} = -\frac{1}{2}\rho V^2(SC_x + S_{fus}C_{x\,fus} + S_{trains}C_{x\,trains}).\vec{x}$$

Avec :

$$C_x = C_{x0} + kC_z^2$$

Sachant que $C_{x0} = 0{,}015$ et $k = 0{,}03$.

<u>Conventions :</u>

On écrira pour un vecteur $\vec{X}$ quelconque projeté dans le repère Terre :

$$\vec{X} = a_0\overrightarrow{x_0} + b_0\overrightarrow{y_0} + c_0\overrightarrow{z_0}$$

Soit sous forme matricielle :

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

Pour la vitesse on définit le nom des coordonnées :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \\ V_{z0} \end{pmatrix}_{R_0}$$

Et on a :

$$\|\vec{V}\| = V = \sqrt{V_{x0}^2 + V_{y0}^2 + V_{z0}^2}$$

On écrira la dérivée du vecteur vitesse par rapport au repère Terre, projetée dans le repère Terre :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R_0}$$

I- Etablissement des équations

Nous allons étudier le mouvement de l'avion par rapport au sol en écrivant le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) projeté dans le repère Terre :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R_0} = (\overrightarrow{mg})_{R_0} + \left(\overrightarrow{F_z}\right)_{R_0} + \left(\overrightarrow{F_x}\right)_{R_0} + \left(\vec{T}\right)_{R_0}$$

Où par exemple $(\overrightarrow{mg})_{R_0}$ représente la projection du vecteur $\overrightarrow{mg}$ dans le repère Terre R_0.

a. Donnez l'expression de la projection de $\vec{V}$ dans le repère Terre sous forme matricielle $\left(\vec{V}\right)_{R_0}$.

b. Ecrivez les équations données par le PFD.

c. Donnez la relation qui lie les angles $\alpha, \varepsilon, \gamma$ et θ.

II- Descente trains rentrés

L'avion suit une trajectoire rectiligne et le pilote sait, d'après les indications à bord, que les composantes de vitesse par rapport au sol sont constantes et valent :

$$V_{x0} = 250\ km/h \text{ et } V_{z0} = 10\ km/h$$

a. Donnez la valeur de γ **en vous aidant du tableau du cosinus et sinus donné en annexe**.

b. En reprenant les équations du PFD, et en supposant que les composantes projetées sur l'axe vertical terrestre de la trainée F_x et de la poussée des moteurs T sont négligeables, calculez l'incidence α des ailes.

c. En déduire l'assiette θ de l'avion.

d. Calculez la trainée de l'avion.

e. En déduire la poussée T des moteurs.

III- Descente trains sortis

Le pilote sort les trains, mais ne modifie pas la poussée des moteurs. Il laisse l'avion se stabiliser de nouveau à une nouvelle vitesse.

On a désormais :

$$V_{x0} = 220\ km/h \text{ et } V_{zf} = 30\ km/h$$

a. Calculez la nouvelle incidence des ailes.

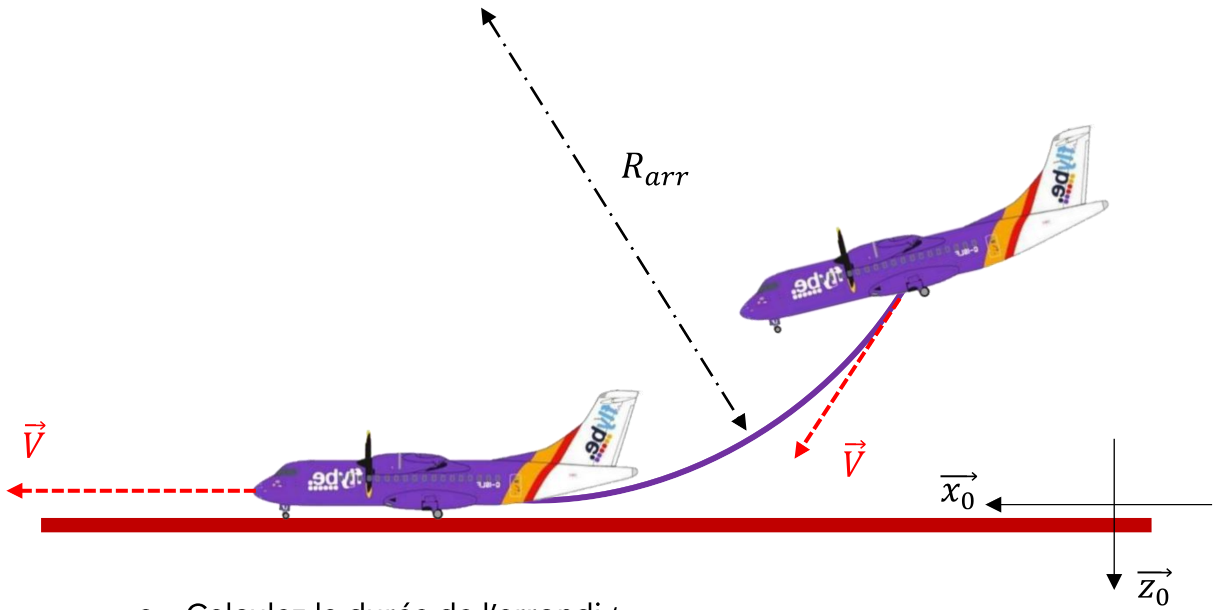
b. Calculez la trainée de l'avion, ainsi que la poussée affichée par les moteurs.

c. Faites un bilan rapide des résultats obtenus dans les cas sans et avec trains.
Expliquez brièvement comment les forces s'organisent pour assurer l'équilibre de l'avion dans chaque cas.

IV- Arrondi

On suppose que lors de l'arrondi (trajectoire circulaire de rayon $R_{arr} = 2\,000\ m$), la vitesse de l'avion est constante et vaut la vitesse totale précédemment calculée moins $50\ km/h$ (décélération due à la sortie d'aérofreins).

Le pilote débute son arrondi avec la pente précédemment calculée (trains sortis), et le termine lorsque l'avion est complètement posé au sol.



a. Calculez la durée de l'arrondi t_{arr}.

b. Déterminez l'incidence des ailes au cours de l'arrondi (on supposera la pente faible : $cos\gamma \approx 1$ et on néglige l'influence des moteurs).

V- Freinage sur piste

Une fois sur la piste, le pilote coupe la poussée des moteurs et rentre les aérofreins.

a. Faites un schéma avec le bilan des forces, une fois que l'avion est en train de freiner sur la piste (le pilote actionne les freins). On considérera que le train d'atterrissage de l'avion est constitué de trois roues (une à l'avant, deux à l'arrière : on supposera une répartition du poids égale entre chaque roue).

b. Calculez la portance des ailes au début de la décélération et justifiez que l'on puisse la négliger dans notre étude.

c. Donnez l'expression de la force de frottement $\overrightarrow{F_{frott}}$ s'exerçant sur chaque roue en fonction du poids de l'avion et du coefficient d'adhérence des roues au sol.

d. Donnez l'équation différentielle régissant l'évolution de la vitesse V.
Est-il possible de la résoudre simplement ? Pourquoi ?

e. On se propose de simplifier le terme de trainée. On va faire l'approximation que la dépendance en V est linéaire : $F_x = KV$ avec K une constante.
Calculez la trainée de l'avion au tout début de la décélération. En déduire la valeur de K (et son unité) la plus cohérente pour notre étude.

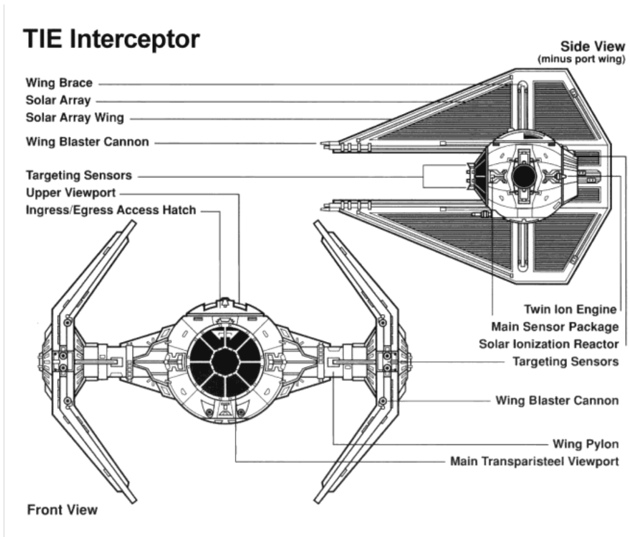
f. On considère que le pilote freine de telle sorte que les roues soient bloquées tout le temps de la décélération.
Calculez le temps de freinage.

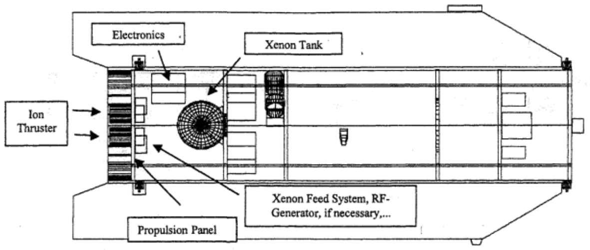
Annexe :

x	cos(x)	sin(x)
-0,05	0,999	-0,050
-0,049	0,999	-0,049
-0,048	0,999	-0,048
-0,047	0,999	-0,047
-0,046	0,999	-0,046
-0,045	0,999	-0,045
-0,044	0,999	-0,044
-0,043	0,999	-0,043
-0,042	0,999	-0,042
-0,041	0,999	-0,041
-0,04	0,999	-0,040
-0,039	0,999	-0,039
-0,038	0,999	-0,038
-0,037	0,999	-0,037
-0,036	0,999	-0,036
-0,035	0,999	-0,035
-0,034	0,999	-0,034
-0,033	0,999	-0,033
-0,032	0,999	-0,032
-0,031	1,000	-0,031
-0,03	1,000	-0,030

x	cos(x)	sin(x)
-0,146	0,989	-0,145
-0,145	0,990	-0,144
-0,144	0,990	-0,144
-0,143	0,990	-0,143
-0,142	0,990	-0,142
-0,141	0,990	-0,141
-0,14	0,990	-0,140
-0,139	0,990	-0,139
-0,138	0,990	-0,138
-0,137	0,991	-0,137
-0,136	0,991	-0,136
-0,135	0,991	-0,135
-0,134	0,991	-0,134
-0,133	0,991	-0,133
-0,132	0,991	-0,132
-0,131	0,991	-0,131
-0,13	0,992	-0,130
-0,129	0,992	-0,129
-0,128	0,992	-0,128
-0,127	0,992	-0,127
-0,126	0,992	-0,126
-0,125	0,992	-0,125

EXERCICE 3 : TIE (non) Fighter





Le satellite GOCE de l'agence spatiale européenne, propulsé par deux propulseurs ioniques (***T****win* ***I****on* ***T****hrusters*), était l'engin orbital le plus stylé et le plus ressemblant au célèbre chasseur (***T****win* ***I****on* ***E****ngines*) de l'Empire dans la non-moins célèbre fiction de George Lucas.

Le « ***G****ravity field and steady-state* ***O****cean* ***C****irculation* ***E****xplorer* » (prononcer [Go-ché], à l'italienne), était prévu pour effectuer un vol propulsé pendant 15000 heures (environ 20 mois) à 260 km d'altitude en moyenne en orbite ~polaire, dans la *thermosphère.* La traînée de ce satellite profilé est par construction minimisée, mais pas nulle. Une fois son Xénon épuisé en 2013, sa chute a pris un mois seulement pour finir par se désintégrer comme une étoile filante en quelques minutes.

Données :

Masse totale en début de mission : 1100 kg
Masse de fluide propulsif (Xe) : 40 kg
Poussée maximale du propulseur ionique : 35 mN

1) Sachant que la traînée aérodynamique de GOCE varie entre 4 et 12 mN, calculez pour la poussée maximale les accélérations maximale/minimale/moyenne et justifiez l'approximation qui consiste à considérer la masse comme constante en moyenne à 1080 kg.

2) Ce propulseur utilise de l'énergie électrique pour ioniser et accélérer une masse de gaz propulsif (Xénon ici) et provoquer une réaction en retour (le gaz n'est donc pas le « carburant » au sens courant du terme). Au banc d'essais on a mesuré la poussée dans le quasi-vide, la consommation de Xénon, la consommation électrique et la vitesse d'éjection du Xénon ionisé (pour 1 propulseur) :

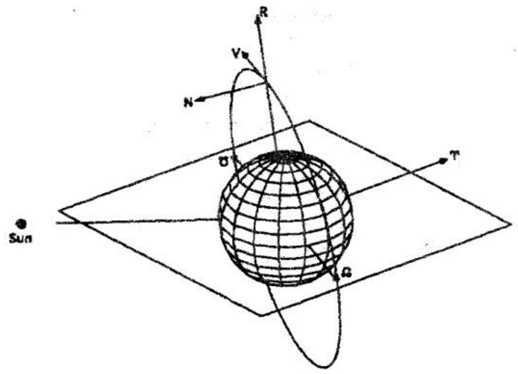
Poussée (N)	Débit massique (kg/s)	Puissance électrique fournie (W)	Vitesse d'éjection (m/s)
2,50E-003	3,50E-007	100	7142
5,00E-003	5,00E-007	170	10000
6,00E-003	5,25E-007	200	11428
1,20E-002	5,50E-007	380	21818

En calculant la puissance du jet de gaz ionisé, calculez l'évolution du rendement énergétique η (ou efficience) en fonction du niveau de poussée.

En déduire la tendance et le point de fonctionnement préférentiel (toute considération opérationnelle mise de côté).

3) Bilan énergétique sur la mission.

1. Sachant que la vitesse du satellite par rapport au repère géocentrique (sans tenir compte de la rotation de la terre donc) sur son orbite circulaire peut s'écrire $V_{ORB} = R_0\sqrt{\frac{g_0}{R_0+h}}$ où R_0 est le rayon de la terre (6378 km), h l'altitude du satellite (260 km) et g_0 l'accélération de la pesanteur au niveau du sol ($g_0 = 9{,}81\ m.s^{-2}$), calculez l'énergie dépensée pour contrer la traînée de GOCE sur la durée de la mission en considérant l'hypothèse la plus pessimiste.



2. Calculer l'énergie totale de GOCE sur son orbite polaire par rapport au repère géocentrique ci-dessus (on supposera que l'on a toujours $g = g_0 = 9{,}81\ m.s^{-2}$ pour le calcul de l'énergie potentielle).

3. Dans le bilan énergétique de la **<u>mission</u>**, calculez la part apportée par le lanceur pour placer l'engin sur son orbite.
   Puis, estimez sur la durée prévue de la mission la part relative apportée par le satellite pour vaincre la traînée résiduelle (considérez cette énergie comme 100% embarquée sous une forme ou une autre).
   Commentez par rapport au couple altitude moyenne/vitesse choisie.

EXERCICE 4 : « First Man »

NASA Dryden Flight Research Center Photo Collection
http://www.dfrc.nasa.gov/gallery/photo/index.html
NASA Photo: E-4942 Date: 1959 Photo by: NASA photo

X-15 launch from B-52 mothership

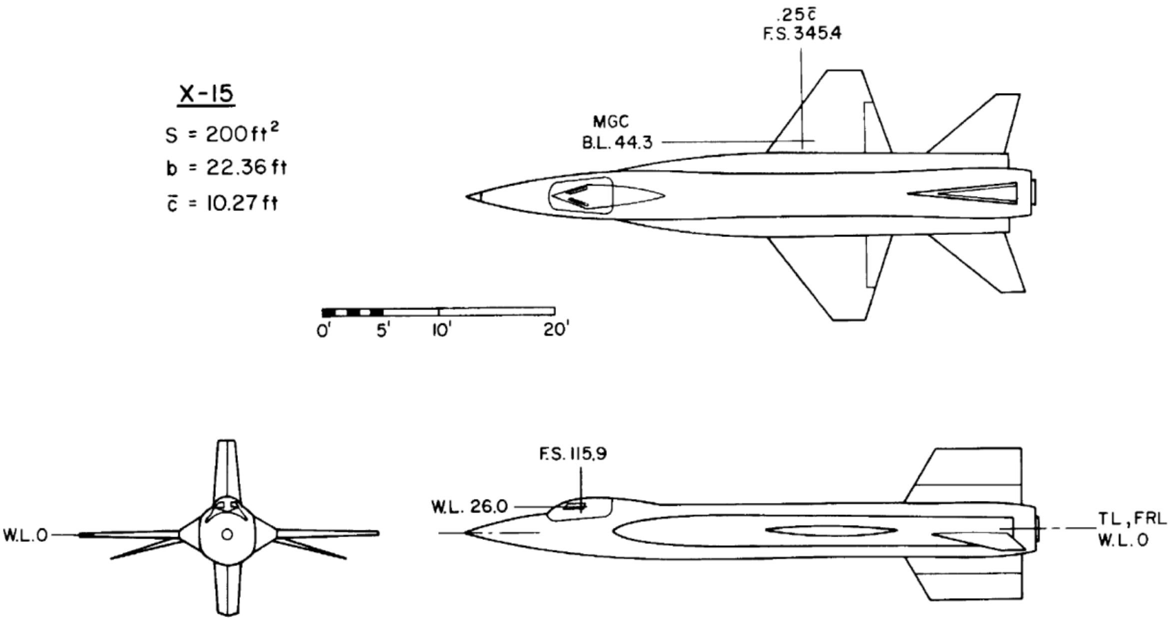


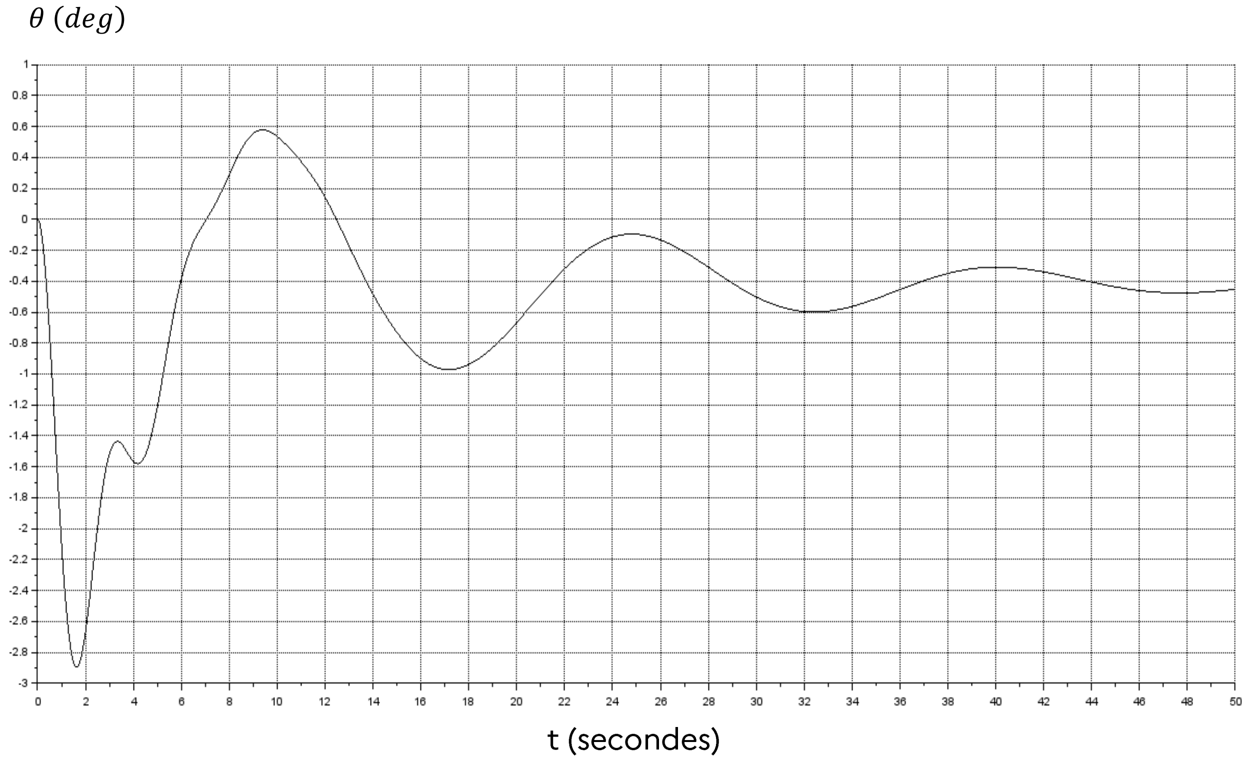
Figure V-2. X-15 General Arrangement

I- Avion naturel en conditions de largage (Cas de vol 4, $M = 0{,}8$, $H = 40\,000\ ft$)

La Fonction de transfert reliant la profondeur δ_S (*stabilizer*) à l'assiette (θ) du X-15 à sa masse au largage est :

$$\frac{\theta(s)}{\delta_S(s)} = \frac{-7{,}02(s + 0{,}138)(s + 0{,}334)}{(s^2 + 0{,}145s + 0{,}175)(s^2 + 0{,}844s + 4{,}452)}$$

Une fois largué, le X-15 répond ainsi à un simple échelon unitaire en profondeur (1 degré) :

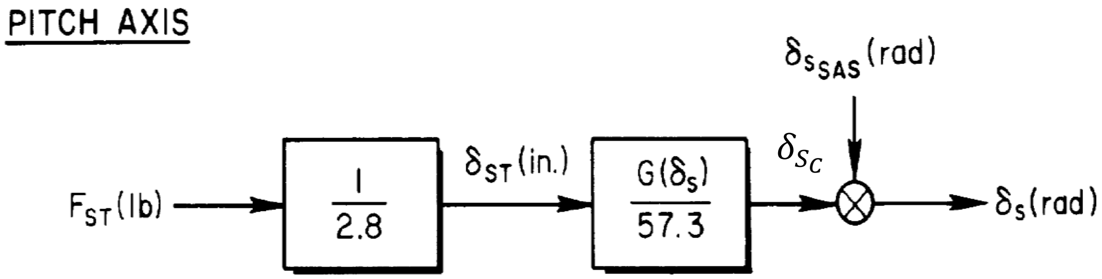


1) Déterminez la période, la fréquence et la pulsation d'oscillation la plus lente (dite « phugoïde » ou « phygoïde »).

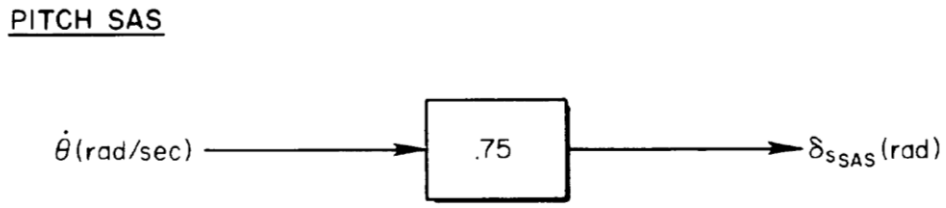
2) Peut-on justifier l'approximation $\omega_{amorti} \approx \omega_{naturel}$ pour cet aéronef, sur la base de son amortissement réduit ?

II- *Stability Augmentation System* ON

Le schéma général des commandes de vol du X-15 est constitué d'une chaîne transformant des efforts aux manches (F_{ST}) en ordres de gouvernes commandées δ_{S_c}, qui peuvent être « augmentées » ($\delta_{S_{SAS}}$) par une boucle de rétroaction (« *feedback* ») améliorant la stabilité et construite à partir de la mesure de la vitesse de tangage $q = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ par un gyromètre solidaire de la structure du véhicule aérospatial.



(in : mesure en pouces, lb : mesure en livres-forces)



On définit la déflection « commandée » δ_{S_C} telle que $\delta_S = \delta_{S_C} + \delta_{S_{SAS}}$.

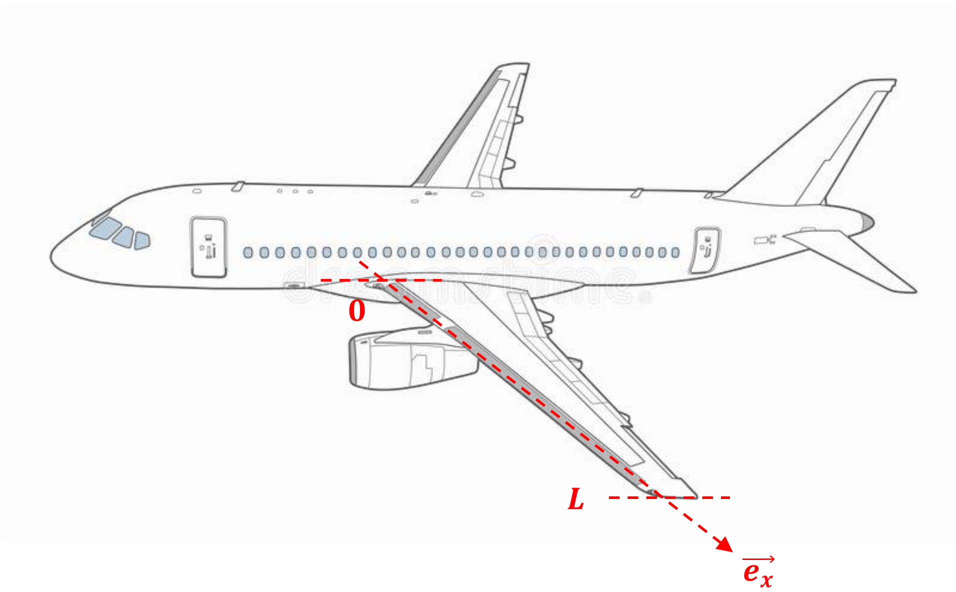
1) Quelle fonction de transfert relie plus particulièrement l'entrée $\delta_S(s)$ à la sortie $q(s)$?

2) Quel élément mécanique peut jouer la fonction du gain $\frac{1}{2,8}$ dans le schéma-bloc des commandes ?

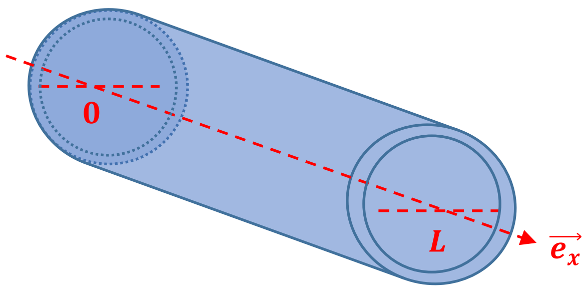
EXERCICE 5 : Système d'antigivrage des ailes d'un avion

De l'air chaud ($80°C$) est prélevé au niveau des moteurs et circule dans une conduite le long du bord d'attaque des ailes, dans le but d'éviter que du givre ne se forme et ne dégrade sérieusement les performances de l'appareil.

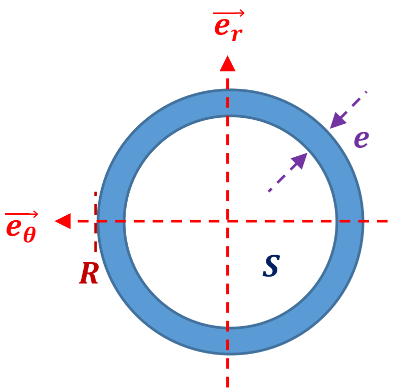
On considère que la température de l'air est constante dans la conduite située dans le bord d'attaque.
Cette conduite est assimilée à un cylindre de rayon $R = 3\ cm$ et de longueur L.



Dispositif d'antigivrage sur aile d'avion.

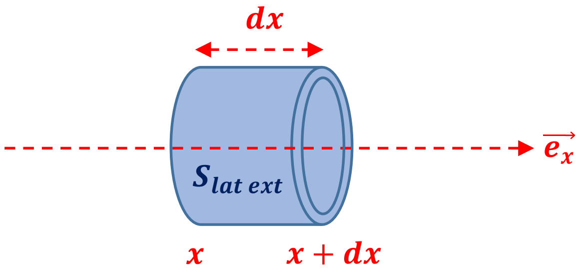


Conduite dans laquelle s'écoule l'air chaud.



Tuyau de la conduite vu de face.
La surface S est la section de la conduite laissée à l'air pour circuler.
L'épaisseur du tuyau est $e = 2\ mm$.

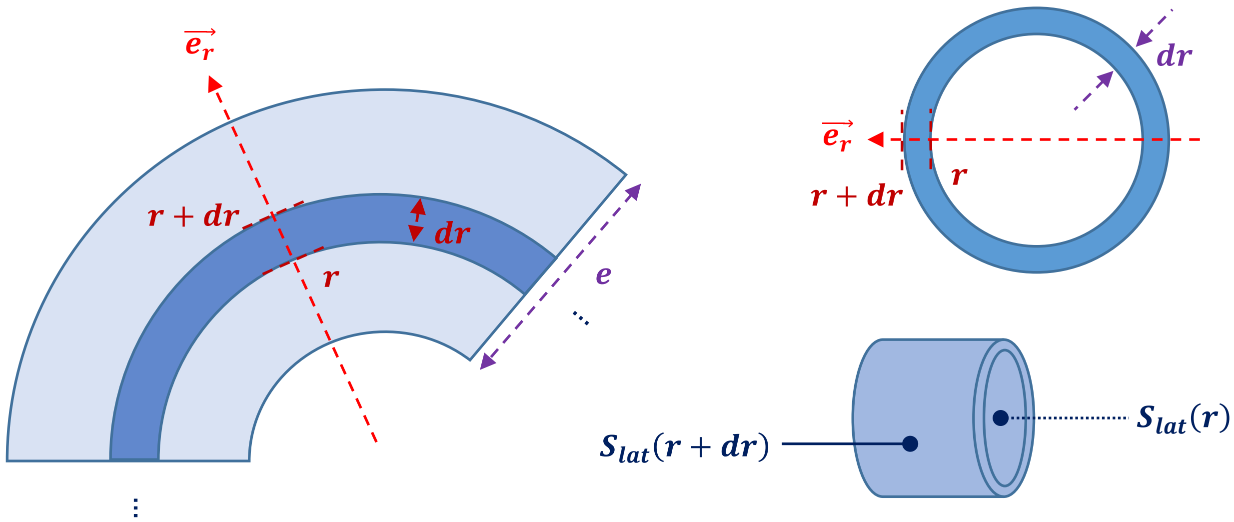
Nous allons concentrer notre étude sur une portion de la conduite, définie par sa longueur dx :



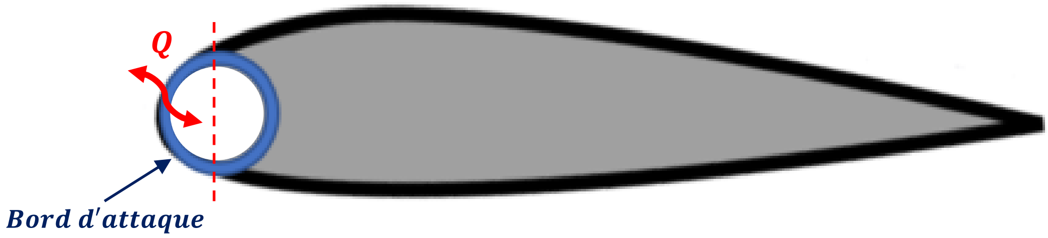
Portion de conduite, située à une distance x de l'emplanture de l'aile.

La surface latérale extérieure de cette portion de conduite (par laquelle la chaleur transite) est appelée $S_{lat\ ext}$.

Et nous allons encore diviser cette portion en plusieurs cylindres d'épaisseur dr, pour r tel que $R > r > R - e$:



On va supposer que l'échange de chaleur s'effectue au travers de la moitié avant de la conduite du bord d'attaque :



Profil de l'aile, avec la conduite au niveau du bord d'attaque.
Le demi-cylindre avant permet l'échange de chaleur entre l'air circulant dans la conduite et l'air extérieur.
On suppose en revanche qu'aucun échange de chaleur ne se fera au travers du demi-cylindre arrière.

Nous voulons étudier l'échange de chaleur entre l'air circulant dans la conduite et l'air extérieur. On supposera que le bord d'attaque est la surface latérale extérieure de la conduite. Il va donc falloir étudier le transfert d'énergie thermique qui s'opère au travers du tuyau de notre portion de conduite.
Pour cela, nous allons d'abord évaluer la variation d'énergie interne de notre système qui sera le morceau de tuyau d'épaisseur dr et longueur dx de la conduite, comme décrit précédemment.

Nous écrirons donc l'énergie interne U de notre système, le travail W qu'il reçoit ou donne au milieu extérieur, et les échanges d'énergie thermique Q avec le milieu extérieur.

1- Rappelez le premier principe de la thermodynamique, et l'unité des paramètres en jeu.

2- Donnez en fonction de r et dx, l'expression de la surface par laquelle le transfert d'énergie thermique se fera, et que l'on appellera **surface d'échange $\boldsymbol{S_{ech}(r)}$**.

Le flux thermique φ_r au travers de la surface d'échange $S_{ech}(r)$ est défini par :

$$\varphi_r(t) = \frac{dQ}{dt}$$

3- Quelle est l'unité de φ_r ?

On définit le vecteur densité de flux thermique $\overrightarrow{j_{th}}(r,t)$, comme suit :

$$\varphi_r(t) = \overrightarrow{j_{th}}(r,t).S_{ech}(r).\overrightarrow{e_r} = j_{th}(r,t).S_{ech}(r)$$

4- Quelle est l'unité de j_{th} ? Qu'exprime-t-il ?
Etant donné l'objectif de notre système antigivrage, a-t-on plutôt intérêt à avoir une forte densité de flux thermique ou pas ?

5- Sachant que notre système n'est soumis à aucune force du milieu extérieur, et inversement n'en exerce aucune, donnez la relation entre son énergie interne et la quantité d'échange d'énergie thermique.

On écrit donc, entre deux instants t et $t + dt$:

$$U(t+dt) - U(t) = \varphi_r(t)dt - \varphi_{r+dr}(t)dt$$

6- Expliquez physiquement cette relation.

Pour la suite, on considérera que $S_{ech}(r + dr) \approx S_{ech}(r)$.

7- Montrez rapidement que :

$$\varphi_r(t)dt - \varphi_{r+dr}(t)dt = [j_{th}(r,t) - j_{th}(r+dr,t)]S_{ech}(r)dt$$

8- Donnez l'expression de l'énergie interne U de notre système, en fonction de l'énergie interne volumique u ($J.m^{-3}$), $S_{ech}(r)$ et dr.

9- Sachant que :

$$U(t+dt) - U(t) = \frac{dU}{dt}dt$$

Montrez que :

$$\frac{du}{dt} = \frac{j_{th}(r,t) - j_{th}(r+dr,t)}{dr}$$

Il est possible de définir autrement la densité de flux thermique :

$$j_{th} = -\lambda\frac{dT}{dr}$$

Où λ est la conductivité thermique du matériau constituant le tuyau, et T sa température en Kelvin.

10- Donnez l'unité de la conductivité thermique, ainsi que son sens physique.

11- Comment évolue la température du matériau de notre tuyau avec r ?
En déduire le signe de j_{th}. Que cela traduit-il physiquement ?

12- Compte-tenu de l'objectif de notre système d'antigivrage, quel matériau entre l'aluminium et le fer est à privilégier ?
Données : $\lambda_{alu} = 226\, SI$ et $\lambda_{fer} = 72\, SI$.

Finalement, on peut écrire une équation sur la température du tuyau le long de son épaisseur e, et en fonction du temps si les conditions extérieures sont variables :

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \lambda \frac{d^2T}{dr^2}$$

Où ρ est la masse volumique du matériau et c sa capacité thermique massique.

Et où l'on a écrit :

$$\frac{d^2T}{dr^2} = \frac{d\left(\frac{dT}{dr}\right)}{dr}$$

13- Donnez l'unité de c.

14- On se place dans des conditions non variables dans le temps. L'air extérieur est à $5°C$. La température du tuyau ne dépend donc plus du temps, mais seulement de r.

15- Donnez le profil d'évolution de la température du tuyau en fonction de r.

16- Calculez $\frac{dT}{dr}$.

17- Montrez que dans ce cas, la densité de flux thermique j_{th} ne dépend pas de r, et donnez sa valeur en considérant le matériau le plus adapté entre aluminium et fer.

18- En déduire la valeur du flux thermique traversant la surface d'échange extérieure $S_{ech}(R)$ de la portion de tuyau de longueur dx.
Donnée : $dx = 2\, cm$.

19- Si l'on avait choisi le matériau le moins adapté, quelle aurait été la valeur du flux thermique ? En quoi est-ce moins bien ?

20- Le système d'antigivrage n'est toutefois pas aussi efficace en pratique, quelles sont les hypothèses optimistes faites en début d'exercice ?

MINISTÈRE
DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale
de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE B

____

PILOTE D'ESSAIS,
OPTION « AVION » ET « HELICOPTERE »

____

SESSION DU 15 NOVEMBRE 2021

____

CORRIGÉ ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 3h00 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée --
– Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur ce document

Document validé par :

Nom :

Date : 05/11/2021

Signature :

EXERCICE 1 : Analyse dimensionnelle

Le nombre de Bansen Ba est un nombre sans dimension utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert d'énergie thermique par radiation et le transfert par convection.
On le définit de la manière suivante :

$$Ba = \frac{h_r S}{F c_p}$$

Avec :
-h_r : le coefficient de transfert thermique par radiation
-S : la surface de transfert
-F : le débit massique
-c_p : la capacité thermique, qui représente la quantité d'énergie thermique que l'on doit transférer à un corps pour augmenter sa température. Sa valeur est donc l'énergie à apporter à un kilogramme de ce corps pour augmenter sa température d'un Kelvin.

(Source : Wikipédia)

Donnez l'unité de h_r.

On a les unités des différents paramètres :

$$[S] = m^2$$
$$[F] = kg.s^{-1}$$
$$[c_p] = J.K^{-1}.kg^{-1}$$

Sachant que :

$$[B_a] = \left[\frac{h_r S}{F c_p}\right] = 1$$

Donc on retrouve l'unité du coefficient de transfert thermique :

$$[h_r] = \left[\frac{F c_p}{S}\right] = \frac{(kg.s^{-1}).(J.K^{-1}.kg^{-1})}{m^2} = \frac{J.K^{-1}.s^{-1}}{m^2} = J.K^{-1}.s^{-1}.m^{-2}$$

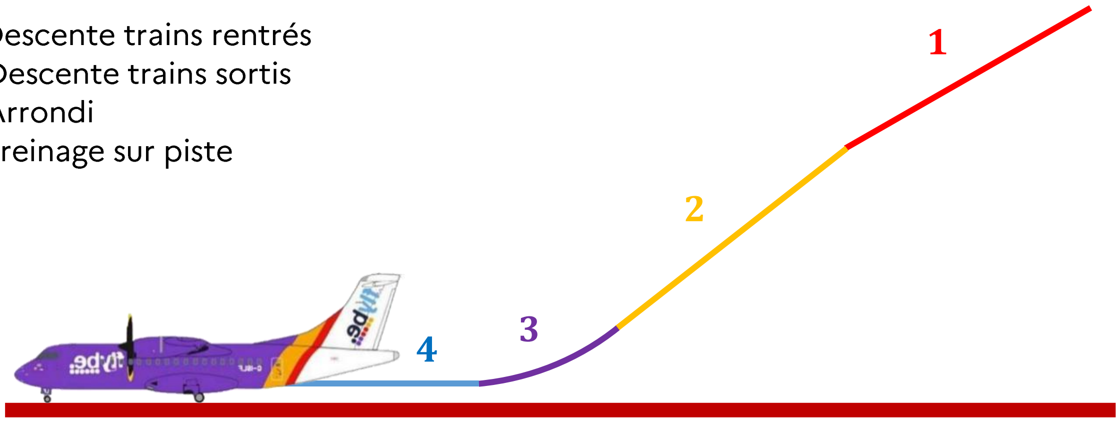
Ou :

$$[h_r] = W.K^{-1}.m^{-2}$$

EXERCICE 2 : Avion à l'atterrissage

On s'intéresse à l'atterrissage d'un avion de ligne type ATR 42.
Pour se faire, on décomposera l'étude en quatre phases :

1-Descente trains rentrés
2-Descente trains sortis
3-Arrondi
4-Freinage sur piste

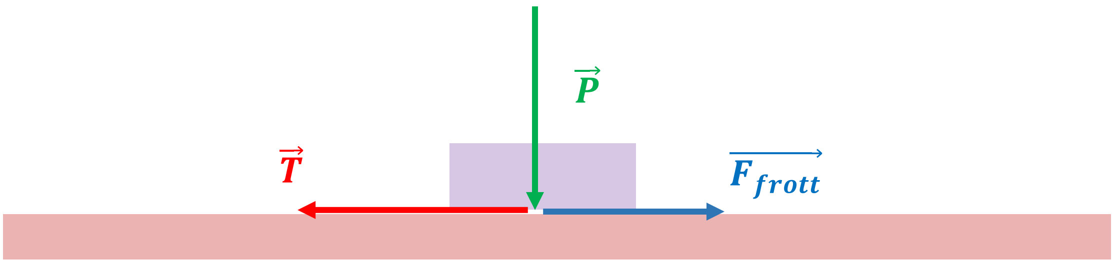


On dispose des données suivantes :

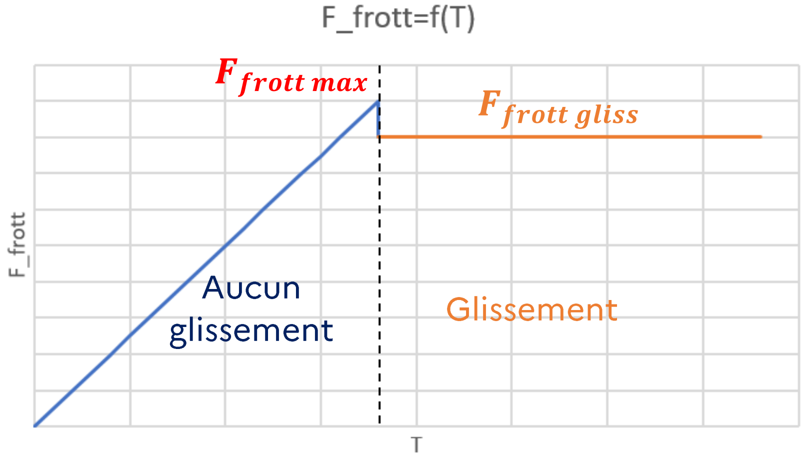
-Masse : $m = 10\ 000\ kg$
-Surface alaire : $S = 54{,}5\ m^2$
-Surface fuselage (vue de face) : $S_{fus} = 7\ m^2$
-Surface trains (vue de face) : $S_{trains} = 0{,}5\ m^2$
-Coefficient de trainée du fuselage : $C_{x\ fus} = 0{,}8$
-Coefficient de trainée des trains : $C_{x\ trains} = 1$
-Calage des ailes : $\varepsilon = 1{,}5°$
-Densité de l'air : $\rho = 1{,}225\ kg/m^3$

-Coefficient d'adhérence des roues au sol :
Le module de la force de frottement $\overrightarrow{F_{frott}}$ s'exerçant sur un objet d'un certain poids $\vec{P}$, soumis à une force qui le tracte $\vec{T}$, s'écrit :

$$F_{frott} = f.P$$



Avec le coefficient d'adhérence f. On a l'évolution de F_{frott} en fonction du module de la force tractrice $\vec{T}$:

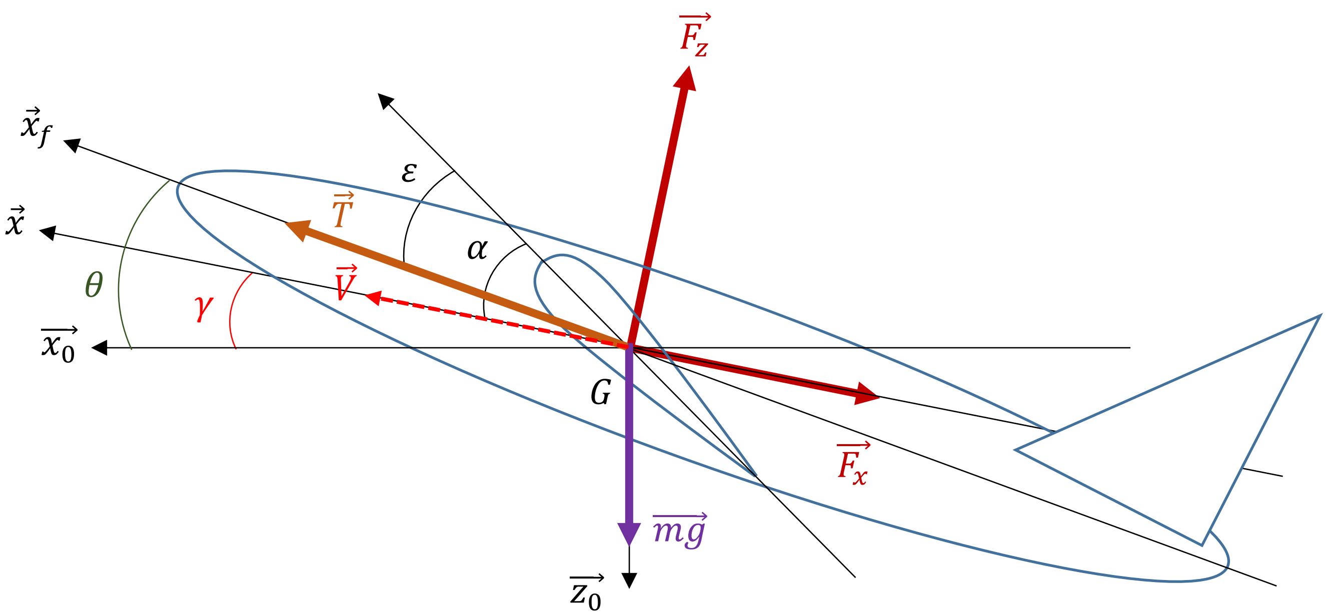


Tant que $T \leq F_{frott\,max} = f_s P$, l'objet ne glisse pas par rapport au sol.
Ensuite, $F_{frott} = F_{frott\,gliss} = f_c . P$
Pour la piste d'atterrissage dans notre exercice, on prendra $f_s = 0{,}9$ et $f_c = 0{,}8$.

On définit le bilan des forces, ainsi que les trois repères Terre, fuselage et air :

-Centre de gravité de l'avion : G
-Repère Terre R_0 : $(G, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$, l'axe $\overrightarrow{y_0}$ étant perpendiculaire à la feuille, et orienté vers la table
-Repère fuselage R_f : $(G, \overrightarrow{x_f}, \overrightarrow{y_f}, \overrightarrow{z_f})$, l'axe $\overrightarrow{y_f}$ étant confondu avec $\overrightarrow{y_0}$
-Repère air R : $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, l'axe $\vec{y}$ étant confondu avec $\overrightarrow{y_0}$

Les angles utilisés sont tous positifs sur le schéma ci-dessous, et sont appelés :
-Angle d'incidence de l'aile : α
-Angle de calage de l'aile : ε
-Assiette fuselage : θ
-Pente de la trajectoire : γ



On écrit les forces s'exerçant sur l'avion (que l'on suppose toutes s'appliquer en G) :
-La poussée des deux moteurs :

$$\vec{T} = T.\overrightarrow{x_f}$$

-Le poids de l'avion :

$$\overrightarrow{mg} = mg.\overrightarrow{z_0}$$

Avec $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

-La portance des ailes :

$$\overrightarrow{F_z} = -F_z.\vec{z} = -\frac{1}{2}\rho S V^2 C_z.\vec{z}$$

Avec :

$$C_z = A\alpha$$

Sachant que $A = 0{,}1\ deg^{-1}$.

-La trainée de l'avion trains sortis :

$$\overrightarrow{F_x} = -F_x.\vec{x} = -\left(F_{x\,aile} + F_{x\,fus} + F_{x\,trains}\right).\vec{x} = -\frac{1}{2}\rho V^2\left(SC_x + S_{fus}C_{x\,fus} + S_{trains}C_{x\,trains}\right).\vec{x}$$

Avec :

$$C_x = C_{x0} + kC_z^2$$

Sachant que $C_{x0} = 0{,}015$ et $k = 0{,}03$.

<u>Conventions :</u>

On écrira pour un vecteur $\vec{X}$ quelconque projeté dans le repère Terre :

$$\vec{X} = a_0\overrightarrow{x_0} + b_0\overrightarrow{y_0} + c_0\overrightarrow{z_0}$$

Soit sous forme matricielle :

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{pmatrix}_{R_0}$$

Pour la vitesse on définit le nom des coordonnées :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \\ V_{z0} \end{pmatrix}_{R_0}$$

Et on a :

$$\|\vec{V}\| = V = \sqrt{V_{x0}^2 + V_{y0}^2 + V_{z0}^2}$$

On écrira la dérivée du vecteur vitesse par rapport au repère Terre, projetée dans le repère Terre :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R_0}$$

I- Etablissement des équations

Nous allons étudier le mouvement de l'avion par rapport au sol en écrivant le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) projeté dans le repère Terre :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R_0} = (\overrightarrow{mg})_{R_0} + \left(\vec{F_z}\right)_{R_0} + \left(\vec{F_x}\right)_{R_0} + \left(\vec{T}\right)_{R_0}$$

Où par exemple $(\overrightarrow{mg})_{R_0}$ représente la projection du vecteur $\overrightarrow{mg}$ dans le repère Terre R_0.

a. Donnez l'expression de la projection de $\vec{V}$ dans le repère Terre sous forme matricielle $\left(\vec{V}\right)_{R_0}$.

On décompose simplement le vecteur vitesse dans le repère terrestre (rotation d'un angle γ) :

$$\vec{V} = V_{x0}\overrightarrow{x_0} + V_{y0}\overrightarrow{y_0} + V_{z0}\overrightarrow{z_0} = Vcos\gamma.\overrightarrow{x_0} - Vsin\gamma.\overrightarrow{z_0}$$

Ou sous forme matricielle :

$$\left(\vec{V}\right)_{R_0} = \begin{pmatrix} V_{x0} = Vcos\gamma \\ 0 \\ V_{z0} = -Vsin\gamma \end{pmatrix}_{R_0}$$

b. Ecrivez les équations données par le PFD.

On s'intéresse aux mouvements de l'avion dans le plan $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{z_0})$. On projette donc les équations du PFD suivant ces axes, ce qui nous donne deux équations :

$$m\frac{dV_{z0}}{dt} = mg - Tsin\theta - F_z cos\gamma + F_x sin\gamma \quad (1)$$

$$m\frac{dV_{x0}}{dt} = Tcos\theta - F_z sin\gamma - F_x cos\gamma \quad (2)$$

c. Donnez la relation qui lie les angles $\alpha, \varepsilon, \gamma$ et θ.

D'après le schéma donné en introduction, on a la relation qui lie les angles :

$$\theta + \varepsilon = \alpha + \gamma \quad (3)$$

<u>Remarque :</u>

On complète donc notre système d'équations avec :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 C_z \quad (4)$$

$$F_x = \frac{1}{2}\rho V^2\left(SC_x + S_{fus}C_{x\,fus} + S_{trains}C_{x\,trains}\right) \quad (5)$$

$$V_{x0} = V cos\gamma \quad (6)$$
$$V_{z0} = -V sin\gamma \quad (7)$$

On a ainsi 7 équations pour 7 inconnues : $T, F_z, F_x, \theta, \alpha, V, \gamma$.

II- Descente trains rentrés

L'avion suit une trajectoire rectiligne et le pilote sait, d'après les indications à bord, que les composantes de vitesse par rapport au sol sont constantes et valent :

$$V_{x0} = 250\ km/h \text{ et } V_{z0} = 10\ km/h$$

a. Donnez la valeur de γ **en vous aidant du tableau du cosinus et sinus donné en annexe**.

On sait que :

$$V_{x0} = V cos\gamma \quad (6)$$
$$V_{z0} = -V sin\gamma \quad (7)$$

Donc :

$$\sqrt{V_{x0}^2 + V_{z0}^2} = V$$

Soit :

$$V = \sqrt{250^2 + 10^2} = 250{,}199\ km/h$$

Ensuite :

$$cos\gamma = \frac{V_{x0}}{V} = \frac{250}{250{,}199} = 0{,}999$$
$$sin\gamma = -\frac{V_{z0}}{V} = -\frac{10}{250{,}199} = -0{,}040$$

Ce qui correspond, grâce au tableau, à $\gamma = -0{,}04$.

Donc la pente vaut :

$$\gamma = -0{,}04\frac{360}{2\pi} = -2{,}29°$$

b. En reprenant les équations du PFD, et en supposant que les composantes projetées sur l'axe vertical terrestre de la trainée F_x et de la poussée des moteurs T sont négligeables, calculez l'incidence α des ailes.

L'équation du PFD selon l'axe $\overrightarrow{z_0}$ (à l'équilibre : $V_{z0} = cste$) s'écrit, avec ces simplifications :

$$0 = mg - Tsin\theta - F_z cos\gamma + F_x sin\gamma \approx mg - F_z cos\gamma \quad (1)$$

Donc :

$$F_z = \frac{mg}{cos\gamma} = \frac{10\ 000.9{,}81}{0{,}999} = 98\ 178\ N$$

Ensuite, pour déterminer l'incidence des ailes, on utilise la formule de portance :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 C_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 A\alpha \quad (4)$$

Avec :

$$A = 0{,}1\ deg^{-1}$$

Soit une incidence :

$$\alpha = \frac{2F_z}{\rho S V^2 A} = \frac{2.98\ 178}{1{,}225.54{,}5\left(\frac{250}{3{,}6}\right)^2 0{,}1} = 6{,}09°$$

c. En déduire l'assiette θ de l'avion.

On utilise la formule reliant tous les angles :

$$\theta + \varepsilon = \alpha + \gamma \quad (3)$$

Pour trouver l'assiette de l'avion :

$$\theta = \alpha + \gamma - \varepsilon = 6{,}09 - 2{,}29 - 1{,}5 = 2{,}3°$$

d. Calculez la trainée de l'avion.

On utilise la formule de la trainée trains rentrés :

$$F_x = \frac{1}{2}\rho V^2 (SC_x + S_{fus} C_{x\,fus}) \quad (5)$$

Avec :

$$C_x = C_{x0} + kC_z^2$$

Sachant que $C_{x0} = 0{,}015$ et $k = 0{,}03$.

Ainsi :

$$C_x = 0{,}015 + 0{,}03.(0{,}1.6{,}09)^2 = 0{,}026$$

Et donc :

$$F_x = \frac{1}{2}1{,}225.\left(\frac{250}{3{,}6}\right)^2 (54{,}5.0{,}026 + 7.0{,}8) = 4\,212 + 16\,568 = 20\,780\ N$$

e. En déduire la poussée T des moteurs.

On utilise la dernière équation de notre système, qui est l'équation du PFD selon l'axe $\overrightarrow{x_0}$ (en sachant que l'avion est à l'équilibre : $V_{x0} = cste$) :

$$0 = Tcos\theta - F_z sin\gamma - F_x cos\gamma \quad (2)$$

Soit une poussée :

$$T = \frac{F_z sin\gamma + F_x cos\gamma}{cos\theta} = \frac{98\,178.(-0{,}039) + 20\,780.0{,}999}{cos\left(2{,}3\frac{2\pi}{360}\right)} = 16\,853\ N$$

III- Descente trains sortis

Le pilote sort les trains, mais ne modifie pas la poussée des moteurs. Il laisse l'avion se stabiliser de nouveau à une nouvelle vitesse.

On a désormais :

$$V_{x0} = 220\ km/h \text{ et } V_{zf} = 30\ km/h$$

a. Calculez la nouvelle incidence des ailes.

Tout d'abord, on doit nécessairement calculer la pente de l'avion puisqu'elle intervient dans toutes les formules qui nous permettent de trouver l'incidence des ailes. Donc on utilise :

$$V_{x0} = Vcos\gamma \quad (6)$$

$$V_{z0} = -Vsin\gamma \quad (7)$$

Ainsi :

$$\sqrt{V_{x0}^2 + V_{z0}^2} = V$$

Soit :

$$V = \sqrt{220^2 + 30^2} = 222{,}036\ km/h$$

Ensuite :

$$cos\gamma = \frac{V_{x0}}{V} = \frac{220}{222{,}036} = 0{,}991$$

$$sin\gamma = -\frac{V_{z0}}{V} = -\frac{30}{222{,}036} = -0{,}135$$

Ce qui correspond, grâce au tableau, à $\gamma = -0{,}135$.

Donc la pente de l'avion est :

$$\gamma = -0{,}135\frac{360}{2\pi} = -7{,}77°$$

Ensuite, si l'on utilise la formule reliant les angles (3), on doit connaitre l'assiette pour trouver l'incidence, ce qui complexifie le calcul.

Mais si l'on utilise le PFD selon l'axe vertical (1), en supposant toujours que les projections de poussée et trainée sont faibles par rapport à celles du poids et de la portance, on a directement :

$$0 \approx mg - F_z cos\gamma \quad (1)$$

Soit :

$$F_z = \frac{mg}{cos\gamma} = \frac{10\,000.9{,}81}{0{,}991} = 99\,008\ N$$

Et ensuite on a :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 A\alpha \quad (4)$$

Soit une incidence :

$$\alpha = \frac{2F_z}{\rho S V^2 A} = \frac{2.99\,008}{1{,}225.54{,}5\left(\frac{222}{3{,}6}\right)^2 0{,}1} = 7{,}8°$$

b. Calculez la trainée de l'avion, ainsi que la poussée affichée par les moteurs.

On calcule la trainée en considérant cette fois la trainée additionnelle due aux trains sortis :

$$F_x = \frac{1}{2}\rho V^2\left(SC_x + S_{fus}C_{xfus} + S_{trains}C_{x\,trains}\right)$$

Avec :

$$C_x = 0{,}015 + 0{,}03.(0{,}1)^2.(7{,}8)^2 = 0{,}033$$

Soit :

$$F_x = \frac{1}{2}1{,}225.\left(\frac{168}{3{,}6}\right)^2(54{,}5.0{,}033 + 7.0{,}8 + 0{,}5.1) = 4\,221 + 13\,048 + 1\,165 = 18\,433\ N$$

Enfin on utilise l'équation du PFD suivant l'axe horizontal pour trouver la poussée :

$$0 = T cos\theta - F_z sin\gamma - F_x cos\gamma \quad (2)$$

Avec :

$$\theta + \varepsilon = \alpha + \gamma \quad (3)$$

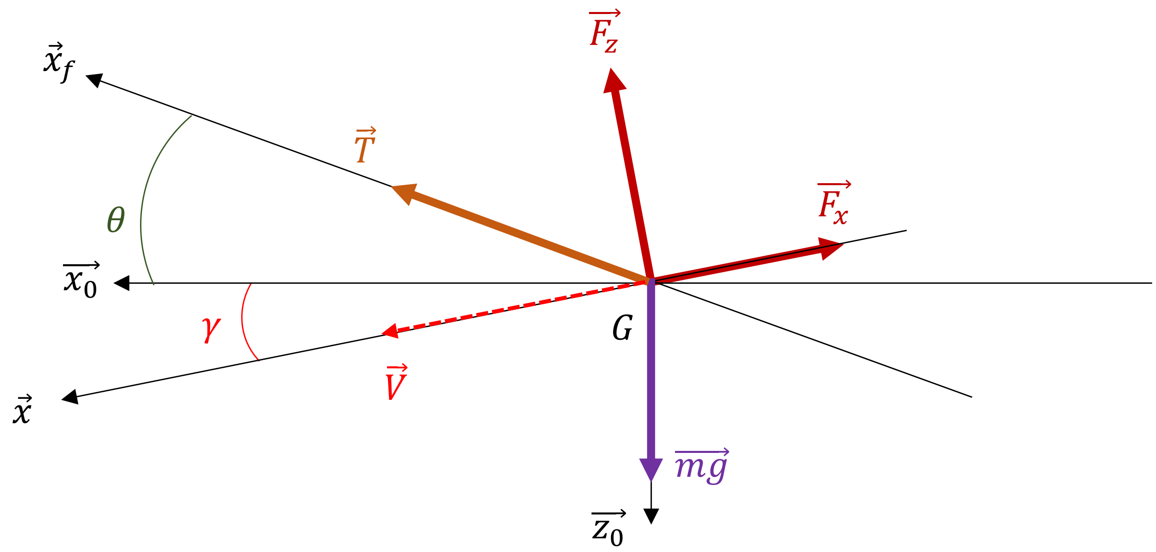
$$\theta = \alpha + \gamma - \varepsilon = 6{,}09 - 7{,}77 - 1{,}5 = -1{,}47°$$

Soit :

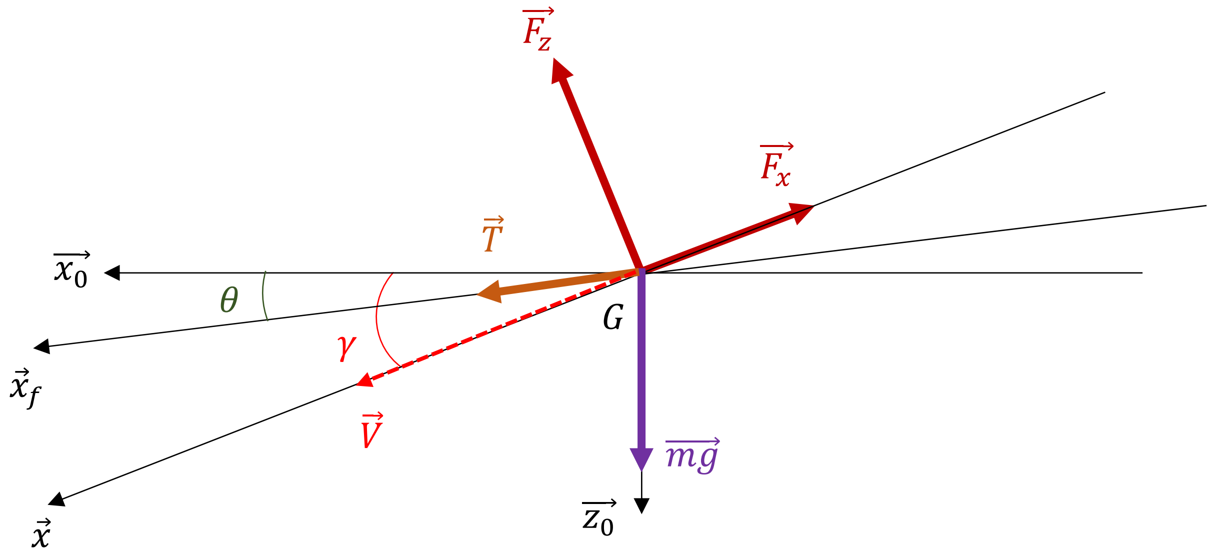
$$T = \frac{F_z sin\gamma + F_x cos\gamma}{cos\theta} = \frac{99\,008.(-0{,}135) + 18\,433.0{,}991}{cos\left(-1{,}47\frac{2\pi}{360}\right)} = 4\,889\ N$$

c. Faites un bilan rapide des résultats obtenus dans les cas sans et avec trains.
   Expliquez brièvement comment les forces s'organisent pour assurer l'équilibre de l'avion dans chaque cas.

On peut faire les schémas des forces (pas à l'échelle) avec et sans trains :



Sans trains



Avec trains

Dans les deux cas nous avons :

V	γ	α	θ	T	F_z	F_x
$250\ km/h$	$-2{,}29°$	$6{,}09°$	$2{,}3°$	$16\ 853\ N$	$98\ 178\ N$	$20\ 780\ N$
$222\ km/h$	$-7{,}77°$	$7{,}8°$	$-1{,}47°$	$4\ 889\ N$	$99\ 008\ N$	$18\ 433\ N$

Les angles :

Puisque la vitesse verticale augmente et la vitesse horizontale diminue, la pente augmente (en descente), mais la différence de vitesse entre trains rentrés et sortis ne nécessite pas une variation importante d'incidence des ailes, d'où le fait que l'assiette soit devenue à piquer.

Suivant l'axe horizontal terrestre :

La vitesse de l'avion diminue à la sortie des trains, ce qui entraine une diminution de la trainée du fuselage ($F_{x\,fus}$: $16\ 570 \rightarrow 13\ 050\ N$), et ce qui oblige les ailes à voir leur incidence légèrement augmenter pour toujours contrer le poids. Globalement la trainée des ailes reste stable entre la perte de vitesse et la prise d'incidence ($F_{x\,ailes}$: $4\ 210 \rightarrow 4\ 220\ N$).

Les trains sortis ajoutent une trainée de $F_{x\,trains} = 1\ 165\ N$.

Globalement la trainée de l'avion diminue à cause de la baisse de trainée fuselage entrainée par la réduction de vitesse.

De plus, l'assiette étant plus à piquer, la portance des ailes génèrent un effort plus vers l'avant, ainsi il apparait que l'équilibre des forces selon l'axe horizontal terrestre s'établit pour une poussée moteurs beaucoup plus faible qu'avant.

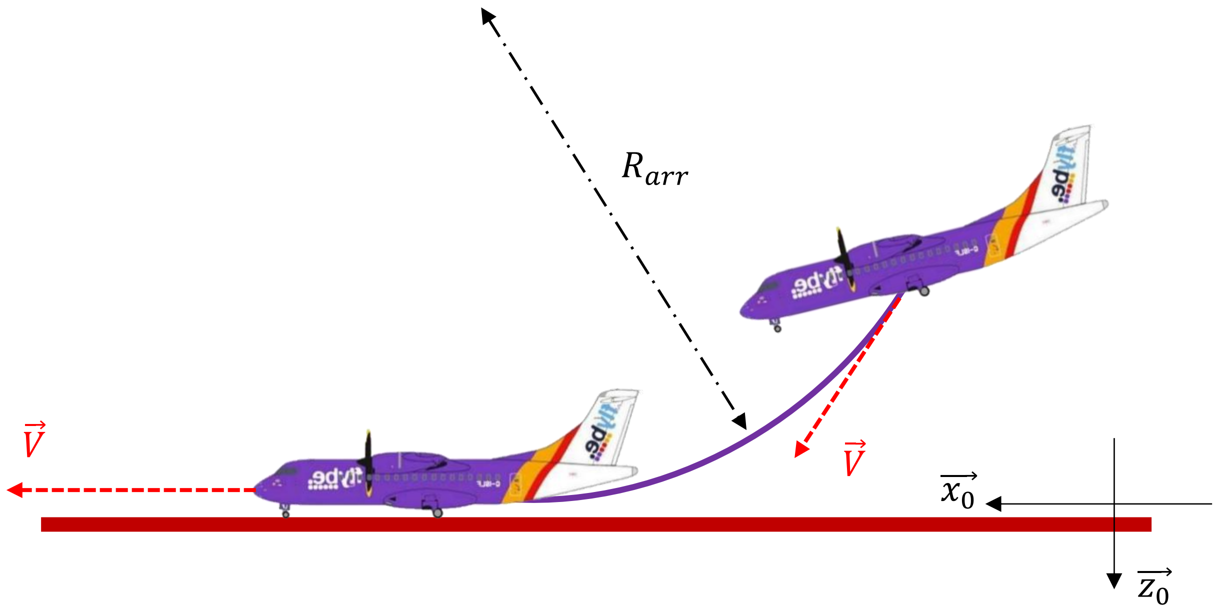
Suivant l'axe vertical terrestre :

La trainée diminue mais elle est plus orientée vers le haut, tandis que la poussée des moteurs diminue mais est plus orientée vers le bas. Finalement, l'équilibre des forces suivant l'axe vertical s'obtient pour une portance à peu près égale.

IV- Arrondi

On suppose que lors de l'arrondi (trajectoire circulaire de rayon $R_{arr} = 2\,000\,m$), la vitesse de l'avion est constante et vaut la vitesse totale précédemment calculée moins $50\,km/h$ (décélération due à la sortie d'aérofreins).

Le pilote débute son arrondi avec la pente précédemment calculée (trains sortis), et le termine lorsque l'avion est complètement posé au sol.



a. Calculez la durée de l'arrondi t_{arr}.

On a la formule qui relie vitesse linéaire et vitesse de rotation pour une trajectoire circulaire :

$$V = R_{arr}\frac{d\gamma}{dt} = R_{arr}\frac{\Delta\gamma}{t_{arr}} = R_{arr}\frac{-\gamma}{t_{arr}}$$

La pente au début de l'arrondi vaut $\gamma = -7{,}77°$ et à la fin $0°$. Le temps que met l'avion pour effectuer l'arrondi (parcourir la distance $-R_{arr}\gamma$) est t_{arr}.

Soit :

$$t_{arr} = R_{arr}\frac{-\gamma}{V} = 2\,000\frac{7{,}77\frac{2\pi}{360}}{\frac{222-50}{3{,}6}} = 5{,}67\ s$$

b. Déterminez l'incidence des ailes au cours de l'arrondi (on supposera la pente faible : $cos\gamma \approx 1$ et on néglige l'influence des moteurs).

On s'intéresse au mouvement de l'avion dans le repère air (R) cette fois. Il faut donc écrire le PFD comme suit :

$$m\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R} = (\overrightarrow{mg})_R + \left(\overrightarrow{F_z}\right)_R + \left(\overrightarrow{F_x}\right)_R + \left(\vec{T}\right)_R$$

Avec la composition des accélérations :

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R_0}^{R} = \left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{R}^{R} + \overrightarrow{\Omega_{R/R_0}} \wedge \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_R = \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{d\gamma}{dt} \\ 0 \end{pmatrix}_R \wedge \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -V\frac{d\gamma}{dt} \end{pmatrix}_R$$

Ce terme correspond en fait à l'accélération d'inertie d'entrainement représentant la force centrifuge.

Donc, suivant l'axe verticale $\vec{z}$ on a :

$$-mV\frac{d\gamma}{dt} = mg.cos\gamma - F_z - Tsin(\gamma - \theta) \approx mg - F_z$$

$$F_z = mg + mV\frac{d\gamma}{dt}$$

$$\frac{1}{2}\rho S V^2 C_z = mg + mV\left(\frac{-\gamma}{t_{arr}}\right)$$

$$\alpha = \frac{2}{\rho S V^2 A}\left[mg + mV\left(\frac{-\gamma}{t_{arr}}\right)\right]$$

Soit finalement :

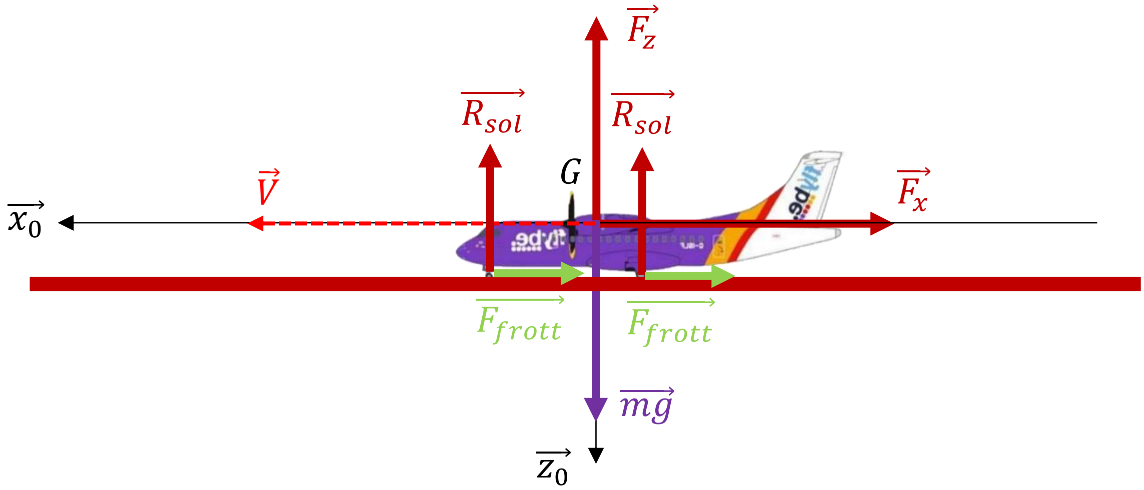
$$\alpha = \frac{2}{1{,}225.54{,}5.\left(\frac{222-50}{3{,}6}\right)^2 0{,}1}\left[10\,000.9{,}81 + 10\,000.\left(\frac{222-50}{3{,}6}\right)\left(\frac{-7{,}77\frac{2\pi}{360}}{5{,}67}\right)\right] = 14{,}37°$$

V- Freinage sur piste

Une fois sur la piste, le pilote coupe la poussée des moteurs et rentre les aérofreins.

a. Faites un schéma avec le bilan des forces, une fois que l'avion est en train de freiner sur la piste (le pilote actionne les freins). On considérera que le train d'atterrissage de l'avion est constitué de trois roues (une à l'avant, deux à l'arrière : on supposera une répartition du poids égale entre chaque roue).

On a le schéma suivant :



La portance est remplacée petit à petit par la réaction du sol. L'incidence des ailes est égale au calage ε.

b. Calculez la portance des ailes au début de la décélération et justifiez que l'on puisse la négliger dans notre étude.

On a la portance au début de la décélération qui vaut :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 A\alpha$$

En sachant que :

$$\alpha = \varepsilon = 1{,}5°$$

$$V = 222 - 50 = 172\ km/h$$

Donc :

$$F_z = \frac{1}{2}1{,}225.54{,}5.\left(\frac{172}{3{,}6}\right)^2.0{,}1.1{,}5 = 11\ 435\ N$$

Comparée au poids :

$$mg = 10\,000.9{,}81 = 98\,100\ N$$

On pourra simplifier notre étude en considérant qu'elle est négligeable, d'autant plus que la vitesse va diminuer au cours de la décélération, donc la portance aussi…

c. Donnez l'expression de la force de frottement $\overrightarrow{F_{frott}}$ s'exerçant sur chaque roue en fonction du poids de l'avion et du coefficient d'adhérence des roues au sol.

Chaque roue supporte le tiers du poids de l'appareil, et est donc soumise à une force de frottement orientée vers l'arrière, et de norme :

$$F_{frott} = f.R_{sol} = f.\frac{mg}{3}$$

Soit :

$$\overrightarrow{F_{frott}} = -f.\frac{mg}{3}\overrightarrow{x_0}$$

d. Donnez l'équation différentielle régissant l'évolution de la vitesse V. Est-il possible de la résoudre simplement ? Pourquoi ?

On écrit le PFD suivant l'axe horizontal terrestre :

$$m\frac{dV}{dt} = -F_x + 3F_{frott} = -\left(F_{x\,aile} + F_{x\,fus} + F_{x\,trains}\right) - f.mg$$

Soit :

$$m\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2}\rho V^2\left(SC_x + S_{fus}C_{xfus} + S_{trains}C_{x\,trains}\right) - f.mg$$

Qui est donc une équation différentielle de la forme :

$$m\frac{dV}{dt} = -k_2V^2 + k_1$$

Avec k_2 et k_1 des constantes.

On a un terme en V^2, ce qui signifie que l'équation n'est pas linéaire et donc simple à résoudre.

e. On se propose de simplifier le terme de trainée. On va faire l'approximation que la dépendance en V est linéaire : $F_x = KV$ avec K une constante.
Calculez la trainée de l'avion au tout début de la décélération. En déduire la valeur de K (et son unité) la plus cohérente pour notre étude.

On a la trainée de l'avion au début de la décélération qui vaut :

$$F_x = \frac{1}{2}\rho V^2 \left(SC_x + S_{fus}C_{xfus} + S_{trains}C_{x\,trains}\right)$$

Avec :

$$C_x = 0{,}015 + 0{,}03.(0{,}1)^2.(1{,}5)^2 = 0{,}016$$

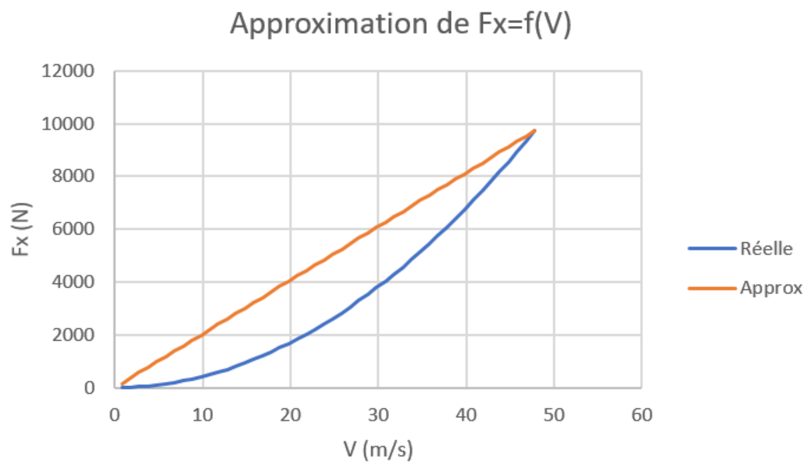
Donc :

$$F_x = \frac{1}{2}1{,}225.\left(\frac{172}{3{,}6}\right)^2 (54{,}5.0{,}016 + 7.0{,}8 + 0{,}5.1) = 9\,727\ N$$

Donc on calcule la constante K :

$$K = \frac{F_x}{V} = \frac{9\,727}{\frac{172}{3{,}6}} = 203{,}55\ kg.s^{-1}$$

Graphiquement cela donne :



f. On considère que le pilote freine de telle sorte que les roues soient bloquées tout le temps de la décélération.
Calculez le temps de freinage.

Tant que l'avion n'est pas complètement arrêté (vitesse nulle), les roues (bloquées) glissent par rapport au sol ($f = f_c$) et on a le PFD suivant l'horizon :

$$m\frac{dV}{dt} = -KV - f_c.mg$$

$$\frac{dV}{dt} + \frac{K}{m}V = -f_c g$$

Soit :

$$V(t) = k_1 e^{-\frac{K}{m}t} + k_2$$

En sachant que :

$$V(t=0) = V \rightarrow k_1 + k_2 = V$$

Et :

$$\lim_{t\to+\infty} V(t) = k_2 = -\frac{f_c.mg}{K}$$

Donc :

$$k_1 = V + \frac{f_c.mg}{K}$$

Et finalement :

$$V(t) = \left(V + \frac{f_c.mg}{K}\right)e^{-\frac{K}{m}t} - \frac{f_c.mg}{K}$$

Remarque :

La vitesse tend vers une valeur négative $\left(-\frac{f_c.mg}{K}\right)$. Cela vient du fait que l'écriture de notre équation n'est plus bonne dès lors que l'avion est arrêté, puisque la force de frottement s'annule à ce moment.

D'après notre équation, la force de frottement $-f_c.mg$ (qui ne dépend pas de la vitesse) fait reculer l'avion après que ce dernier s'est arrêté.

La trainée augmente alors en sens opposé (dirigée selon $\vec{x}$), jusqu'à une valeur telle qu'elle compense la force de frottement (toujours dirigée selon $-\vec{x}$). Cette valeur est atteinte pour une vitesse de $-\frac{f_c.mg}{K}$.

D'après notre équation, la vitesse passe par 0 pour le temps t tel que :

$$V(t) = 0 = \left(V + \frac{f_c.mg}{K}\right)e^{-\frac{K}{m}t} - \frac{f_c.mg}{K}$$

Soit :

$$e^{-\frac{K}{m}t} = \frac{\frac{f_c.mg}{K}}{V + \frac{f_c.mg}{K}}$$

$$e^{\frac{K}{m}t} = \frac{V + \frac{f_c.mg}{K}}{\frac{f_c.mg}{K}}$$

$$\frac{K}{m}t = ln\left(\frac{V + \frac{f_c.mg}{K}}{\frac{f_c.mg}{K}}\right) = ln\left(\frac{KV}{f_c.mg} + 1\right)$$

Soit :

$$t = \frac{m}{K} ln\left(\frac{KV}{f_c.mg} + 1\right) = \frac{10\,000}{203{,}55} ln\left(\frac{203{,}55.\left(\frac{172}{3{,}6}\right)}{0{,}8.10\,000.9{,}81} + 1\right) = 5{,}7\ s$$

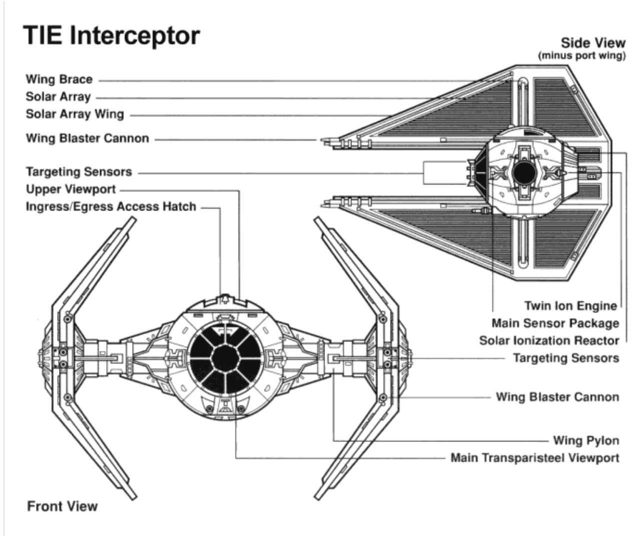
Plus la vitesse de l'avion est importante, plus le temps de freinage est grand. Conclusion inverse si c'est le coefficient d'adhérence qui est important.
S'il est en revanche plus difficile de conclure simplement avec la masse ou la trainée de l'avion d'après notre formule, le bon sens nous indique qu'une augmentation de masse va augmenter le temps de freinage (inertie plus importante), à l'inverse d'une augmentation de trainée.
Il est à noter que si le pilote freine de telle manière qu'il est en limite de blocage des roues, le coefficient d'adhérence au sol est plus important, donc il est possible d'augmenter encore l'efficacité du freinage et donc diminuer le temps d'arrêt de l'avion.

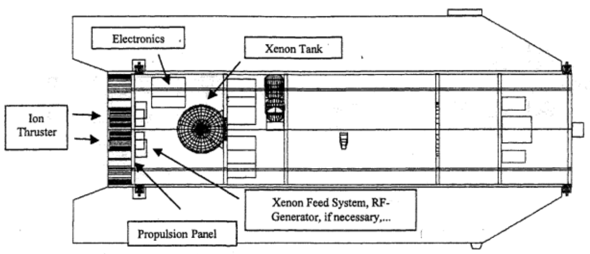
Annexe :

x	cos(x)	sin(x)
-0,05	0,999	-0,050
-0,049	0,999	-0,049
-0,048	0,999	-0,048
-0,047	0,999	-0,047
-0,046	0,999	-0,046
-0,045	0,999	-0,045
-0,044	0,999	-0,044
-0,043	0,999	-0,043
-0,042	0,999	-0,042
-0,041	0,999	-0,041
-0,04	0,999	-0,040
-0,039	0,999	-0,039
-0,038	0,999	-0,038
-0,037	0,999	-0,037
-0,036	0,999	-0,036
-0,035	0,999	-0,035
-0,034	0,999	-0,034
-0,033	0,999	-0,033
-0,032	0,999	-0,032
-0,031	1,000	-0,031
-0,03	1,000	-0,030

x	cos(x)	sin(x)
-0,146	0,989	-0,145
-0,145	0,990	-0,144
-0,144	0,990	-0,144
-0,143	0,990	-0,143
-0,142	0,990	-0,142
-0,141	0,990	-0,141
-0,14	0,990	-0,140
-0,139	0,990	-0,139
-0,138	0,990	-0,138
-0,137	0,991	-0,137
-0,136	0,991	-0,136
-0,135	0,991	-0,135
-0,134	0,991	-0,134
-0,133	0,991	-0,133
-0,132	0,991	-0,132
-0,131	0,991	-0,131
-0,13	0,992	-0,130
-0,129	0,992	-0,129
-0,128	0,992	-0,128
-0,127	0,992	-0,127
-0,126	0,992	-0,126
-0,125	0,992	-0,125

EXERCICE 3 : TIE (non) Fighter





Le satellite GOCE de l'agence spatiale européenne, propulsé par deux propulseurs ioniques (***T**win **I**on **T**hrusters*), était l'engin orbital le plus stylé et le plus ressemblant au célèbre chasseur (***T**win **I**on **E**ngines*) de l'Empire dans la non-moins célèbre fiction de George Lucas.

Le « ***G**ravity field and steady-state **O**cean **C**irculation **E**xplorer* » (prononcer [Go-ché], à l'italienne), était prévu pour effectuer un vol propulsé pendant 15000 heures (environ 20 mois) à 260 km d'altitude en moyenne en orbite ~polaire, dans la *thermosphère.* La traînée de ce satellite profilé est par construction minimisée, mais pas nulle. Une fois son Xénon épuisé en 2013, sa chute a pris un mois seulement pour finir par se désintégrer comme une étoile filante en quelques minutes.

Données :

Masse totale en début de mission : 1100 kg
Masse de fluide propulsif (Xe) : 40 kg
Poussée maximale du propulseur ionique : 35 mN

1) Sachant que la traînée aérodynamique de GOCE varie entre 4 et 12 mN, calculez pour la poussée maximale les accélérations maximale/minimale/moyenne et justifiez l'approximation qui consiste à considérer la masse comme constante en moyenne à 1080 kg.

On fait un calcul d'*extrema* en faisant le bilan des forces et l'accélération qui en résulte :

$$\sum F = T_{max} - D = ma \leftrightarrow a = \frac{T_{max} - D}{m}$$

Où T représente la poussée maximale et D la trainée de GOCE.

Il en ressort que :

$$a_{max} = \frac{T_{max} - D_{min}}{m_{min}} = \frac{2.35.10^{-3} - 4.10^{-3}}{1060} = 6{,}226.10^{-5}\ m.s^{-2}$$

$$a_{min} = \frac{T_{max} - D_{max}}{m_{max}} = \frac{2.35.10^{-3} - 12.10^{-3}}{1100} = 5{,}273.10^{-5}\ m.s^{-2}$$

$$a_{moy} = \frac{T_{max} - D_{moy}}{m_{moy}} = \frac{2.35.10^{-3} - 8.10^{-3}}{1080} = 5{,}741.10^{-5}\ m.s^{-2}$$

Ainsi on peut calculer l'écart relatif entre valeurs maximale/moyenne et valeurs minimale/moyenne :

$$\epsilon_{max-moy} = \frac{6{,}226 - 5{,}741}{5{,}741} 100 = 8{,}45\ \%$$

$$\epsilon_{min-moy} = \frac{5{,}273 - 5{,}741}{5{,}741} 100 = -8{,}15\ \%$$

On est ainsi capables de prévoir les accélérations instantanées à moins de 10% près, ce qui semble tout à fait acceptable pour une phase d'avant-projet (jugement d'ingénieur, la réponse est dans la question en fait…).

2) Ce propulseur utilise de l'énergie électrique pour ioniser et accélérer une masse de gaz propulsif (Xénon ici) et provoquer une réaction en retour (le gaz n'est donc pas le « carburant » au sens courant du terme). Au banc d'essais on a mesuré la poussée dans le quasi-vide, la consommation de Xénon, la consommation électrique et la vitesse d'éjection du Xénon ionisé (pour 1 propulseur) :

Poussée (N)	Débit massique (kg/s)	Puissance électrique fournie (W)	Vitesse d'éjection (m/s)
2,50E-003	3,50E-007	100	7142
5,00E-003	5,00E-007	170	10000
6,00E-003	5,25E-007	200	11428
1,20E-002	5,50E-007	380	21818

En calculant la puissance du jet de gaz ionisé, calculez l'évolution du rendement énergétique η (ou efficience) en fonction du niveau de poussée.

En déduire la tendance et le point de fonctionnement préférentiel (toute considération opérationnelle mise de côté).

La puissance du jet est :

$$P_{jet} = Poussee.V_{ejection}$$

Et le rendement énergétique (par rapport à l'énergie électrique dépensée), on a :

$$\eta = \frac{P_{jet}}{P_{elec}}$$

On trouve dans l'ordre pour chaque poussée : $18\ \%, 29\ \%, 34\ \%$ et $69\ \%$.

Il vaut mieux être à des consignes de poussée élevées. **On préfèrera donc rester à $12\ mN$ de poussée pour les opérations**.

Remarque :

Le débit massique est surnuméraire comme information, mais on peut vérifier que la poussée est égale au débit multiplié par la vitesse d'éjection.

3) Bilan énergétique sur la mission.

1. Sachant que la vitesse du satellite par rapport au repère géocentrique (sans tenir compte de la rotation de la terre donc) sur son orbite circulaire peut s'écrire $V_{ORB} = R_0\sqrt{\frac{g_0}{R_0+h}}$ où R_0 est le rayon de la terre (6378 km), h l'altitude du satellite (260 km) et g_0 l'accélération de la pesanteur au niveau du sol ($g_0 = 9{,}81\ m.s^{-2}$), calculez l'énergie dépensée pour contrer la traînée de GOCE sur la durée de la mission en considérant l'hypothèse la plus pessimiste.

On peut déjà calculer la valeur de la vitesse avec la formule :

$$V_{ORB} = 6378.10^3\sqrt{\frac{9{,}81}{6378.10^3 + 260.10^3}} = 7753\ m.s^{-1}(= 7{,}75\ km.s^{-1})$$

Donc pour une traînée de $12\ mN$, on a :

$$P_{utile} = 7753.12.10^{-3} = 93\ W$$

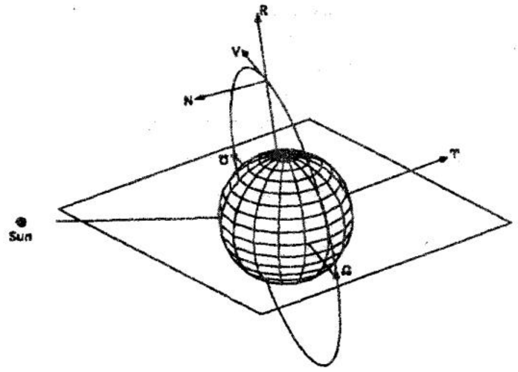
Ce qui, sur une mission de $15000\ h$ donne une dépense énergétique en Joules ($W.s$) de :

$$E_{trainee} = 93.15000.3600 = 5\ 022\ 000\ 000\ J = 5.10^9\ J$$

Soit l'équivalent du pouvoir calorifique de $120\ kg$ de pétrole brûlé avec son comburant.

Remarque :

S'il on compare avec la puissance de jet à $12\ mN$, on trouve $P_{jet} = 262\ W$ pour une puissance électrique consommée $P_{elec} = 380\ W$ et non $93\ W$ comme calculé d'après l'énergie mécanique du véhicule. Dans ces conditions, le rendement global du propulseur n'est pas de 69 %, mais de $\frac{93}{380}100 =\ 24{,}5\ \%$ seulement, c'est à dire que près de trois quarts de la consommation électrique concernerait l'alimentation des servitudes, vannes, régulateurs, conditionnement divers.



2. Calculer l'énergie totale de GOCE sur son orbite polaire par rapport au repère géocentrique ci-dessus (on supposera que l'on a toujours $g = g_0 = 9{,}81\ m.s^{-2}$ pour le calcul de l'énergie potentielle).

Dans le repère géocentrique, on a l'énergie totale :

$$E_t = E_c + E_p = \frac{1}{2}mV_{ORB}^2 + mg(R_0 + h) = \frac{1}{2}1080.7753^2 + 1080.9{,}81.(6378 + 260).10^3$$

$$= 32.10^9 + 70.10^9 = 102.10^9\ J$$

Un tiers de l'énergie concerne l'énergie cinétique et les deux tiers restants concerne l'énergie potentielle de pesanteur.

3. Dans le bilan énergétique de la **mission**, calculez la part apportée par le lanceur pour placer l'engin sur son orbite.
Puis, estimez sur la durée prévue de la mission la part relative apportée par le satellite pour vaincre la traînée résiduelle (considérez cette énergie comme 100% embarquée sous une forme ou une autre).
Commentez par rapport au couple altitude moyenne/vitesse choisie.

Si le lanceur fournie l'énergie $\frac{1}{2}mV_{ORB}^2 + mgh$, il « resterait » donc $\Delta E_t = mgR_0$ à la charge de Goce ?

Non puisque le site de lancement ne se situe pas au centre de la terre…

L'énergie communiquée par le lanceur est bien :

$$E_{lanceur} = \frac{1}{2}mV_{ORB}^2 + mgh = \frac{1}{2}1080.7753^2 + 1080.9{,}81.260.10^3 = 35.10^9\ J$$

Soit le tiers de ce que l'on avait avant par ce simple changement de repère, avec une énergie cinétique prépondérante cette fois (l'atmosphère n'est pas bien épaisse…).

Cette valeur est à mettre en regard des $5.10^9\ J$ consommés en traînée aérodynamique trouvés à la question 3.1).

Au global, l'énergie totale de GOCE dans le repère géocentrique n'est pas le bilan énergétique de la mission, qui est la somme de l'énergie apportée par le lanceur et de celle apportée par le satellite (en fait par le soleil pour l'énergie et le satellite pour la matière à éjecter grâce à cette énergie et provoquer une réaction).

Le bilan énergétique de la mission s'élève donc à :

$$E_{lanceur} + E_{trainee} = (35 + 5).10^9 = 40.10^9\ J$$

La part nécessaire pour vaincre la traînée orbitale s'élève donc à $\frac{5}{40}100 = 12{,}5\%$.

Ce n'est pas négligeable au sens mathématique, mais ça reste raisonnable pour l'altitude/traînée moyenne choisie. Même si l'énergie provient du soleil, le fluide propulsif (Xenon) doit quand même être apporté. Au moins à cette [altitude ; vitesse orbitale] = [$260\ km$; $7{,}75\ km/s$] on ne doit pas à fournir à nouveau un effort énergétique comparable à l'investissement initial une fois en orbite, pas même une fraction significative de cet effort. On ne peut pas préjuger du bilan énergétique de la traînée si l'on volait plus bas avec les données du problème, mais déjà à $12{,}5\ \%$ on n'a pas nécessairement envie d'atteindre $15, 20$ ou $25\ \%$...

Remarque :

Le vol sur une orbite elliptique de Gagarine passait de $327\ km$ à l'apogée à $181\ km$ seulement au périgée. C'était précisément fait pour traîner assez afin qu'en cas de panne du système de rétrofusée, le Vostok rentre de lui-même avant que les réserves d'oxygène du vaisseau soient épuisées (à peine quelques orbites de 90 minutes environ). $80\ km$ plus bas que GOCE, ça freine énormément donc...

L'ISS descend jusqu'à $330\ km$ avant d'être régulièrement reboostée à $420\ km$.

La fin de GOCE, quelque part au-dessus de l'amérique du Sud

(https://www.youtube.com/watch?v=sMktaiW9_1M)

EXERCICE 4 : « First Man »

NASA Dryden Flight Research Center Photo Collection
http://www.dfrc.nasa.gov/gallery/photo/index.html
NASA Photo: E-4942 Date: 1959 Photo by: NASA photo

X-15 launch from B-52 mothership

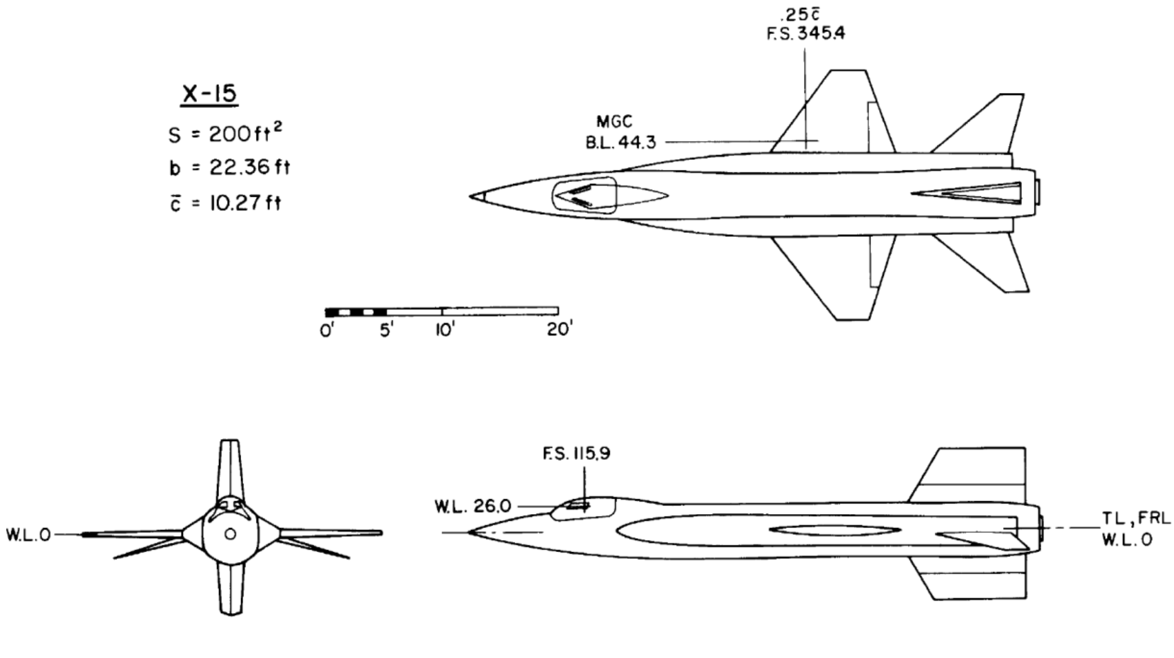


Figure V-2. X-15 General Arrangement

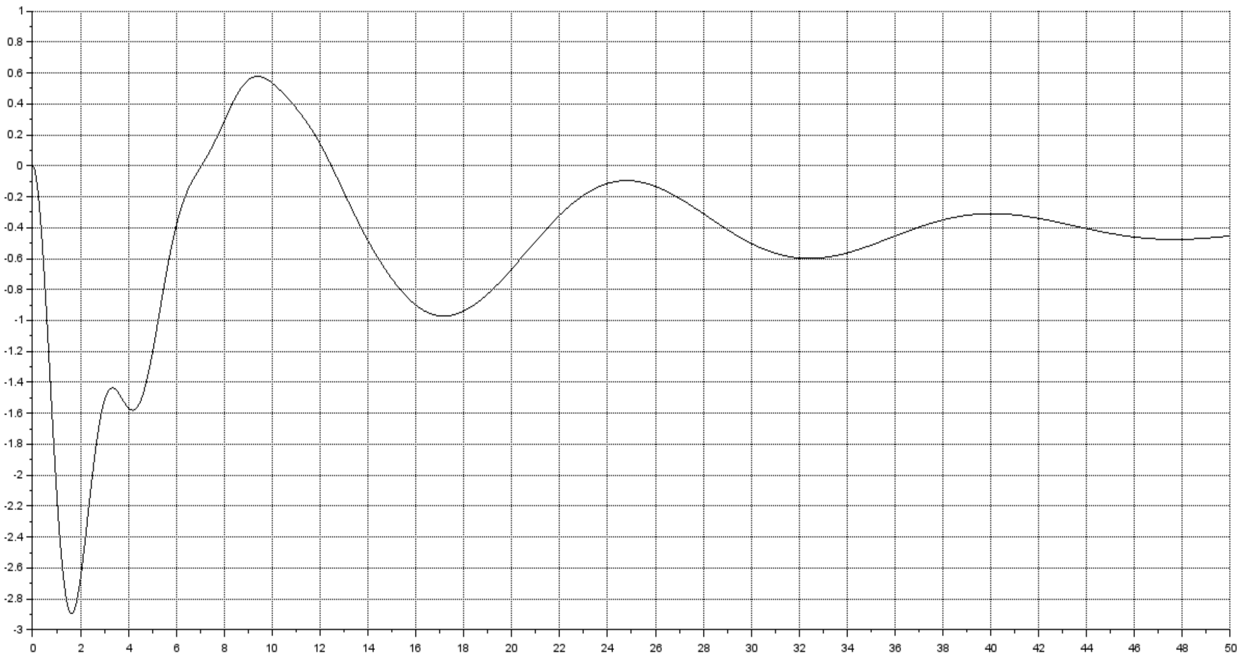
I- Avion naturel en conditions de largage (Cas de vol 4, $M = 0{,}8$, $H = 40\,000\ ft$)

La Fonction de transfert reliant la profondeur δ_S (*stabilizer*) à l'assiette (θ) du X-15 à sa masse au largage est :

$$\frac{\theta(s)}{\delta_S(s)} = \frac{-7{,}02(s+0{,}138)(s+0{,}334)}{(s^2+0{,}145s+0{,}175)(s^2+0{,}844s+4{,}452)}$$

Une fois largué, le X-15 répond ainsi à un simple échelon unitaire en profondeur (1 degré) :

$\theta\ (deg)$



t (secondes)

1) Déterminez la période, la fréquence et la pulsation d'oscillation la plus lente (dite « phugoïde » ou « phygoïde »).

On lit sur le graphe une période $T_p = 32 - 17 = 15\, s$, donc $f_p = \frac{1}{15}\, Hz$ et $\omega_p = \frac{2\pi}{15} = 0{,}419\, rad. s^{-1}$.

Il s'agit de la pulsation la plus faible des deux parenthèses au dénominateur de la fonction de transfert, donc le mouvement/mode le plus lent (l'autre étant l'oscillation en incidence).

2) Peut-on justifier l'approximation $\omega_{amorti} \approx \omega_{naturel}$ pour cet aéronef, sur la base de son amortissement réduit ?

Les deux parenthèses au dénominateur de la fonction de transfert peuvent chacune se mettre sous la forme :

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$$

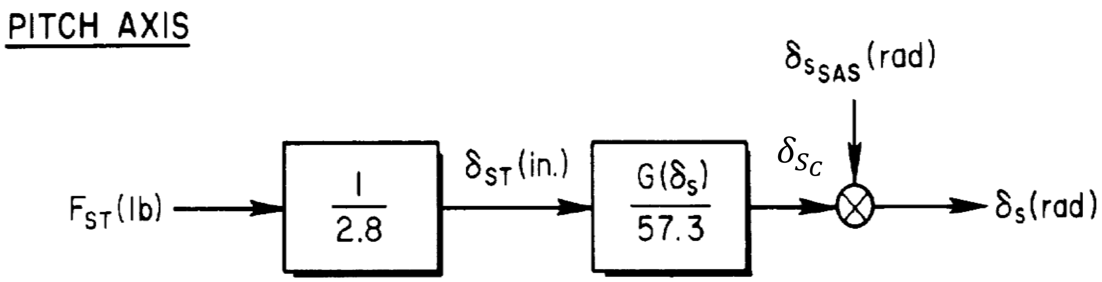
La première parenthèse fait apparaitre une pulsation naturelle plus faible que la seconde, elle correspond donc au mode lent phugoïde, dont on a déterminé à la question précédente la valeur de la pulsation amortie $\omega_p = 0{,}419\, rad. s^{-1}$. Or on remarque que $\omega_p^2 = 0{,}419^2 = \omega_n^2$.

Sachant que $\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$, on voit bien que l'on peut considérer que la valeur de l'amortissement réduit ξ est faible $(\omega_p \approx \omega_n)$.

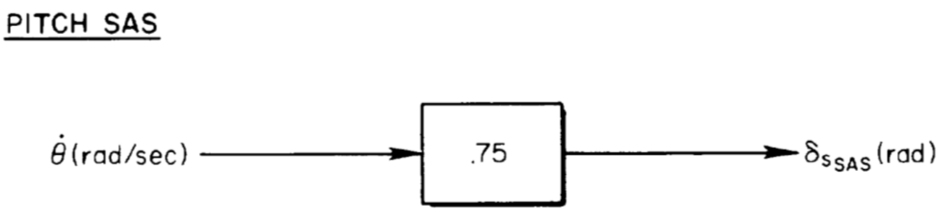
Pour s'en convaincre par le calcul, on a : $\frac{2\xi\omega_n}{2\omega_n} = \frac{0,145}{2.0,419} = 0,173$.

II- *Stability Augmentation System* ON

Le schéma général des commandes de vol du X-15 est constitué d'une chaîne transformant des efforts aux manches (F_{ST}) en ordres de gouvernes commandées δ_{S_C}, qui peuvent être « augmentées » ($\delta_{S_{SAS}}$) par une boucle de rétroaction (« *feedback* ») améliorant la stabilité et construite à partir de la mesure de la vitesse de tangage $q = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ par un gyromètre solidaire de la structure du véhicule aérospatial.



(in : mesure en pouces, lb : mesure en livres-forces)



On définit la déflection « commandée » δ_{S_C} telle que $\delta_S = \delta_{S_C} + \delta_{S_{SAS}}$.

1) Quelle fonction de transfert relie plus particulièrement l'entrée $\delta_S(s)$ à la sortie $q(s)$?

En fait on intègre la vitesse de tangage pour trouver l'assiette ; on n'a pas de mesure « absolue » de l'assiette que l'on dériverait pour trouver la vitesse de tangage (d'où la mention d'un gyromètre dans l'énoncé).

L'important est donc d'ajouter le s au numérateur de la fonction de transfert $\frac{\theta(s)}{\delta_S(s)}$. On a alors :

$$\frac{q(s)}{\delta_S(s)} = \frac{s\theta(s)}{\delta_S(s)} = \frac{-7{,}02 * s * (s + 0{,}138)(s + 0{,}334)}{(s^2 + 0{,}145s + 0{,}175)(s^2 + 0{,}844s + 4{,}452)}$$

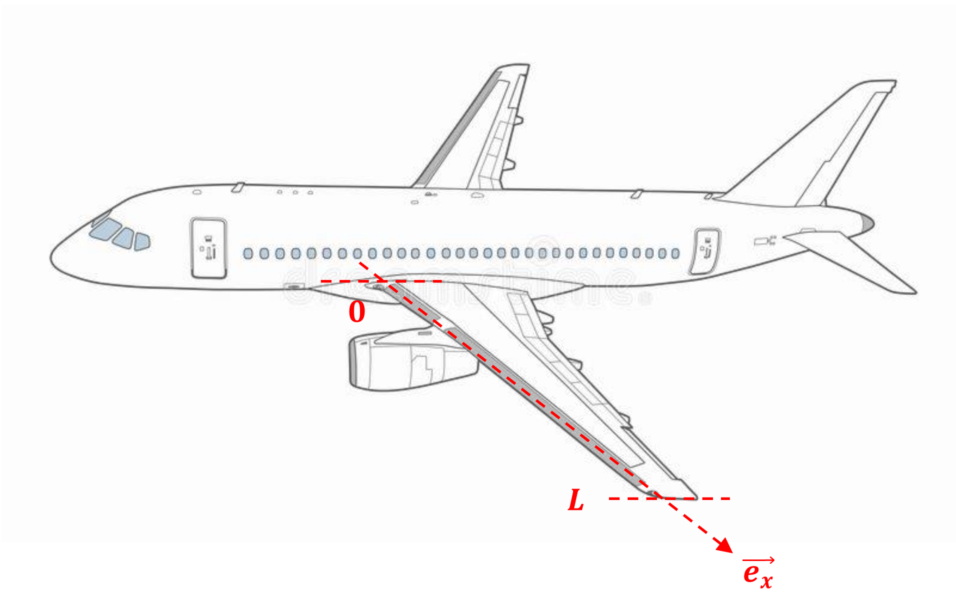
2) Quel élément mécanique peut jouer la fonction du gain $\frac{1}{2{,}8}$ dans le schéma-bloc des commandes ?

On a la relation $F_{ST} = \frac{1}{2{,}8}\delta_{ST} = k\delta_{ST}$, soit de la même forme que pour un ressort.

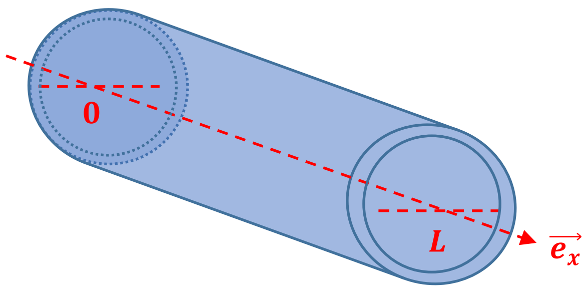
EXERCICE 5 : Système d'antigivrage des ailes d'un avion

De l'air chaud ($80°C$) est prélevé au niveau des moteurs et circule dans une conduite le long du bord d'attaque des ailes, dans le but d'éviter que du givre ne se forme et ne dégrade sérieusement les performances de l'appareil.

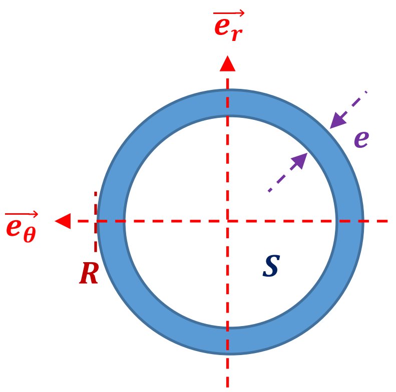
On considère que la température de l'air est constante dans la conduite située dans le bord d'attaque.
Cette conduite est assimilée à un cylindre de rayon $R = 3\ cm$ et de longueur L.



Dispositif d'antigivrage sur aile d'avion.

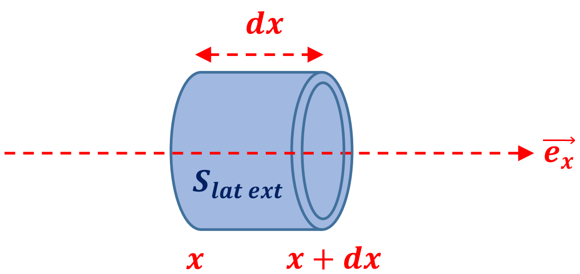


Conduite dans laquelle s'écoule l'air chaud.



Tuyau de la conduite vu de face.
La surface S est la section de la conduite laissée à l'air pour circuler.
L'épaisseur du tuyau est $e = 2\ mm$.

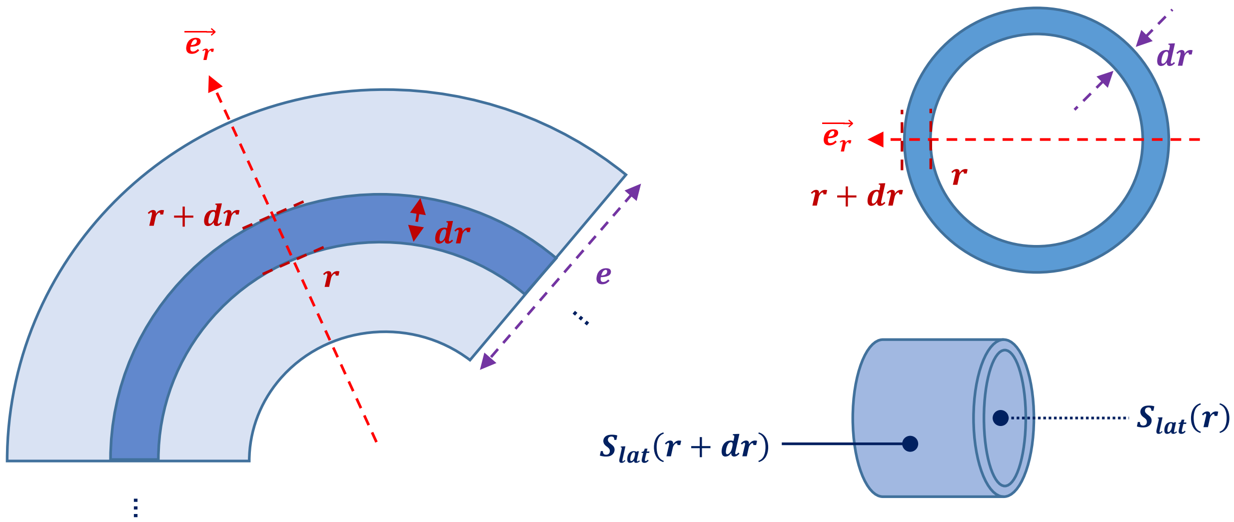
Nous allons concentrer notre étude sur une portion de la conduite, définie par sa longueur dx :



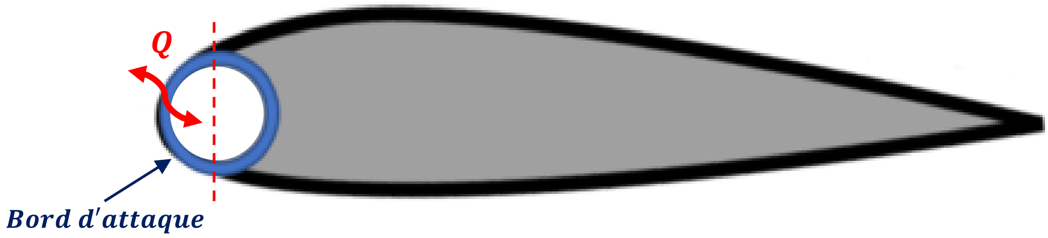
Portion de conduite, située à une distance x de l'emplanture de l'aile.

La surface latérale extérieure de cette portion de conduite (par laquelle la chaleur transite) est appelée $S_{lat\ ext}$.

Et nous allons encore diviser cette portion en plusieurs cylindres d'épaisseur dr, pour r tel que $R > r > R - e$:



On va supposer que l'échange de chaleur s'effectue au travers de la moitié avant de la conduite du bord d'attaque :



Profil de l'aile, avec la conduite au niveau du bord d'attaque.
Le demi-cylindre avant permet l'échange de chaleur entre l'air circulant dans la conduite et l'air extérieur.
On suppose en revanche qu'aucun échange de chaleur ne se fera au travers du demi-cylindre arrière.

Nous voulons étudier l'échange de chaleur entre l'air circulant dans la conduite et l'air extérieur. On supposera que le bord d'attaque est la surface latérale extérieure de la conduite. Il va donc falloir étudier le transfert d'énergie thermique qui s'opère au travers du tuyau de notre portion de conduite.
Pour cela, nous allons d'abord évaluer la variation d'énergie interne de notre système qui sera le morceau de tuyau d'épaisseur dr et longueur dx de la conduite, comme décrit précédemment.

Nous écrirons donc l'énergie interne U de notre système, le travail W qu'il reçoit ou donne au milieu extérieur, et les échanges d'énergie thermique Q avec le milieu extérieur.

1- Rappelez le premier principe de la thermodynamique, et l'unité des paramètres en jeu.

Pour un système qui peut échanger de l'énergie sous forme de chaleur ou travail avec le milieu extérieur, on a son énergie interne qui vaut :

$$U = Q + W$$

Il s'agit d'un bilan d'énergie, toutes les variables sont donc des quantités d'énergie exprimées en Joules.

2- Donnez en fonction de r et dx, l'expression de la surface par laquelle le transfert d'énergie thermique se fera, et que l'on appellera **surface d'échange $\boldsymbol{S_{ech}(r)}$**.

La surface par laquelle s'effectue l'échange de chaleur est un demi-cylindre qui a pour longueur dx et rayon r. Si on mentalement on l'aplatit, on a un rectangle de longueur dx et largeur $\frac{2\pi r}{2}$.

Donc :

$$S_{ech}(r) = \frac{2\pi r}{2} dx = \pi r dx$$

Le flux thermique φ_r au travers de la surface d'échange $S_{ech}(r)$ est défini par :

$$\varphi_r(t) = \frac{dQ}{dt}$$

3- Quelle est l'unité de φ_r ?

Il exprime la quantité de chaleur qui traverse une surface pendant un temps donné. On a donc φ_r qui s'exprime en $J.s^{-1}$, soit en W.

On définit le vecteur densité de flux thermique $\overrightarrow{j_{th}}(r,t)$, comme suit :

$$\varphi_r(t) = \overrightarrow{j_{th}}(r,t).S_{ech}(r).\overrightarrow{e_r} = j_{th}(r,t).S_{ech}(r)$$

4- Quelle est l'unité de j_{th} ? Qu'exprime-t-il ?
Etant donné l'objectif de notre système antigivrage, a-t-on plutôt intérêt à avoir une forte densité de flux thermique ou pas ?

On a j_{th} qui s'exprime en $W.m^{-2}$. Il s'agit du ratio entre flux de chaleur et surface par laquelle s'opère ce flux. Par exemple pour un flux de chaleur fixé, si la surface d'échange est importante, la densité de flux thermique sera faible.

Le but est que j_{th} ait une valeur la plus élevée possible (pour une faible surface d'échange on aura un flux de chaleur important), pour permettre de chauffer suffisamment le bord d'attaque et empêcher la formation de givre.

5- Sachant que notre système n'est soumis à aucune force du milieu extérieur, et inversement n'en exerce aucune, donnez la relation entre son énergie interne et la quantité d'échange d'énergie thermique.

Notre système d'étude n'échange aucun travail avec le milieu extérieur, donc le premier principe de la thermodynamique s'écrit simplement :

$$U = Q$$

On écrit donc, entre deux instants t et $t + dt$:

$$U(t + dt) - U(t) = \varphi_r(t)dt - \varphi_{r+dr}(t)dt$$

6- Expliquez physiquement cette relation.

La variation d'énergie interne de notre morceau de conduite pendant un temps dt dépend de la quantité de chaleur qu'il reçoit par la surface $S_{ech}(r)$ (c'est-à-dire $dQ_r = \varphi_r(t)dt$) et qu'il libère par la surface $S_{ech}(r + dr)$ (c'est-à-dire $dQ_{r+dr} = \varphi_{r+dr}(t)dt$).

Pour la suite, on considérera que $S_{ech}(r + dr) \approx S_{ech}(r)$.

7- Montrez rapidement que :

$$\varphi_r(t)dt - \varphi_{r+dr}(t)dt = [j_{th}(r,t) - j_{th}(r + dr, t)]S_{ech}(r)dt$$

On a très simplement :

$$[\varphi_r(t) - \varphi_{r+dr}(t)]dt = [j_{th}(r,t).S_{ech}(r) - j_{th}(r + dr, t).S_{ech}(r + dr)]dt$$
$$\approx [j_{th}(r,t) - j_{th}(r + dr, t)]S_{ech}(r)dt$$

<u>Remarque :</u> L'hypothèse $S_{ech}(r + dr) \approx S_{ech}(r)$ revient à dire que notre morceau de conduite cylindrique par lequel s'effectue l'échange de chaleur est en fait considéré comme une plaque plane. D'après les données de l'exercice, on a le rayon de la conduite qui vaut 3 cm tandis que son épaisseur ne fait que 2 mm. Cette hypothèse n'est donc pas complètement absurde.

8- Donnez l'expression de l'énergie interne U de notre système, en fonction de l'énergie interne volumique u ($J.m^{-3}$), $S_{ech}(r)$ et dr.

Le bon sens et une analyse rapide des dimensions de chaque variable nous donnent :

$$U = uS_{ech}(r)dr$$

9- Sachant que :

$$U(t + dt) - U(t) = \frac{dU}{dt}dt$$

Montrez que :

$$\frac{du}{dt} = \frac{j_{th}(r,t) - j_{th}(r + dr, t)}{dr}$$

D'après les questions 6 et 7 on a :

$$U(t + dt) - U(t) = [j_{th}(r,t) - j_{th}(r + dr, t)]S_{ech}(r)dt$$

Or :

$$U(t+dt) - U(t) = \frac{dU}{dt}dt = \frac{d(uS_{ech}(r)dr)}{dt}dt = \frac{du}{dt}S_{ech}(r)drdt$$

Donc :

$$\frac{du}{dt}S_{ech}(r)drdt = [j_{th}(r,t) - j_{th}(r+dr,t)]S_{ech}(r)dt$$

$$\frac{du}{dt}dr = [j_{th}(r,t) - j_{th}(r+dr,t)]$$

Soit :

$$\frac{du}{dt} = \frac{j_{th}(r,t) - j_{th}(r+dr,t)}{dr}$$

C'est une autre façon d'écrire que la variation d'énergie interne contenue dans notre morceau de conduite pendant un temps donné, dépend de la différence entre le flux de chaleur entrant par la surface en r et sortant en $r + dr$.

Il est possible de définir autrement la densité de flux thermique :

$$j_{th} = -\lambda \frac{dT}{dr}$$

Où λ est la conductivité thermique du matériau constituant le tuyau, et T sa température en Kelvin.

10- Donnez l'unité de la conductivité thermique, ainsi que son sens physique.

On peut écrire :

$$\lambda = -\frac{j_{th}dr}{dT}$$

Donc l'unité de la conductivité thermique est :

$$\frac{(W.m^{-2}).(m)}{(K)} = W.m^{-1}K^{-1}$$

Elle traduit la capacité du matériau à permettre le transfert de chaleur entre deux points de température différente.

11- Comment évolue la température du matériau de notre tuyau avec r ? En déduire le signe de j_{th}. Que cela traduit-il physiquement ?

La température du matériau diminue lorsque l'on part de l'intérieur de la conduite (r augmente). En effet, l'air circulant dans la conduite est à une température de $80°C$, bien plus importante que l'air extérieur…

Donc $\frac{dT}{dr} < 0$ et la conductivité étant positive, on a $j_{th} > 0$ (le vecteur densité de flux thermique est orienté selon $\overrightarrow{e_r}$). Cela signifie que le transfert thermique s'opère dans le sens intérieur de la conduite vers l'extérieur, heureusement…

12- Compte-tenu de l'objectif de notre système d'antigivrage, quel matériau entre l'aluminium et le fer est à privilégier ?
Données : $\lambda_{alu} = 226\, SI$ et $\lambda_{fer} = 72\, SI$.

Il vaut mieux un matériau très conducteur pour fournir un maximum d'énergie thermique à l'air extérieur, et empêcher que du givre ne se forme sur le bord d'attaque des ailes. On choisit donc l'aluminium.

Finalement, on peut écrire une équation sur la température du tuyau le long de son épaisseur e, et en fonction du temps si les conditions extérieures sont variables :

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \lambda \frac{d^2T}{dr^2}$$

Où ρ est la masse volumique du matériau et c sa capacité thermique massique.

Et où l'on a écrit :

$$\frac{d^2T}{dr^2} = \frac{d\left(\frac{dT}{dr}\right)}{dr}$$

13- Donnez l'unité de c.

On peut écrire :

$$c = \frac{\lambda}{\rho}\frac{d^2T}{dr^2}\frac{dt}{dT} = \frac{W.m^{-1}.K^{-1}}{kg.m^{-3}}\frac{K}{m^2}\frac{s}{K} = Ws.K^{-1}.kg^{-1} = J.K^{-1}.kg^{-1}$$

Il traduit la quantité d'énergie thermique (en Joules) qu'il faut fournir à un kilogramme d'un matériau donné pour augmenter sa température d'un Kelvin.

On se place dans des conditions non variables dans le temps. L'air extérieur est à $5°C$. La température du tuyau ne dépend donc plus du temps, mais seulement de r.

14- Donnez le profil d'évolution de la température du tuyau en fonction de r.

On a notre équation qui devient :

$$\lambda \frac{d^2T}{dr^2} = \rho c \frac{dT}{dt} = 0$$

Soit :

$$\frac{d^2T}{dr^2} = 0$$

Et en intégrant cette relation par rapport à r on a :

$$T(r) = k_1 r + k_2$$

Avec k_1 et k_2 des constantes. La température évolue linéairement avec r.

15- Calculez $\frac{dT}{dr}$.

On a :

$$\frac{dT}{dr} = k_1 = cste = \frac{T(R) - T(R-e)}{R - (R-e)}$$

Soit :

$$\frac{dT}{dr} = \frac{(273{,}15 + 5) - (273{,}15 + 80)}{e} = \frac{5 - 80}{\frac{2}{1\,000}} = -37\,500\ K.m^{-1}$$

16- Montrez que dans ce cas, la densité de flux thermique j_{th} ne dépend pas de r, et donnez sa valeur en considérant le matériau le plus adapté entre aluminium et fer.

On utilise la relation :

$$j_{th} = -\lambda_{alu}\frac{dT}{dr} = -226.-37\,500 = 8\,475\,000\ W.m^{-2}$$

La densité de flux thermique ne dépend ni du temps, ni de r. En n'importe quel point de la conduite, n'importe quand, le flux de chaleur traversant la surface d'échange locale $S_{ech}(r)$ est constant.

Or, étant donné que l'on a considéré que la surface d'échange restait constante sur l'épaisseur de notre conduite (demi-cylindre → plaque plane), l'énergie interne de la conduite est constante. Cela signifie que l'énergie thermique de l'air chauffé est totalement transférée à l'air extérieur, rien n'est gardé par l'aluminium (une fois l'équilibre thermique atteint : conditions stationnaires, au départ de l'énergie sera perdue à faire chauffer l'aluminium).

17- En déduire la valeur du flux thermique traversant la surface d'échange extérieure $S_{ech}(R)$ de la portion de tuyau de longueur dx.
Donnée : $dx = 2\ cm$.

On utilise la formule :

$$\varphi_R = j_{th}.S_{ech}(R) = j_{th}.\pi R.dx = 8\,475\,000.\pi\frac{3}{100}.\frac{2}{100} = 15\,975\ W$$

Chaque seconde, $15\,975\ J$ d'énergie thermique sont transférés à l'air extérieur.

Remarque :

Ce flux ne dépend pas du temps ni de l'endroit où l'on se situe dans la conduite.

18- Si l'on avait choisi le matériau le moins adapté, quelle aurait été la valeur du flux thermique ? En quoi est-ce moins bien ?

Avec le fer on aurait eu :

$$\varphi_R = j_{th}.S_{ech}(R) = -\lambda_{fer}\frac{dT}{dr}.\pi R.dx = -72.-37\,500.\pi\frac{3}{100}.\frac{2}{100} = 5\,089\ W$$

Moins le matériau est bon conducteur thermique, moins il peut transférer de chaleur à l'extérieur et donc empêcher l'apparition de conditions givrantes.

Avec un tuyau en fer, il faudrait donc chauffer de manière plus importante l'air circulant dans la conduite. Ce qui va nécessairement occasionner une augmentation de consommation de kérosène…

19- Le système d'antigivrage n'est toutefois pas aussi efficace en pratique, quelles sont les hypothèses optimistes faites en début d'exercice ?

La température de l'air n'est pas constante dans la conduite, puisqu'au fur et à mesure qu'il avance, il perdra de l'énergie thermique pour chauffer le bord d'attaque. De plus, de la chaleur s'échappera aussi par le demi-cylindre arrière, qui ne servira donc pas à chauffer l'air au niveau du bord d'attaque.

MINISTÈRE DES ARMÉES

Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE B

____

EXPERIMENTATEUR NAVIGANT D'ESSAIS

____

SESSION DU 14 NOVEMBRE 2022

____

ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 3h00 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée --
– Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur ce document

Document validé par :

Nom :

Date : 02/11/2022

Signature :

Exercice 1 : Analyse dimensionnelle

Dans un fluide, une bille de rayon R, animée d'une vitesse v est soumise à une force de frottement donnée par l'expression :

$$F = -6\pi\eta R v$$

1.a/ A l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer la dimension de η.

1.b/ Soit ρ la masse volumique du fluide, proposer un nombre **sans dimension** en considérant l'expression suivante (On le notera arbitrairement N) :

$$N = \rho.\eta^B.R^C.v^D$$

1.c/ A quel célèbre nombre sans dimension correspond N ? Quelle est la signification physique de ce nombre ?

Exercice 2 : Etude de l'atmosphère en équilibre

Soit de l'air en équilibre dans le référentiel terrestre $\left(0, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}\right)$. Chaque élément de ce fluide est en équilibre sous l'action des forces extérieures à cet élément. Ces forces sont de deux types :

- Les forces de pression
- La force due au champ de pesanteur (que l'on considère comme uniforme)

Le champ de pesanteur dans le référentiel terrestre est donné par :

$$\vec{g} = -g\,\overrightarrow{e_z} \qquad \left(\text{avec } g = 9.81\,\frac{m}{s^2}\right)$$

Pour un fluide au repos situé dans un champ de pesanteur uniforme l'équation d'Euler prend la forme suivante (hydrostatique des fluides).

$$\overrightarrow{\nabla p} = \rho\,\vec{g}$$

l'état de l'atmosphère est caractérisé par sa pression $p(x, y, z)$ et sa température $T(x, y, z)$.

Rappels utiles :

1 m=3.28 ft
Constante des gaz associée à l'air: $r = 287\,\frac{J}{kg.K}$
Loi des gaz parfaits reliant pression, masse volumique et température : $p = \rho r T$
On rappelle la définition du Gradient d'un scalaire f :

$$\overrightarrow{\nabla f} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial f}{\partial x}\,\overrightarrow{e_x} + \frac{\partial f}{\partial y}\,\overrightarrow{e_y} + \frac{\partial f}{\partial z}\,\overrightarrow{e_z}$$

a/ L'air étant considéré comme un gaz parfait, calculer sa masse volumique $\rho_0(p_0, T_0)$ dans les conditions normales de pression $p_0 = 101325\,Pa$ et de température $T_0 = 288\,K$.

b/ En considérant l'équation de l'hydrostatique des fluides, montrer que la pression $p(x, y, z)$ ne dépend que de z et établir l'équation différentielle permettant de déterminer $p(z)$ en fonction de $p, T, r\ et\ g$.

PARTIE 1 : Atmosphère isotherme

Dans un premier temps, on considère une atmosphère **isotherme** $T = T_0 = 288\,K$.

c/ Dans le cas d'une atmosphère isotherme, montrer que la pression p varie avec l'altitude z selon une loi du type :

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{z}{H_0}}$$

Où H_0 est une longueur que l'on nomme Hauteur d'échelle de l'atmosphère que l'on explicitera en fonction de $T_0, r\ et\ g$.

d/ Donner la valeur numérique de la hauteur d'échelle H_0 de l'atmosphère **isotherme**.

e/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de pression $\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)$. Puis la valeur numérique de ce gradient pour $z = 2500\,m$.

f/ A partir de l'expression du gradient de pression trouvé en question précédente, donner pour l'altitude $z = 2500\,m$ l'échelle de la dimension verticale L_z sur laquelle la pression varie de **1hpa**. On exprimera L_z en **m** et en **ft**

PARTIE 2 : Atmosphère en équilibre adiabatique sec

On considère maintenant l'atmosphère en équilibre **adiabatique sec** caractérisé à toute altitude par la relation $p = K\rho^\gamma$, avec K une constante et $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$ est le coefficient polytropique du gaz mis en jeu. On considère toujours que l'état de l'air est régi par la loi des gaz parfaits.

Remarque *: on parle d'atmosphère en équilibre adiabatique sec lorsque les effets de l'humidité sont négligés.*

g/ Dans le cas d'une atmosphère en équilibre adiabatique sec, l'évolution de la pression en fonction de l'altitude est donnée par l'expression suivante :

$$p(z) = p_0 \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{z}{H_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Montrer à partir de l'expression de $p(z)$ que la température $T(z)$ vérifie la relation suivante :

$$T(z) = T_0 \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{z}{H_0}\right)$$

h/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de **pression** $\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)$. Puis les valeurs numériques de ce gradient pour $z = 0\,m$, $z = 2500\,m$ et $z = 5000\,m$. Commenter les écarts entre les valeurs obtenues.

i/ A partir des gradients de pression trouvés dans la question précédente, donner pour l'altitude $z = 2500\,m$ l'échelle de la dimension verticale L_z sur laquelle la pression varie de **1hpa**. On exprimera L_z en **m** et en **ft**.

j/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de température $\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)$ et donner sa valeur numérique en $\frac{K}{km}$.

PARTIE 3 : Atmosphère en équilibre adiabatique humide : *Modèle d'atmosphère standard :*

*Le modèle d'atmosphère standard est en équilibre **adiabatique humide**. Dans ce cas on considère les effets de la présence de vapeur d'eau dans l'air. Cette vapeur est inerte dans le modèle d'atmosphère en équilibre adiabatique sec. Ainsi le modèle adiabatique humide tient compte de la possible transition de phase de la vapeur d'eau dans les couches froides (condensation en gouttelettes).*

- ⇨ *L'évaporation de gouttes liquides consomme de l'énergie et a pour effet de refroidir le mélange gazeux (air) dans lequel elles se trouvent.*
- ⇨ *Au contraire, la condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air restitue de l'énergie et réchauffe le mélange gazeux.*

Le modèle d'atmosphère standard est en équilibre **adiabatique humide.** Ce modèle implique un gradient vertical de température de $-6.5\,\frac{K}{km}$ (pour $z < 11\ km$).

k/ Commenter l'écart entre le gradient vertical de température en atmosphère sèche avec le gradient vertical de température en atmosphère humide.

Pour une atmosphère **adiabatique humide**. On donne :

$$\boldsymbol{L_{z=2500m} = 10.6\ m = 34\ ft.}$$

l/ Une sonde de pression statique mesure une pression de **540 hpa**. Estimer l'altitude associée en considérant les trois modèles d'atmosphère $L_{z(humide)}$, $L_{z(sec)}$ et $L_{z(isotherme)}$. Commenter l'écart entre les différentes valeurs obtenues.

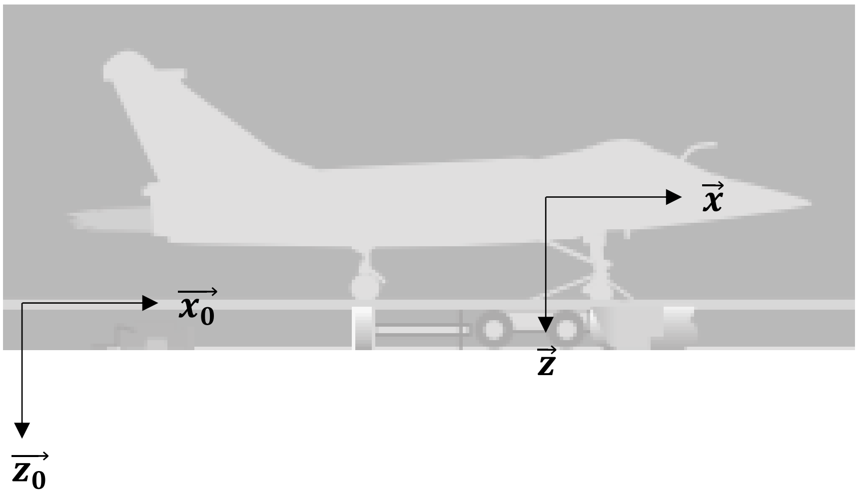
Exercice 3 : Décollage d'un porte-avions

Sur le pont d'un porte-avions, un biréacteur est prêt à être catapulté. Son train avant est accroché à une catapulte. On étudie le décollage en trois phases :

1- L'avion est fixe sur le pont, poussée des moteurs à leur valeur maximale
2- La catapulte est lancée à accélération constante sur toute sa course
3- Au moment où l'avion se détache de la catapulte, il effectue une rotation jusqu'à obtenir son assiette de décollage

www.colsbleus.fr

<u>Données :</u>
-Course de la catapulte : $75\ m$
-Accélération de l'avion (catapulte) pendant la phase de catapultage : $a = 4\ g$
-Poussée maximale d'un moteur : $T_{moteur} = 75\ kN$
-Masse de l'avion : $m = 12\ tonnes$
-On se situe au niveau de la mer : $\rho = 1{,}225\ kg/m^3$
-On définit les axes longitudinal et vertical avion ($\vec{x}$ et $\vec{z}$) et terrestre ($\overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{z_0}$) :



-Le repère terrestre est supposé Galiléen.
-On définit enfin les axes air ($\overrightarrow{x_a}$ et $\overrightarrow{z_a}$), on a toujours $\vec{V} = V\overrightarrow{x_a}$.
-La poussée des moteurs est négligeable suivant l'axe vertical avion.
-Caractéristiques aérodynamiques de l'avion :

Calage des ailes par rapport à l'axe longitudinal avion : $\gamma_{ailes} = 5\,°$
Coefficient de portance : $C_z = 0{,}1\alpha$ *avec* α *l'incidence en degré*
Coefficient de trainée : $C_x = 0{,}01 + 0{,}12C_z^2$
Surface des ailes : $S = 46\ m^2$
Trainée fuselage : $(C_xS)_f = 1\ m^2$

1- Faire un schéma des forces qui s'appliquent sur l'avion pendant la phase 1.

2- Faire un schéma des forces qui s'appliquent sur l'avion pendant la phase 2 (on néglige toute forme de trainée **pendant cette phase** pour des raisons de simplification), et donner la valeur de la force tractrice exercée par la catapulte sur l'avion.

3- Montrer que la valeur de la vitesse en bout de pont est $276\ km/h$.

On passe dans la troisième phase : la rotation. On prend cette fois en compte la trainée de l'appareil (comme si elle apparaissait d'un coup).
L'avion pivote sur son train arrière jusqu'à ce qu'il obtienne une assiette lui permettant de quitter le pont. On suppose que le vecteur vitesse est toujours porté par l'axe $\overrightarrow{x_0}$ pendant cette rotation, et que sa norme est constante (égale à $276\ km/h$).

4- Donner la relation entre incidence des ailes, assiette de l'avion et calage des ailes.

5- Faire un schéma des forces et donner la valeur de l'assiette au moment où l'avion décolle.
En déduire l'incidence des ailes.
On pourra supposer que l'assiette reste faible de sorte que $sin\theta \approx \theta\ (rad)$.
On rappelle que la correspondance radians/degrés est : $2\pi \leftrightarrow 360\ °$.

Une fois que l'avion a quitté le pont, le pilote affiche une poussée lui permettant de stabiliser sa vitesse et une pente γ.

6- Faire un schéma des forces et donner la relation vectorielle du Principe Fondamental de la Dynamique, ainsi que la relation entre les différents angles.

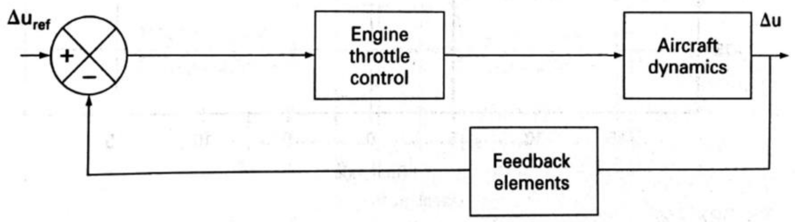
On considère pour la question suivante que $sin\theta \approx \theta$; $sin(\gamma - \theta) \approx \gamma - \theta$; $cos(\gamma - \theta) \approx 1$ et la masse volumique est toujours égale à $1{,}225\ kg/m^3$.

7- Quelle doit être la poussée des moteurs pour assurer la montée à une vitesse de $400\ km/h$ et telle que $\theta = 28{,}6\ °$.

Aide :
-Lister les inconnues et les relations à disposition.
-Projeter les PFD dans le repère avion, en supposant que la composante de trainée suivant l'axe vertical est négligeable.

Exercice 4 : Velocity Hold Control System

On souhaite disposer d'un système qui capture et maintient la vitesse d'un avion, choisie par le pilote. On pense d'abord à ce schéma de principe :



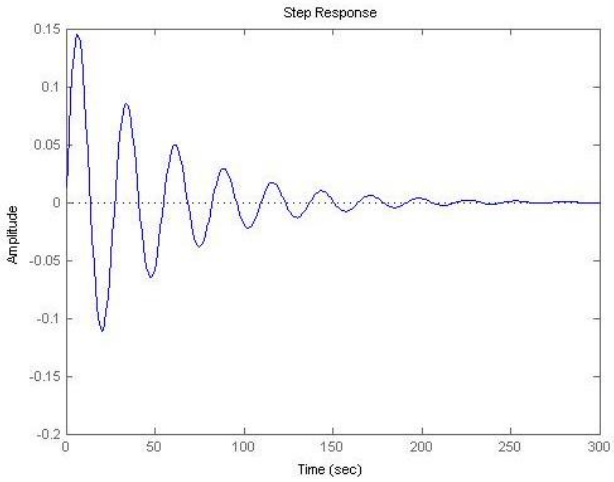
1- Expliquer de manière globale le principe de ce système.

2- Pourquoi est-il important de rajouter des « Feedback elements » ?

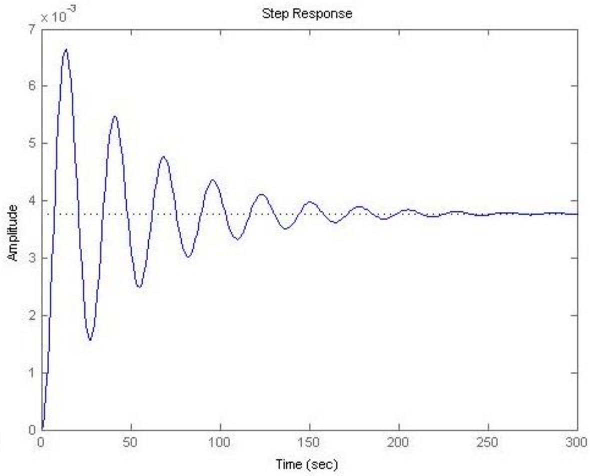
3- Que représente physiquement le bloc « Aircraft dynamics » ?

Nous allons nous intéresser à l'impact d'une variation de la position de la manette des gaz sur la vitesse longitudinale de l'avion.

Pour un échelon unitaire (variation d'un degré de la manette) on obtient :



Réponse en vitesse

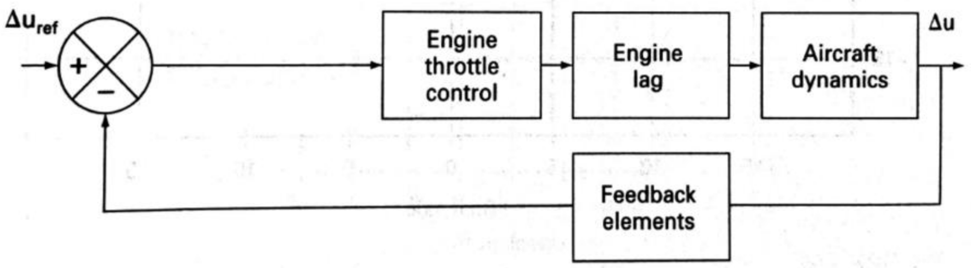


Réponse en assiette

4- Expliquer ce qu'il se passe et donner la valeur de la période des oscillations, ainsi que l'amortissement.

5- Quelle conclusion peut-on en tirer vis-à-vis de notre système de maintien de la vitesse ?

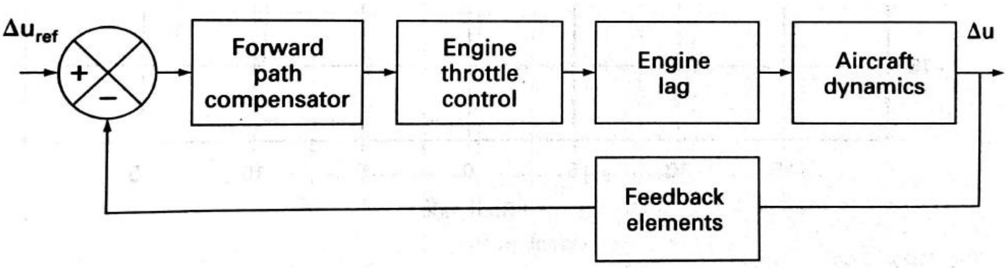
Retour à notre système de maintien de la vitesse, en tenant compte cette fois du comportement du moteur au travers du bloc « Engine Lag » :



On considère le bloc « Feedback éléments » comme étant un gain pur k_{fb}.

6- Soulever de manière globale les potentiels problèmes que l'on peut rencontrer si l'on fait fonctionner ce système sur cet avion.

Finalement, nous rajoutons un correcteur avant l'application de l'ordre à la manette sous la forme d'un bloc « Forward path compensator » :



Sachant que l'on a les fonctions de transfert :
-« Forward path compensator » :

$$k_a \frac{s+0{,}1}{s}$$

Avec k_a une constante.
-« Engine throttle control » :

$$\frac{10}{s+10}$$

-« Engine lag » :

$$\frac{1}{s+0{,}1}$$

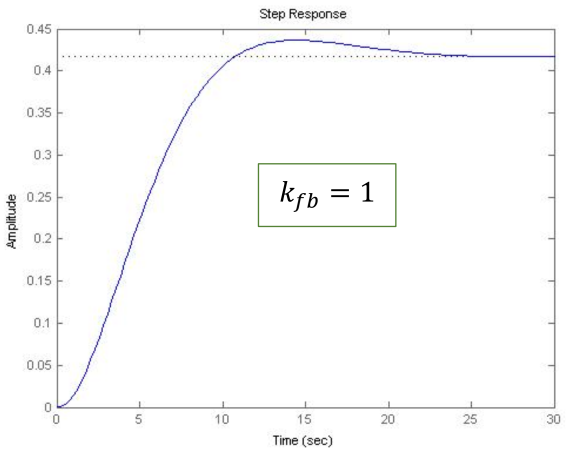
-« Aircraft dynamics » :

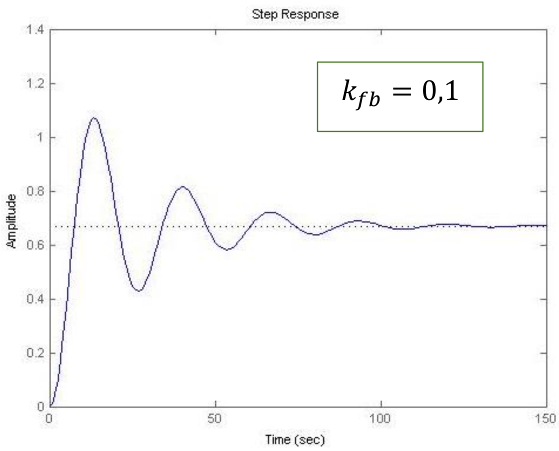
$$\frac{0{,}038s}{s^2+0{,}039s+0{,}053}$$

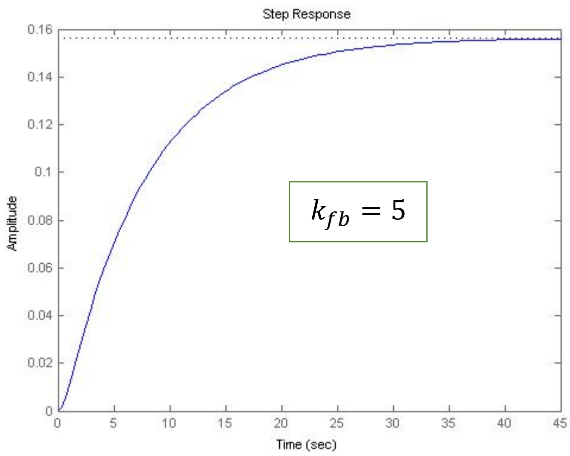
-« Feedback elements » :

$$k_{fb}(10s+1)$$

Pour un échelon consigne d'amplitude $\Delta u_{ref} = 1\, m.s^{-1}$, on observe la réponse de l'avion.
On fixe le gain $k_a = 1$. Avec différentes valeurs de gain k_{fb} on a :







7- Quels sont les avantages/inconvénients de chaque jeu de gains.

Exercice 5 : Freinage d'un obus par la neige

Un obus de **diamètre** $\boldsymbol{d = 100\,mm}$ et de **masse** $\boldsymbol{m = 10\,kg}$ pénètre dans la neige tassée à :

$$T_{neige} = 0°C$$

Il s'enfonce de $\boldsymbol{l = 5m}$ sans éclater selon une trajectoire rectiligne selon l'axe **AB**. Le mouvement de l'obus est **hélicoïdal**; quand il rentre en contact avec la neige au point **A**, sa vitesse de rotation autour de son axe est :

$$\omega_A = 200\,rad/s$$

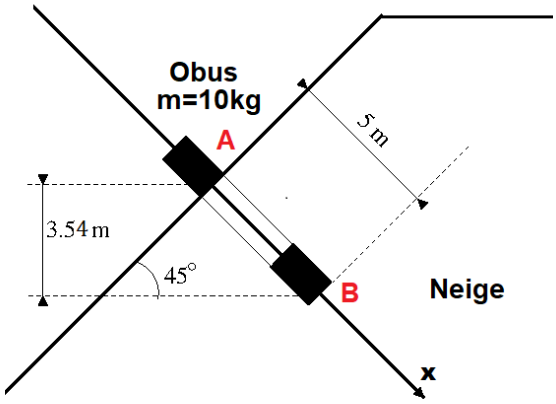
Sa vitesse de translation :

$$v_A = 100\,m/s.$$

Sa température est :

$$T_{obus} = 40°C$$

Le repère défini par $(AB\vec{x})$, a pour origine spatiale et temporelle le point **A** $(\boldsymbol{x_A = 0\,m, t_A = 0\,s})$.



Données utiles :

- *Pour le calcul du moment d'inertie J_Δ on assimilera l'obus à un cylindre plein de 100mm de diamètre :* $J_\Delta = \frac{mD^2}{4}$
- *La quantité de chaleur dégagée par un objet chaud en contact avec un milieu froid est $\Delta Q = mc_p\Delta T$ (avec m, la masse de l'objet, c_p sa chaleur spécifique à pression constante $\left(en\ \frac{J}{Kg.K}\right)$ et ΔT l'écart de température.*
- *L'énergie cinétique d'un solide indéformable en rotation autour d'un axe Δ est :*

$$E_{cin} = J_\Delta \frac{\omega_\Delta^2}{2}$$

  Avec ω_Δ sa vitesse angulaire.
- *Théorème du moment cinétique (ou de l'accélération angulaire) :*

$$\sum M_{\Delta,F_{ext}} = J_\Delta \frac{d\omega}{dt}$$

- *Théorème de l'énergie cinétique :* $\Delta E_{cinetique}\big|_A^B = \sum W_{F_{ext}}\big|_A^B + \sum W_{F_{int}}\big|_A^B$

On souhaite dans un premier temps calculer la force de frottement longitudinale notée $\vec{R}$ associée au frottement obus/neige.

a/ Déterminer γ, l'accélération de l'obus en fonction des forces s'exerçant sur celui-ci : la force de frottement Obus/neige notée $\vec{R}$ (frottement solide) et le poids noté $\vec{P}$. On projettera sur l'axe $(AB\vec{x})$.

b/Exprimer les équations du mouvement qui en découlent et en déduire une expression de γ en fonction de v_A et t_B (t_B étant le temps que met l'obus pour arriver à son point d'arrêt B).

c/Déduire des questions **a/** et **b/** l'expression et la valeur numérique de la force de frottement $|\vec{R}|$.

Nous souhaitons maintenant calculer le couple de frottement noté C_f.

d/Etablir les équations du mouvement autour de l'axe de l'obus, sachant que le seul moment s'appliquant à l'obus est le couple de frottement C_f.

e/Après intégration des équations du mouvement, déterminer l'expression du couple de frottement C_f, ainsi que sa valeur numérique (en supposant que la rotation s'arrête en même temps que la translation).

Estimation de la masse de neige passant de l'état solide à l'état liquide.

- *le travail des forces intérieures correspond à la somme du travail de la force de frottement R et du travail du couple de frottement C_f. Il s'agit du* ***travail de frottement****.*
- *Le travail des forces extérieures correspond uniquement au travail du poids de l'obus.*

f/Exprimer la variation de l'énergie cinétique $\Delta E_{cinetique}\Big|_A^B$ de l'obus en fonction de m, J_Δ, v_A et ω_A. Donner une valeur numérique.

g/Exprimer le travail des forces extérieures $\sum W_{F_{ext}}\Big|_A^B$ puis calculer la valeur numérique associée.

h/Déduire des questions **f/** et **g/** la valeur numérique de $\sum W_{F_{int}}\Big|_A^B$ correspondant au travail de frottement.

On souhaite maintenant estimer la masse de neige qui a fondu suite au contact avec l'obus.

- *Le* ***travail de frottement*** *est entièrement transformé en chaleur et cédé à la neige ! Si l'on souhaite estimer l'énergie totale cédée à la neige, il faut aussi ajouter la chaleur dégagée par l'échange thermique entre l'obus et la neige dû à l'écart de température entre les deux milieux.*

i/Calculer la quantité de chaleur dégagée ΔQ sachant que la chaleur spécifique du matériau constituant l'obus est $c_p = 0.48\frac{J}{g.K}$. En déduire l'énergie totale cédée par l'obus à la neige.

j/ Sachant que la chaleur massique de fusion de la neige est $c = 334\,kJ/kg$. Estimer la masse de neige qui a fondu suite au contact avec l'obus.

MINISTÈRE DES ARMÉES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale de l'armement

Essais en Vol Istres
EPNER

Titre/Grade:

Nom:

Prénom:

Examen:

EXAMEN PROBATOIRE D'ADMISSION

AU STAGE ESSAIS DE CLASSE B

____

EXPERIMENTATEUR NAVIGANT D'ESSAIS

____

SESSION DU 14 NOVEMBRE 2022

____

CORRIGÉ ÉPREUVE ÉCRITE DE CONNAISSANCES SCIENTIFIQUES

Durée : 3h00 – Seule une calculatrice non programmable et non graphique est autorisée -- – Aucun document n'est autorisé pour cette épreuve – Ne rien écrire sur ce document

Document validé par :

Nom :

Date : 02/11/2022

Signature :

Exercice 1 : Analyse dimensionnelle

Dans un fluide, une bille de rayon R, animée d'une vitesse v est soumise à une force de frottement donnée par l'expression :

$$F = -6\pi\eta R v$$

1.a/ A l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer la dimension de η.

$$[F] = [\eta].[R].[v] = M.L.T^{-2}$$

$$[\eta] = \frac{[F]}{[R].[v]} = \frac{M.L.T}{T^2.L^2} = \frac{M}{T.L}$$

Ainsi, η s'exprime en $\frac{kg}{m.s}$.

1.b/ Soit ρ la masse volumique du fluide, proposer un nombre **sans dimension** en considérant l'expression suivante (On le notera arbitrairement N) :

$$N = \rho.\eta^B.R^C.v^D$$

$$[N] = [\rho].[\eta]^B.[R]^C.[v]^D = \frac{M}{L^3}.\frac{M^B}{T^B.L^B}.L^C.\frac{L^D}{T^D} = M^{(1+B)}.L^{(C+D-B-3)}.T^{-(D+B)}$$

Pour que le nombre N soit sans dimension, il faut :

$$\begin{cases} 1 + B = 0 \\ D + B = 0 \\ C + D - B - 3 = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} B = -1 \\ D = -B = 1 \\ C = 3 - D + B = 1 \end{cases}$$

On obtient le nombre sans dimension suivant :

$$N = \frac{\rho.R.v}{\eta}$$

1.c/ A quel célèbre nombre sans dimension correspond N ? Quelle est la signification physique de ce nombre ?

On reconnait le nombre de Reynolds qui compare les forces d'inertie aux force de frottement visqueux. Il permet de caractériser la nature et le régime d'un écoulement (régime de Stokes, régime laminaire, régime transitoire ou encore régime turbulent).

→ Régime de Stokes : Re << 1 : les forces visqueuses dominent l'écoulement. Ce régime se rencontre principalement dans la micro-fluidique
→ si Re augmente, les forces d'inertie ne sont plus négligeables, selon la valeur du nombre de Reynolds, on sera dans le cas d'un régime laminaire ou turbulent. Il existe une valeur seuil du nombre de Reynolds appelé Reynolds critique au-delà duquel le régime est turbulent.

Exercice 2 : Etude de l'atmosphère en équilibre

Soit de l'air en équilibre dans le référentiel terrestre $(0, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$. Chaque élément de ce fluide est en équilibre sous l'action des forces extérieures à cet élément. Ces forces sont de deux types :

- Les forces de pression
- La force due au champ de pesanteur (que l'on considère comme uniforme)

Le champ de pesanteur dans le référentiel terrestre est donné par :

$$\vec{g} = -g\,\overrightarrow{e_z} \qquad \left(\text{avec } g = 9.81\frac{m}{s^2}\right)$$

Pour un fluide au repos situé dans un champ de pesanteur uniforme l'équation d'Euler prend la forme suivante (hydrostatique des fluides).

$$\overrightarrow{\nabla p} = \rho\,\vec{g}$$

l'état de l'atmosphère est caractérisé par sa pression $p(x, y, z)$ et sa température $T(x, y, z)$.

Rappels utiles :

1 m=3.28 ft

Constante des gaz associée à l'air: $r = 287\frac{J}{kg.K}$

Loi des gaz parfaits reliant pression, masse volumique et température : $p = \rho r T$

On rappelle la définition du Gradient d'un scalaire f :

$$\overrightarrow{\nabla f} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial f}{\partial x}\,\overrightarrow{e_x} + \frac{\partial f}{\partial y}\,\overrightarrow{e_y} + \frac{\partial f}{\partial z}\,\overrightarrow{e_z}$$

a/ L'air étant considéré comme un gaz parfait, calculer sa masse volumique $\rho_0(p_0, T_0)$ dans les conditions normales de pression $p_0 = 101325\,Pa$ et de température $T_0 = 288\,K$.

$$\rho = \frac{p}{rT} = \frac{101325}{287 \times 288} = 1.225\,kg/m^3$$

b/ En considérant l'équation de l'hydrostatique des fluides, montrer que la pression $p(x, y, z)$ ne dépend que de z et établir l'équation différentielle permettant de déterminer $p(z)$ en fonction de $p, T, r\ et\ g$.

$$\overrightarrow{\nabla P} = \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{pmatrix} = \rho\,\vec{g} = -\rho g\,\overrightarrow{e_z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho g \end{pmatrix}$$

Ainsi,

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \longrightarrow p(x, y, z) = p(y, z) \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \longrightarrow p(y, z) = p(z) \\ \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \longrightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dp}{dz} = -\rho g \longrightarrow dp = -\rho g.dz \end{cases}$$

Et finalement,

$$dp = -\frac{p}{rT} g.dz \longrightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{g}{rT}.dz$$

PARTIE 1 : Atmosphère isotherme

Dans un premier temps, on considère une atmosphère **isotherme** $T = T_0 = 288\ K$.

c/ Dans le cas d'une atmosphère isotherme, montrer que la pression p varie avec l'altitude z selon une loi du type :

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{z}{H_0}}$$

Où H_0 est une longueur que l'on nomme Hauteur d'échelle de l'atmosphère que l'on explicitera en fonction de $T_0, r\ et\ g$.

Atmosphère isotherme, $T = T_0 = 288\ K = constante$. L'équation différentielle s'écrit :

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{rT_0}.dz$$

$$d(\ln p) = -\frac{g}{rT_0}.dz$$

$$[\ln p]_{p_0}^{p} = -\frac{g}{rT_0}[z]_0^z$$

$$ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{g}{rT_0} z$$

Et finalement,

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{g}{rT_0}z} = p_0 e^{-\frac{z}{H_0}}$$

Avec $H_0 = \frac{rT_0}{g}$.

d/ Donner la valeur numérique de la hauteur d'échelle H_0 de l'atmosphère **isotherme**.

La hauteur d'échelle en atmosphère isotherme est de $H_0 = \frac{287\times288}{9.81} = 8425.7m$

e/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de pression $\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)$. Puis la valeur numérique de ce gradient pour $z = 2500\ m$.

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=2500m} = -\frac{p_0}{H_0}e^{-\frac{z}{H_0}} = \frac{101325}{8425.7}e^{-\frac{2500}{8425.7}} = -8.94\ Pa/m$$

f/ A partir de l'expression du gradient de pression trouvé en question précédente, donner pour l'altitude $z = 2500\ m$ l'échelle de la dimension verticale L_z sur laquelle la pression varie de **1hpa**. On exprimera L_z en **m** et en **ft**

On a

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=2500m} = -8.94\frac{Pa}{m} = -8.94\times10^{-2}\frac{hpa}{m}$$

$$L_{z=2500m} = \frac{1}{\left|{}^{\partial p}/_{\partial z}\right|} = 11.18\frac{m}{hpa} = 36.7\ \frac{ft}{hpa}$$

PARTIE 2 : Atmosphère en équilibre adiabatique sec

On considère maintenant l'atmosphère en équilibre **adiabatique sec** caractérisé à toute altitude par la relation $p = K\rho^{\gamma}$, avec K une constante et $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$ est le coefficient polytropique du gaz mis en jeu. On considère toujours que l'état de l'air est régi par la loi des gaz parfaits.

Remarque *: on parle d'atmosphère en équilibre adiabatique sec lorsque les effets de l'humidité sont négligés.*

g/ Dans le cas d'une atmosphère en équilibre adiabatique sec, l'évolution de la pression en fonction de l'altitude est donnée par l'expression suivante :

$$p(z) = p_0 \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{z}{H_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Montrer à partir de l'expression de $p(z)$ que la température $T(z)$ vérifie la relation suivante :

$$T(z) = T_0 \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{z}{H_0}\right)$$

On a :

$$K = \frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p r^\gamma T^\gamma}{p^\gamma} = \frac{r^\gamma T^\gamma}{p^{\gamma-1}} \longrightarrow \frac{T}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = K'$$

$$\frac{T_0}{p_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{T}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \longrightarrow \frac{T(z)}{T_0} = \left(\frac{p(z)}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Et finalement,

$$T(z) = T_0 \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{z}{H_0}\right)$$

h/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de **pression** $\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)$. Puis les valeurs numériques de ce gradient pour $z = 0\,m$, $z = 2500\,m$ et $z = 5000\,m$. Commenter les écarts entre les valeurs obtenues.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{p_0}{H_0}\left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{z}{H_0}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=0} = -\frac{p_0}{H_0} = \frac{101325}{8425.7} = -12.025\; pa/m$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=2500} = -12.025\left(1 - \left(\frac{0.4}{1.4}\right)\frac{2500}{8425.7}\right)^{\frac{1}{0.4}} = -9.64\; pa/m$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=5000} = -12.025\left(1 - \left(\frac{0.4}{1.4}\right)\frac{5000}{8425.7}\right)^{\frac{1}{0.4}} = -7.56\; pa/m$$

i/ A partir des gradients de pression trouvés dans la question précédente, donner pour l'altitude $z = 2500\,m$ l'échelle de la dimension verticale L_z sur laquelle la pression varie de **1hpa**. On exprimera L_z en **m** et en **ft**.

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=2500} = -9.63\frac{pa}{m} = -9.64\times10^{-2}\frac{hpa}{m}$$

$$L_{z=2500m} = \frac{1}{\left|{}^{\partial p}/_{\partial z}\right|_{z=2500}} = 10.38\,\frac{m}{hpa}$$

j/ Calculer l'expression littérale du gradient vertical de température $\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)$ et donner sa valeur numérique en $\frac{K}{km}$.

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{T_0}{H_0} = -\frac{0.4}{1.4}\frac{288}{8425.7} = 9.77\times10^{-3}\,K/m \quad = 9.77\,K/km$$

PARTIE 3 : Atmosphère en équilibre adiabatique humide : *Modèle d'atmosphère standard :*

Le modèle d'atmosphère standard est en équilibre ***adiabatique humide****. Dans ce cas on considère les effets de la présence de vapeur d'eau dans l'air. Cette vapeur est inerte dans le modèle d'atmosphère en équilibre adiabatique sec. Ainsi le modèle adiabatique humide tient compte de la possible transition de phase de la vapeur d'eau dans les couches froides (condensation en gouttelettes).*

- ⇨ *L'évaporation de gouttes liquides consomme de l'énergie et a pour effet de refroidir le mélange gazeux (air) dans lequel elles se trouvent.*
- ⇨ *Au contraire, la condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air restitue de l'énergie et réchauffe le mélange gazeux.*

Le modèle d'atmosphère standard est en équilibre **adiabatique humide.** Ce modèle implique un gradient vertical de température de $-6.5\frac{K}{km}$ (pour $z < 11\,km$).

k/ Commenter l'écart entre le gradient vertical de température en atmosphère sèche avec le gradient vertical de température en atmosphère humide.

La condensation de la vapeur d'eau dans les couches froides accroît l'énergie du mélange gazeux qui se réchauffe et implique donc un gradient thermique plus faible que dans le cas de l'air sec.

Pour une atmosphère **adiabatique humide**. On donne :

$$L_{z=2500m} = 10.6\ m = 34\ ft.$$

I/ Une sonde de pression statique mesure une pression de **540 hpa**. Estimer l'altitude associée en considérant les trois modèles d'atmosphère $L_{z(humide)}$, $L_{z(sec)}$ et $L_{z(isotherme)}$. Commenter l'écart entre les différentes valeurs obtenues.

Pour une pression de 540 hpa, si on considère une pression de 1013.25 hpa au sol. On obtient les altitudes estimées suivantes :

$z_{isotherme}$=5291 m, z_{humide}=5016 m, z_{sec}=4912 m

La valeur la plus réaliste est z_{humide}, l'utilisation d'un modèle adiabatique sec sous-estime l'altitude alors que l'atmosphère isotherme surestime l'altitude (pas de gradient thermique, température plus élevée que la réalité dès lors qu'on est plus au sol).

Exercice 3 : Décollage d'un porte-avions

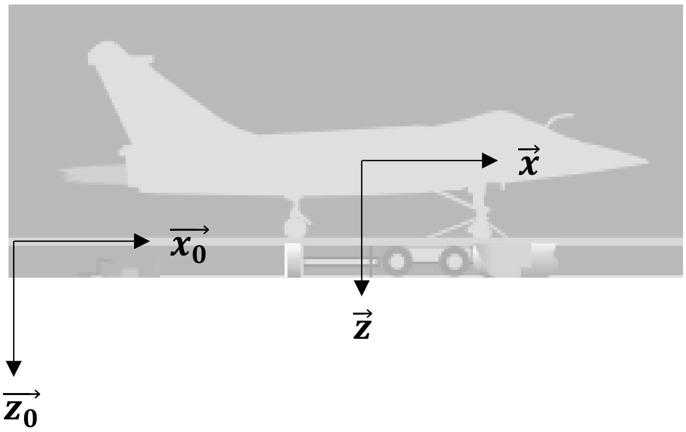
Sur le pont d'un porte-avions, un biréacteur est prêt à être catapulté. Son train avant est accroché à une catapulte. On étudie le décollage en trois phases :

1- L'avion est fixe sur le pont, poussée des moteurs à leur valeur maximale
2- La catapulte est lancée à accélération constante sur toute sa course
3- Au moment où l'avion se détache de la catapulte, il effectue une rotation jusqu'à obtenir son assiette de décollage

www.colsbleus.fr

Données :

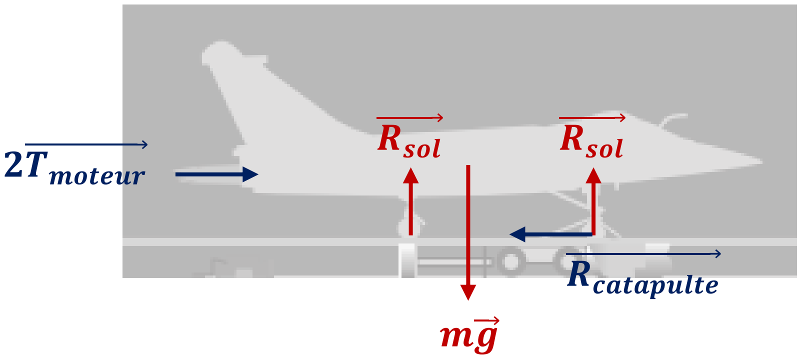
-Course de la catapulte : $75\ m$
-Accélération de l'avion (catapulte) pendant la phase de catapultage : $a = 4\ g$
-Poussée maximale d'un moteur : $T_{moteur} = 75\ kN$
-Masse de l'avion : $m = 12\ tonnes$
-On se situe au niveau de la mer : $\rho = 1{,}225\ kg/m^3$
-On définit les axes longitudinal et vertical avion ($\vec{x}$ et $\vec{z}$) et terrestre ($\vec{x_0}$ et $\vec{z_0}$) :



-Le repère terrestre est supposé Galiléen.
-On définit enfin les axes air ($\vec{x_a}$ et $\vec{z_a}$), on a toujours $\vec{V} = V\vec{x_a}$.
-La poussée des moteurs est négligeable suivant l'axe vertical avion.
-Caractéristiques aérodynamiques de l'avion :

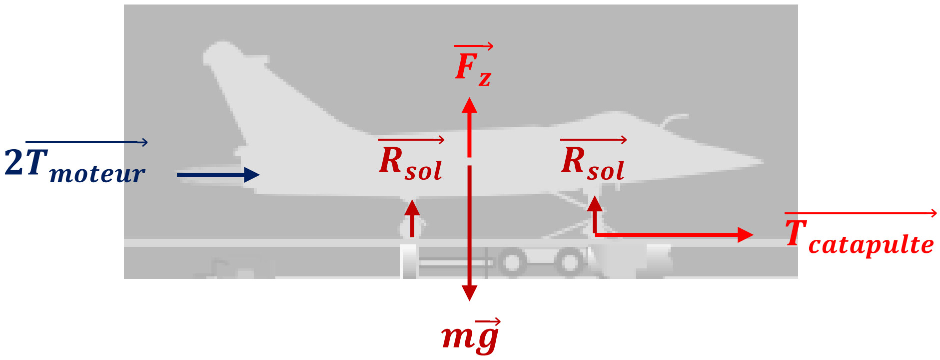
Calage des ailes par rapport à l'axe longitudinal avion : $\gamma_{ailes} = 5\,°$
Coefficient de portance : $C_z = 0{,}1\alpha$ *avec* α *l'incidence en degré*
Coefficient de trainée : $C_x = 0{,}01 + 0{,}12C_z^2$
Surface des ailes : $S = 46\ m^2$
Trainée fuselage : $(C_xS)_f = 1\ m^2$

1- Faire un schéma des forces qui s'appliquent sur l'avion pendant la phase 1.



L'avion est fixe, la somme des forces s'exerçant sur lui est nulle.
La réaction du sol contre le poids et la catapulte empêche l'avion d'accélérer en contrant la poussée des moteurs.

2- Faire un schéma des forces qui s'appliquent sur l'avion pendant la phase 2 (on néglige toute forme de trainée **pendant cette phase** pour des raisons de simplification), et donner la valeur de la force tractrice exercée par la catapulte sur l'avion.



Au fur et à mesure que l'avion gagne de la vitesse, la portance se substitue à la réaction du sol.
De son côté, la catapulte fait accélérer l'avion. Elle exerce une force telle que :

$$ma = 2T_{moteur} + T_{catapulte} = m.4g = 12\,000.(4.9{,}81)$$

Soit :

$$T_{catapulte} = 470{,}9 - 2.75 = 320{,}9\ kN$$

3- Montrer que la valeur de la vitesse en bout de pont est $276\ km/h$.

A accélération constante on a :

$$v = \int_0^t a dt = at \rightarrow OM = \int_0^{t_M} v dt = \frac{at_M^2}{2}$$

Où O désigne le point de lancement de l'avion, et M la position de l'avion à la fin du catapultage.

Or on sait que la course de la catapulte est de 75 m donc :

$$t_M = \sqrt{\frac{2.OM}{a}} = \sqrt{\frac{2.75}{4.9,81}} = 1{,}96\ s$$

Donc il vient que la vitesse est à cet instant :

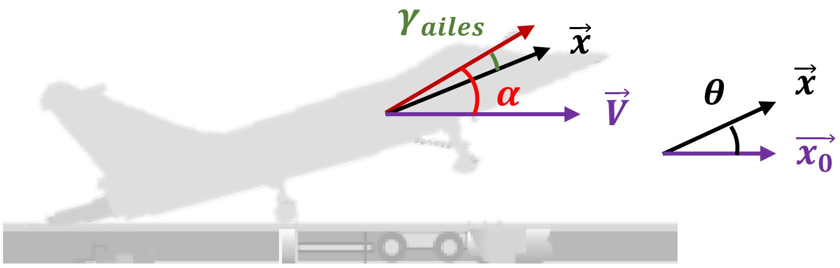
$$v_M = at_M = 4.9{,}81.1{,}96 = 76{,}7\ m/s = 276\ km/h$$

On passe dans la troisième phase : la rotation. On prend cette fois en compte la trainée de l'appareil (comme si elle apparaissait d'un coup).
L'avion pivote sur son train arrière jusqu'à ce qu'il obtienne une assiette lui permettant de quitter le pont. On suppose que le vecteur vitesse est toujours porté par l'axe $\overrightarrow{x_0}$ pendant cette rotation, et que sa norme est constante (égale à 276 km/h).

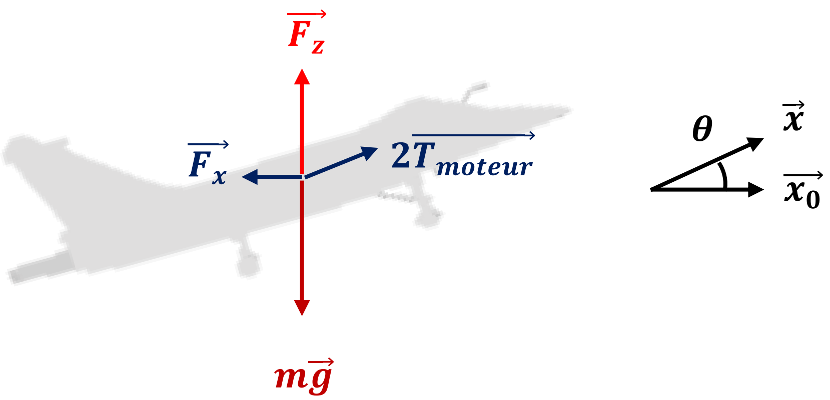
4- Donner la relation entre incidence des ailes, assiette de l'avion et calage des ailes.

On a tout simplement :

$$\alpha = \theta + \gamma_{ailes}$$



5- Faire un schéma des forces et donner la valeur de l'assiette au moment où l'avion décolle.
En déduire l'incidence des ailes.
On pourra supposer que l'assiette reste faible de sorte que $sin\theta \approx \theta\ (rad)$.
On rappelle que la correspondance radians/degrés est : $2\pi \leftrightarrow 360\ °$.



Au moment où l'avion décolle, la réaction du sol est complètement remplacée par la portance et la composante verticale de poussée des moteurs.

Bilan des forces :

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F_a} + 2\overrightarrow{T_{moteur}}$$

L'avion quitte le pont lorsque la portance et la composante verticale de la poussée des moteurs compensent le poids de l'appareil :

$$\left(m\vec{g} + \vec{F_a} + 2\overrightarrow{T_{moteur}}\right).\vec{z_0} = 0$$

Soit :

$$mg - F_z - 2T_{moteur} sin\theta = 0$$

Avec :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 C_z = \frac{1}{2}\rho S V^2 0{,}1\alpha = \frac{1}{2}\rho S V^2 0{,}1(\gamma_{ailes} + \theta)$$

Donc :

$$mg - \frac{1}{2}\rho S V^2 0{,}1(\gamma_{ailes} + \theta) - 2T_{moteur}.\frac{2\pi}{360}.\theta = 0$$

ATTENTION ! Les angles sont ici pris en degrés. Puisque le coefficient de portance s'écrit $C_z = 0{,}1\alpha$ avec l'incidence en degrés, on peut laisser les angles tels quels dans l'équation. En revanche, le sinus prend les angles en radians, d'où la conversion de degrés en radians $\left(\frac{2\pi}{360}\right)$ pour la projection de la poussée des moteurs.
Soit :

$$mg = \frac{1}{2}\rho S V^2 0{,}1(\gamma_{ailes} + \theta) + 2T_{moteur}.\frac{2\pi}{360}.\theta$$

$$mg - \frac{1}{2}\rho S V^2 0{,}1\gamma_{ailes} = \left(\frac{1}{2}\rho S V^2 0{,}1 + 2T_{moteur}.\frac{2\pi}{360}\right)\theta$$

Soit :

$$\theta = \frac{mg - \frac{1}{2}\rho S V^2 0{,}1\gamma_{ailes}}{\frac{1}{2}\rho S V^2 0{,}1 + 2T_{moteur}.\frac{2\pi}{360}}$$

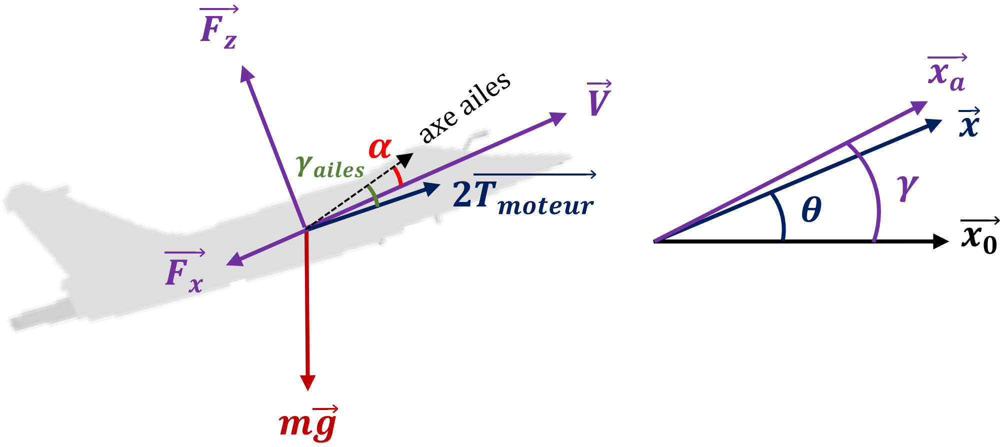
$$\theta = \frac{12\,000.9{,}81 - \frac{1}{2}1{,}225.46.76{,}7^2 0{,}1.5}{\frac{1}{2}1{,}225.46.76{,}7^2 0{,}1 + 2.75\,000.\frac{2\pi}{360}} = 1{,}8\,°$$

Et donc l'incidence vaut :

$$\alpha = 5 + 1{,}8 = 6{,}8\,°$$

Une fois que l'avion a quitté le pont, le pilote affiche une poussée lui permettant de stabiliser sa vitesse et une pente γ.

6- Faire un schéma des forces et donner la relation vectorielle du Principe Fondamental de la Dynamique, ainsi que la relation entre les différents angles.



La composante verticale de portance et la composante verticale de poussée moteurs compensent le poids et la composante verticale de trainée.
La composante horizontale de poussée moteurs compense la composante horizontale de trainée et de portance.

On a le PFD sous forme vectorielle :

$$\overrightarrow{F_a} + 2\overrightarrow{T_{moteur}} + m\vec{g} = \vec{0}$$

Et la relation entre les différents angles :

$$\theta + \gamma_{ailes} = \gamma + \alpha$$

On considère pour la question suivante que $sin\theta \approx \theta$; $sin(\gamma - \theta) \approx \gamma - \theta$; $cos(\gamma - \theta) \approx 1$ et la masse volumique est toujours égale à $1{,}225\ kg/m^3$.

7- Quelle doit être la poussée des moteurs pour assurer la montée à une vitesse de $400\ km/h$ et telle que $\theta = 28{,}6\ °$.

<u>Aide :</u>
-Lister les inconnues et les relations à disposition.
-Projeter les PFD dans le repère avion, en supposant que la composante de trainée suivant l'axe vertical est négligeable.

On liste les inconnues de notre problème :

$$\gamma, \theta, \alpha, T_{moteur}$$

Et les relations :

1-Angles :

$$\boxed{\alpha = \theta - \gamma + \gamma_{ailes} \quad (1)}$$

2-Projection du bilan des forces suivant les axes avion :

2-1-Selon l'axe horizontal :

$$(\overrightarrow{F_a} + 2\overrightarrow{T_{moteur}} + m\vec{g}).\vec{x} = 0$$

$$-F_z sin(\gamma - \theta) - F_x cos(\gamma - \theta) + 2T_{moteur} - mgsin\theta = 0 \quad (2)$$

Avec l'hypothèse des petits angles :

$$\boxed{-F_z(\gamma - \theta) - F_x + 2T_{moteur} - mg\theta = 0 \quad (2)}$$

2-2-Selon l'axe vertical :

$$(\overrightarrow{F_a} + 2\overrightarrow{T_{moteur}} + m\vec{g}).\vec{z} = 0$$

$$-F_z cos(\gamma - \theta) + F_x sin(\gamma - \theta) + mgcos\theta = 0 \quad (3)$$

Avec l'hypothèse des petits angles et composante de trainée négligeable :

$$\boxed{-F_z + mgcos\theta = 0 \quad (3)}$$

Soit seulement trois relations pour quatre inconnues. Mais l'assiette est fixée puisqu'on nous donne :

$$\theta = 28{,}6\,°$$

On peut ensuite déterminer l'incidence avec la troisième relation :

$$-F_z + mgcos\theta = 0 \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2}\rho SV^2 0{,}1\alpha + mgcos\theta = 0 \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{mgcos\theta}{\frac{1}{2}\rho SV^2 0{,}1} = \frac{12\,000.9{,}81.\,cos0{,}5}{\frac{1}{2}1{,}225.46.\,111{,}1^2 0{,}1} = 2{,}97\,° \quad (3)$$

Puisque $400\ km/h = 111{,}1\ m/s$.

Puis on peut déterminer la pente par la première relation :

$$\gamma = -\alpha + \theta + \gamma_{ailes} \quad (1)$$

$$\gamma = -2{,}97 + 28{,}6 + 5 = 30{,}63\,° \quad (1)$$

Il reste la poussée à déterminer par la seconde relation :

$$-F_z(\gamma-\theta)-F_x+2T_{moteur}-mg\theta=0 \qquad (2)$$

$$2T_{moteur}=mg\theta+F_z(\gamma-\theta)+F_x \qquad (2)$$

En sachant que :

$$F_z\approx mgcos\theta=12\,000.9{,}81.cos0{,}5=103{,}3\,kN$$

Et avec :

$$F_x=F_{x\,ailes}+F_{x\,fuselage}=\frac{1}{2}\rho V^2\left(SC_x+(C_xS)_f\right)$$
$$=\frac{1}{2}1{,}225.111{,}1^2(46\,[0{,}01+0{,}12.0{,}297^2]+1)$$
$$=14{,}7\,kN$$

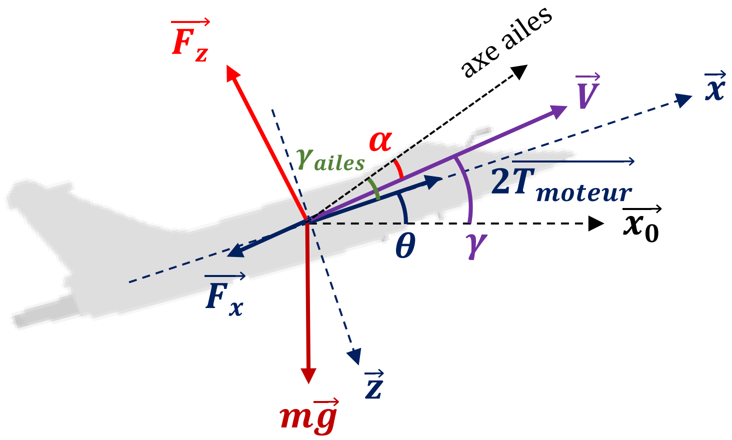
Donc :

$$2T_{moteur}=12\,000.9{,}81.28{,}6\frac{2\pi}{360}+103\,300(30{,}63-28{,}6)\frac{2\pi}{360}+14\,700 \qquad (2)$$

Il ne faut pas oublier de convertir la pente en radians puisque venant d'un terme de projection.
Et finalement :

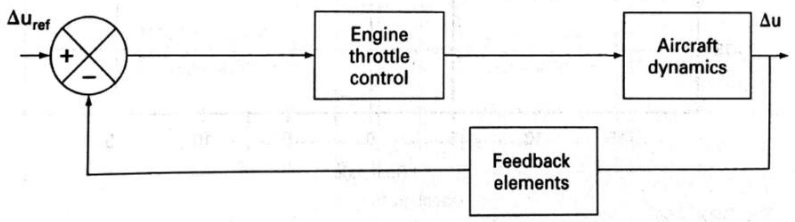
$$2T_{moteur}=77{,}2\,kN$$

Et $\theta=28{,}6\,°, \gamma=30{,}63\,°, \alpha=2{,}97\,°$:



Exercice 4 : Velocity Hold Control System

On souhaite disposer d'un système qui capture et maintient la vitesse d'un avion, choisie par le pilote. On pense d'abord à ce schéma de principe :



1- Expliquer de manière globale le principe de ce système.

La différence entre vitesse de consigne $\Delta u_{réf}$ (ou plutôt l'écart de vitesse commandé par rapport à la vitesse initiale) et (écart) de vitesse réelle Δu (mesurée au travers du bloc « Feedback éléments ») a une action sur la manette des gaz (donc poussée moteur de l'avion), ce qui permet donc de modifier sa vitesse jusqu'à atteindre la vitesse consigne, si le système fonctionne.

2- Pourquoi est-il important de rajouter des « Feedback elements » ?

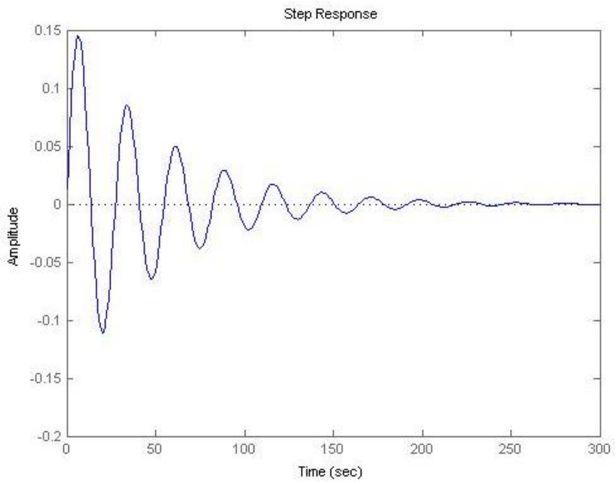
Sans ce bloc, impossible de connaitre l'impact de la variation de poussée des moteurs sur la vitesse de l'avion, donc de savoir si l'on se rapproche ou éloigne de la vitesse consigne.

3- Que représente physiquement le bloc « Aircraft dynamics » ?

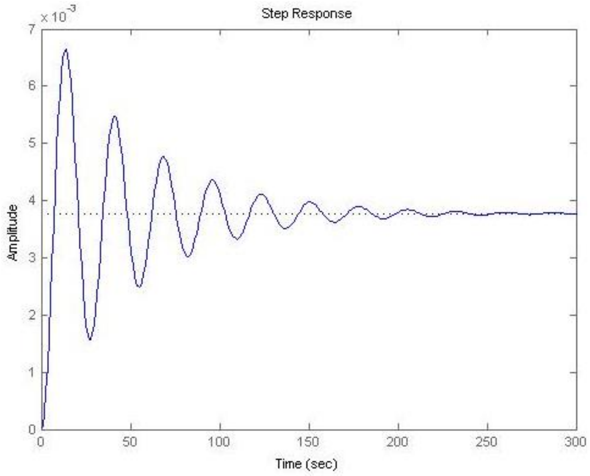
L'impact de la poussée des moteurs sur la vitesse de l'avion.

Nous allons nous intéresser à l'impact d'une variation de la position de la manette des gaz sur la vitesse longitudinale de l'avion.

Pour un échelon unitaire (variation d'un degré de la manette) on obtient :



Réponse en vitesse



Réponse en assiette obtenue en calculant la fonction de transfert sur l'assiette $\frac{\Delta\theta(s)}{\Delta\delta_T(s)}$

4- Expliquer ce qu'il se passe, et donner la valeur de la période des oscillations, ainsi que l'amortissement.

On s'aperçoit que suite à un échelon d'un degré à la manette des gaz, l'avion oscille lentement en vitesse et assiette (c'est le mode « Phugoïde »), mais surtout se stabilise à une nouvelle assiette en retrouvant la vitesse de départ…

Finalement lorsque l'on applique une variation de poussée, l'avion atteint un nouvel état d'équilibre où l'incrément de poussée compense l'incrément de composante de poids suivant l'axe longitudinal due à la variation d'assiette.

Pour retrouver la période des oscillations on mesure l'écart entre deux pics, et on trouve à peu près 27 s.

Pour l'amortissement, on peut dire que l'expression de la vitesse s'écrit :

$$\Delta u(t) = Ke^{-\xi\omega_n t}\sin(\omega_p t)$$

Si l'on prend les points à $t = 50$ et $100\ s$ alors on a :

$$\Delta u(50) = -0{,}06 = -Ke^{-\xi\omega_n 50}$$

$$\Delta u(100) = -0{,}02 = -Ke^{-\xi\omega_n 100}$$

Donc :

$$\frac{\Delta u(50)}{\Delta u(100)} = \frac{0{,}06}{0{,}02} = e^{-\xi\omega_n(50-100)} \rightarrow ln\left(\frac{0{,}06}{0{,}02}\right) = -\xi\omega_n(50-100)$$

Soit :

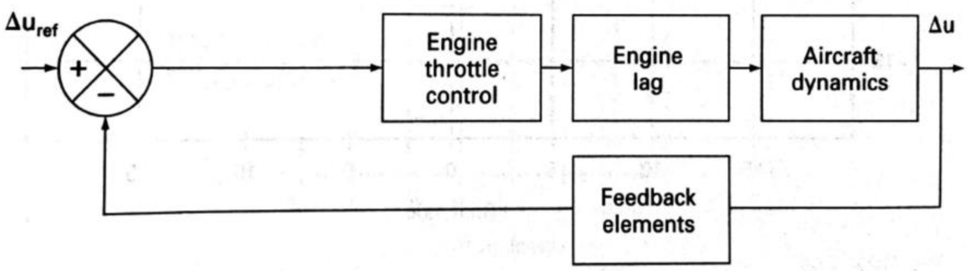
$$1{,}1 = 50\xi\omega_n \rightarrow \xi\omega_n = 0{,}02\ s^{-1}$$

Tout cela reste bien sûr approximatif, seule la méthode pour trouver un résultat (cohérent) était notée.

5- Quelle conclusion peut-on en tirer vis-à-vis de notre système de maintien de la vitesse ?

La variation de poussée est convertie en assiette plutôt qu'en vitesse. Il va donc falloir trouver un moyen de contrôler la poussée de façon à ce que l'avion modifie bien sa vitesse et la conserve…
De plus les oscillations (même si elles sont amorties), doivent être réduites pour une meilleure efficacité.

Retour à notre système de maintien de la vitesse, en tenant compte cette fois du comportement du moteur au travers du bloc « Engine Lag » :



On considère le bloc « Feedback éléments » comme étant un gain pur k_{fb}.

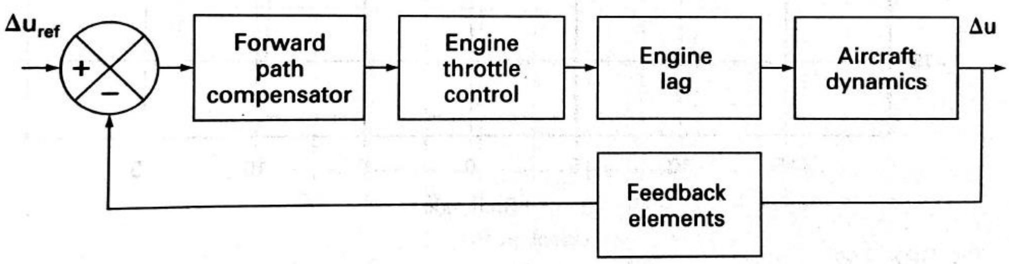
6- Soulever de manière globale les potentiels problèmes que l'on peut rencontrer si l'on fait fonctionner ce système sur cet avion.

<u>Nb :</u> On donne en annexes la réponse de chaque bloc à un échelon unitaire.

D'après l'étude de la dynamique de l'avion vue précédemment, on peut déjà douter du fait que le système puisse fonctionner en l'état. Il risque de commander une assiette plutôt qu'une vitesse.

De plus, on voit que les moteurs développent leur poussée avec un certain retard. Combiné à la dynamique oscillatoire de l'avion, il est fort probable que la vitesse oscille elle aussi.

Finalement, nous rajoutons un correcteur avant l'application de l'ordre à la manette sous la forme d'un bloc « Forward path compensator » :



Sachant que l'on a les fonctions de transfert :
-« Forward path compensator » :

$$k_a \frac{s+0{,}1}{s}$$

Avec k_a une constante.
-« Engine throttle control » :

$$\frac{10}{s+10}$$

-« Engine lag » :

$$\frac{1}{s+0{,}1}$$

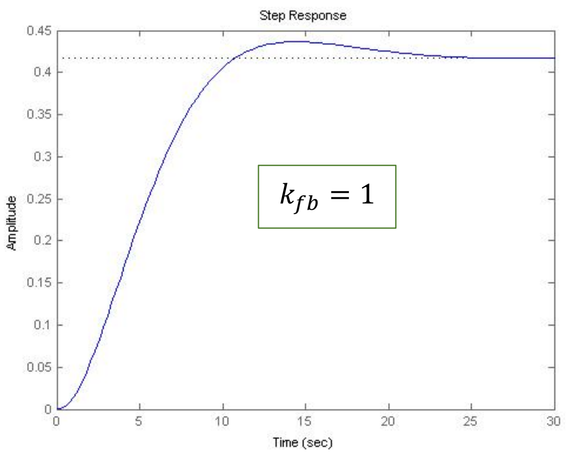
-« Aircraft dynamics » :

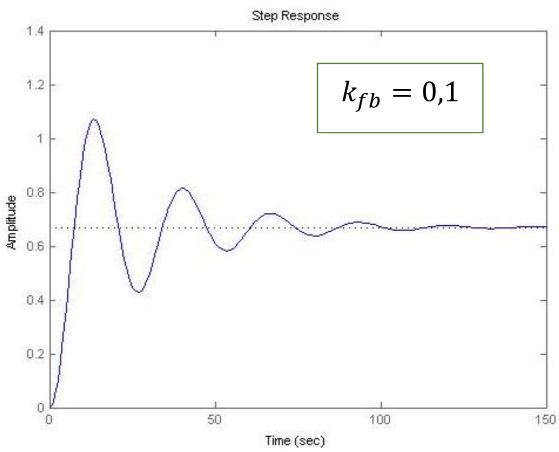
$$\frac{0{,}038s}{s^2+0{,}039s+0{,}053}$$

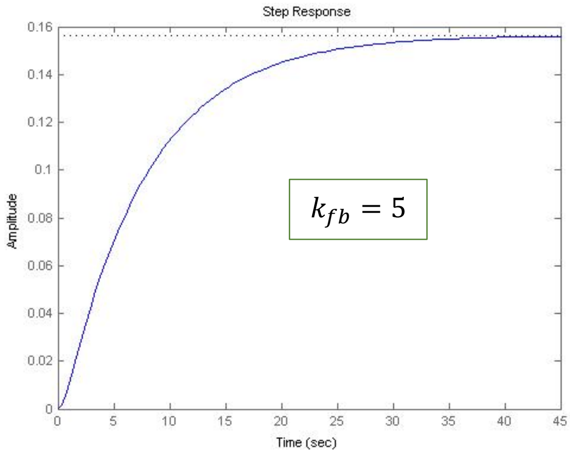
-« Feedback elements » :

$$k_{fb}(10s+1)$$

Pour un échelon consigne d'amplitude $\Delta u_{ref} = 1\, m.s^{-1}$, on observe la réponse de l'avion.
On fixe le gain $k_a = 1$. Avec différentes valeurs de gain k_{fb} on a :





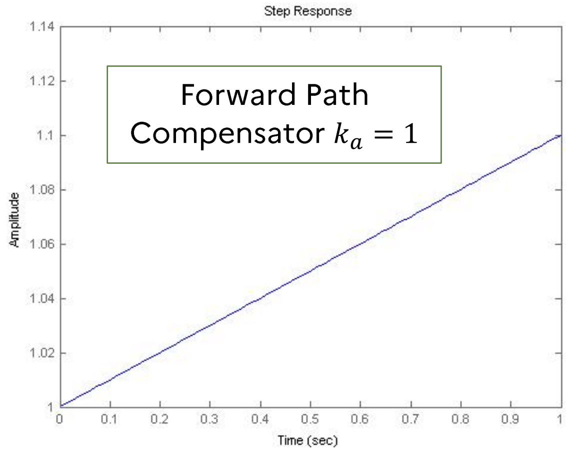


7- Quels sont les avantages/inconvénients de chaque jeu de gains.

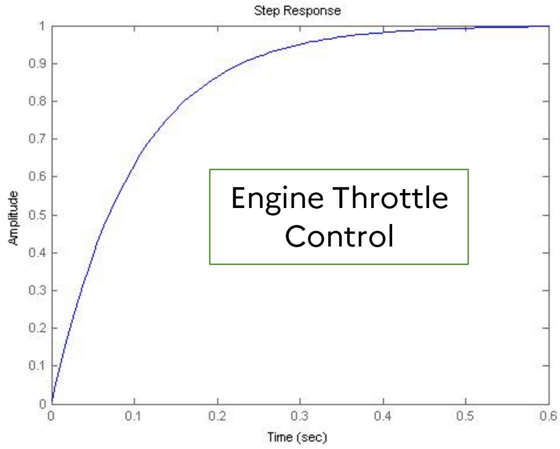
On voit que l'augmentation du gain k_{fb} diminue les « overshoots », mais aussi la valeur finale, donc augmente l'erreur (il faut que l'on atteigne 1)…

Le bon compromis semble être le gain $k_{fb} = 1$.

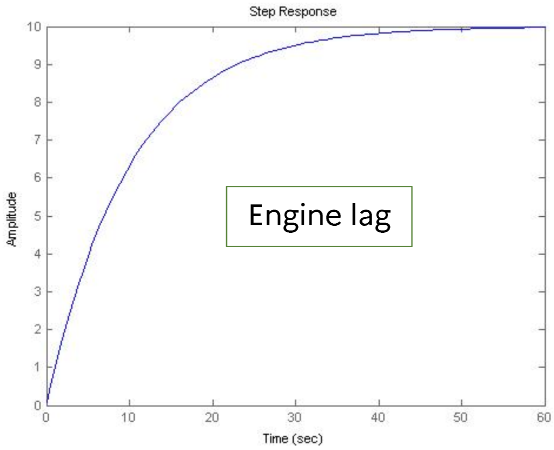
Annexes :



Step Response
Forward Path Compensator $k_a = 1$
Amplitude
Time (sec)



Step Response
Engine Throttle Control
Amplitude
Time (sec)



Step Response
Engine lag
Amplitude
Time (sec)

Exercice 5 : Freinage d'un obus par la neige

Un obus de **diamètre** $\boldsymbol{d = 100\,mm}$ et de **masse** $\boldsymbol{m = 10\,kg}$ pénètre dans la neige tassée à :

$$\boldsymbol{T_{neige} = 0°C}$$

Il s'enfonce de $\boldsymbol{l = 5m}$ sans éclater selon une trajectoire rectiligne selon l'axe **AB**. Le mouvement de l'obus est **hélicoïdal**; quand il rentre en contact avec la neige au point **A**, sa vitesse de rotation autour de son axe est :

$$\boldsymbol{\omega_A = 200\,rad/s}$$

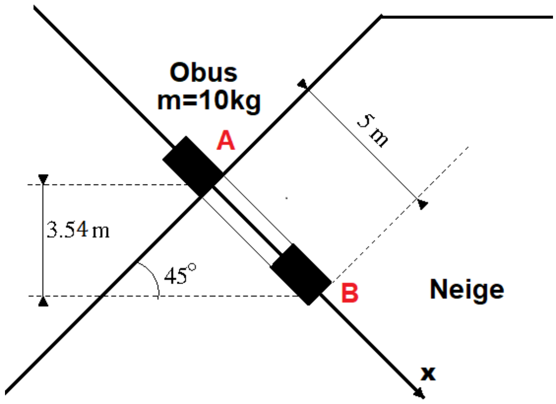
Sa vitesse de translation :

$$\boldsymbol{v_A = 100\,m/s}.$$

Sa température est :

$$\boldsymbol{T_{obus} = 40°C}$$

Le repère défini par $(AB\vec{x})$, a pour origine spatiale et temporelle le point **A** $(\boldsymbol{x_A = 0\,m, t_A = 0\,s})$.



Données utiles :

- *Pour le calcul du moment d'inertie* J_Δ *on assimilera l'obus à un cylindre plein de 100mm de diamètre :* $J_\Delta = \frac{mD^2}{8}$
- *La quantité de chaleur dégagée par un objet chaud en contact avec un milieu froid est* $\Delta Q = mc_p\Delta T$ *(avec* m*, la masse de l'objet,* c_p *sa chaleur spécifique à pression constante* $\left(en\ \frac{J}{Kg.K}\right)$ *et* ΔT *l'écart de température.*
- *L'énergie cinétique d'un solide indéformable en rotation autour d'un axe* Δ *est :*

$$E_{cin} = J_\Delta \frac{\omega_\Delta^2}{2}$$

  Avec ω_Δ *sa vitesse angulaire.*
- *Théorème du moment cinétique (ou de l'accélération angulaire) :*

$$\sum M_{\Delta,F_{ext}} = J_\Delta \frac{d\omega}{dt}$$

- *Théorème de l'énergie cinétique :* $\Delta E_{cinetique}\Big|_A^B = \sum W_{F_{ext}}\Big|_A^B + \sum W_{F_{int}}\Big|_A^B$

On souhaite dans un premier temps calculer la force de frottement longitudinale notée $\vec{R}$ associée au frottement obus/neige.

a/ Déterminer γ, l'accélération de l'obus en fonction des forces s'exerçant sur celui-ci : la force de frottement Obus/neige notée $\vec{R}$ (frottement solide) et le poids noté $\vec{P}$. On projettera sur l'axe $(AB\vec{x})$.

Appliquons le PFD :

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}(t)$$

$$m\vec{\gamma}(t) = \vec{R} + \vec{P}\cos(\alpha)$$

En projetant sur l'axe ABx,

$$m\gamma(t) = R + mg\cos(\alpha)$$

$$\gamma = \frac{R}{m} + g\cos(\alpha)$$

b/Exprimer les équations du mouvement qui en découlent et en déduire une expression de γ en fonction de v_A et t_B (t_B étant le temps que met l'obus pour arriver à son point d'arrêt B).

$$\gamma(t) = \frac{R}{m} + g\cos(\alpha)$$

$$v(t) = v_A + \gamma t$$

$$x(t) = v_0 t + \frac{\gamma t^2}{2}$$

avec $v(t_A) = v(0) = v_0 = v_A$ et $v(t_B) = v(t_B) = v_A = \gamma t_B$

$x(t_A) = x(0) = x_0 = 0$ et $x(t_B) = x(t_B) = v_0 t_B + \frac{\gamma {t_B}^2}{2} = l$

On peut déduire

$$t_B = -\frac{v_A}{\gamma}$$

$$-\frac{v_A^2}{\gamma} + \frac{{v_A}^2}{2\gamma} = -\frac{{v_A}^2}{2\gamma} = l$$

Finalement

$$-\frac{{v_A}^2}{2l} = \gamma = \frac{-10000}{10} = -10^3\ m/s^2$$

$$t_B = \frac{-100}{-1000} = 0.1\ s$$

c/Déduire des questions **a/** et **b/** l'expression et la valeur numérique de la force de frottement $|\vec{R}|$.

$$\gamma(t) = \frac{R}{m} + g\cos(\alpha)$$
$$R = m\gamma - mg\cos(\alpha) = -10^4 - 10 \times 9{,}81 \times 0.707 = -10069.35\ N$$

Nous souhaitons maintenant calculer le couple de frottement noté C_f.

d/Etablir les équations du mouvement autour de l'axe de l'obus, sachant que le seul moment s'appliquant à l'obus est le couple de frottement C_f.

$$\sum M_{\Delta,F_{ext}} = J_\Delta \frac{d\omega}{dt} = \frac{mD^2}{8}.\frac{d\omega}{dt} = C_f$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{8C_f}{mD^2}$$

e/Après intégration des équations du mouvement, déterminer l'expression du couple de frottement C_f, ainsi que sa valeur numérique (en supposant que la rotation s'arrête en même temps que la translation).

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{8C_f}{mD^2}$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{8C_f}{mD^2}\ t$$

Or $\omega(t_A) = \omega(0) = \omega_A = 200\ rad/s$

$$\omega(t_B) = 0 = \omega_A + \frac{8C_f}{mD^2}\ t_b$$

On peut en déduire C_f :

$$C_f = -\frac{\omega_A mD^2}{4t_b} = -\frac{200 \times 10 \times 0.1 \times 0.1}{8 \times 0.1} = -25\ N.m.rad$$

Estimation de la masse de neige passant de l'état solide à l'état liquide.

- *le travail des forces intérieures correspond à la somme du travail de la force de frottement R et du travail du couple de frottement C_f. Il s'agit du **travail de frottement**.*
- *Le travail des forces extérieures correspond uniquement au travail du poids de l'obus.*

f/Exprimer la variation de l'énergie cinétique $\Delta E_{cinetique}\big|_A^B$ de l'obus en fonction de m, J_Δ, v_A et ω_A. Donner une valeur numérique.

$$\Delta E_{cinetique}\big|_A^B = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) + J_\Delta\frac{(\omega_B^2 - \omega_A^2)}{2}$$

$$\Delta E_{cinetique}\big|_A^B = -\frac{1}{2}mv_A^2 - J_\Delta\frac{\omega_A^2}{2}$$

$$\Delta E_{cinetique}\Big|_A^B = -\frac{1}{2}10^5 - \frac{4 \times 10^3}{16} = -5 \times 10^4 - 0.25 \times 10^3 = -50250\,J$$

g/Exprimer le travail des forces extérieures $\sum W_{F_{ext}}\Big|_A^B$ puis calculer la valeur numérique associée.

$$\sum W_{F_{ext}}\Big|_A^B = P \times h = 10 \times 9.81 \times 3{,}54 = 347{,}27\,J$$

h/Déduire des questions **f/** et **g/** la valeur numérique de $\sum W_{F_{int}}\Big|_A^B$ correspondant au travail de frottement.

On utilise le théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_{cinetique}\Big|_A^B = \sum W_{F_{ext}}\Big|_A^B + \sum W_{F_{int}}\Big|_A^B = -50250\,J = 347{,}27 + \sum W_{F_{int}}\Big|_A^B$$

$$\sum W_{F_{int}}\Big|_A^B = -50250 - 347.27 = -50597{,}27\,J$$

On souhaite maintenant estimer la masse de neige qui a fondu suite au contact avec l'obus.

- *Le **travail de frottement** est entièrement transformé en chaleur et cédé à la neige ! Si l'on souhaite estimer l'énergie totale cédée à la neige, il faut aussi ajouter la chaleur dégagée par l'échange thermique entre l'obus et la neige dû à l'écart de température entre les deux milieux.*

i/Calculer la quantité de chaleur dégagée ΔQ sachant que la chaleur spécifique du matériau constituant l'obus est $c_p = 0.48\frac{J}{g.K}$. En déduire l'énergie totale cédée par l'obus à la neige.

$$\Delta Q = mc_p\Delta T = 10 \times 480 \times 40 = 192\,000\,J$$

L'énergie totale cédée à la neige est :

$$192\,000\,J + 50597{,}27\,J = 242\,597{,}27\,J$$

j/ Sachant que la chaleur massique de fusion de la neige est $c = 334\,kJ/kg$. Estimer la masse de neige qui a fondu suite au contact avec l'obus.

$$m_{neige} = \frac{242\,597{,}27}{334000} = 0{,}726\,kg$$