Recueil d'exercices : Mécanique des fluides basique et thermodynamique

Exercice 1 : Manomètre différentiel

Soit un manomètre à liquide constitué d'un **réservoir** à section constante **S** relié à un tube en **U** de section **s.** Celui-ci est rempli de liquide de masse volumique ρ. Dans le réservoir, on a une pression $p = p_0 + \Delta p$. Lorsque la surpression est nulle, les niveaux du liquide sont égaux à z_0. Lorsque $\Delta p \neq 0$, le niveau de liquide dans le réservoir est z_r, celui du tube est z

La pression au niveau du point A est notée p, celle au niveau du point B est notée p_0.

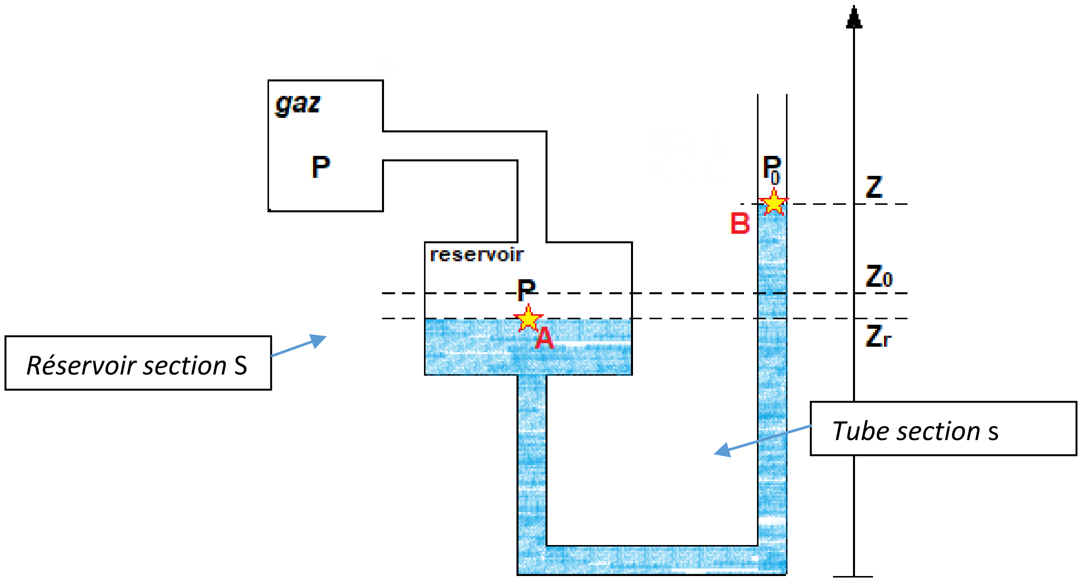


Figure 1 : Schématisation d'un manomètre différentielle.

1/ Quand la pression varie, c'est à dire lorsque l'on évolue de l'état $\Delta p = 0$, à $\Delta p \neq 0$, les niveaux de liquide se déplacent et passe d'un état d'équilibre à un autre. Exprimer $(z_0 - z_r)$ fonction de $((\boldsymbol{z - z_0}), \boldsymbol{s\ et\ S})$ en utilisant la conservation du volume de liquide.

2/ Exprimer $\Delta p = p - p_0$ en fonction de (z, z_r, ρ et g). En déduire une expression de z_r. En déduire une expression de Δp en fonction de (z, z_0, ρ et g,s,S).

3/ Soit $\Delta z = (z - z_0)$. Exprimer la sensibilité σ du manomètre ($\sigma = \frac{\Delta z}{\Delta p}$). Que pouvez-vous dire de la sensibilité du manomètre à section variable par rapport à un manomètre à section constante ? Calculer la sensibilité σ du manomètre en $(mm/mbar)$ avec les données suivantes :

$$s = 20mm^2,\ \ S = 40cm^2,\ \ \rho = 1000\ kg/m^3$$

4/ On incline maintenant le tube d'un angle a par rapport au plan horizontale. Faire un schéma.

5/ Sachant que la lecture du niveau se fait toujours parallèlement au tube. Comment évolue la sensibilité σ du manomètre ?

Exercice 2 : densimètre poussée d'Archimède

Un densimètre consiste en un tube cylindrique graduée lestée à son extrémité inférieure. Lorsqu'on le met dans l'eau, il flotte verticalement et l'eau atteindra le niveau 1 du densimètre.
Pur un liquide de densité 2, le densimètre sera immergé jusqu'à la gradation 2

Soit S la section du tube du densimètre, et h_0 la distance entre chaque graduation. Le densimètre a un poids P.

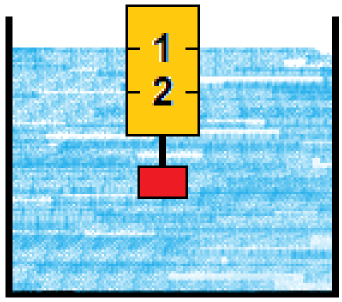


Figure 2 densimètre dans l'eau

1/ Montrer que quel que soit le liquide étudiée, le produit de sa masse volumique par son volume immergé reste constant.

2/ soient :

$$S = 2cm^2 \quad et \quad h_0 = 15\ cm$$

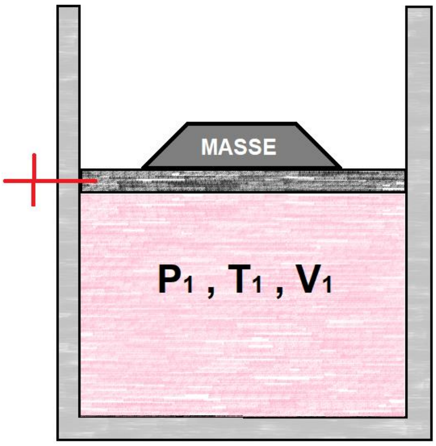
Quels sont les volumes immergées dans le cas d'un liquide de densité 1 et dans le cas d'un liquide de densité 2.

3/ A quel niveau h, repéré par rapport à la graduation 1, affleurera un liquide de densité 1.5.

Exercice 3 : Compressions d'un gaz parfait

Soit un cylindre rempli d'une mole de gaz parfait. Le cylindre est fermé par un piston. Le système cylindre/piston a une capacité thermique négligeable. On considère la chaleur spécifique à volume constant du gaz comme constant (ne varie pas avec la température).

Soit R la constante universelle des gaz parfait, tel que $R = 8.314\, J/Mole/K$



Initialement le piston est bloqué. P_1, V_1, T_1 sont respectivement la pression, le volume et la température dans les **conditions initiales** de remplissage. On donne :

$$T_1 = 300K \;\; et \;\; V_1 = 10\, L$$

Soient P_2, V_2, T_2, la pression, le volume et la température dans les conditions d'équilibre finales.

1/ le système est thermiquement isolé, le piston est toujours bloqué, on établit au-dessus de ce dernier une pression $P = 10bar$ (masse sur le piston).

a) Calculer la pression P_1.
b) On libère maintenant le piston. Quel est le sens d'évolution de ce dernier ?
c) Comment va évoluer la température du gaz ? va-t-il refroidir ou se réchauffer ? Cette tendance est-elle plus ou moins marquée pour un gaz diatomique ?
d) Que vaut la pression P_2 à l'équilibre ?
e) Appliquer le premier principe de la thermo et exprimerla variation d'énergie interne du gaz lors de la transformation. En déduire le rapport $\frac{V_2}{V_1}$ en fonction du paramètre $x = \frac{P}{P_1}$ et du rapport $\frac{C_V}{R}$.
f) A.N calculer V_2 et T_2 pour un gaz monoatomique.

2/ on réitère l'expérience en considérant les mêmes conditions de remplissage initiales que pour la question 1/. Cette fois on fait varier la pression P de la façon suivante : $P = x\, P_1\ (x > 1)$. Pour chaque valeur de x, on note le volume $V_2(x)$.

a) Montrer que si P augmente indéfiniment, le volume finale tend vers une valeur finie que l'on exprimera en fonction de R, C_v et V_1
b) Avec un gaz donné, on parvient expérimentalement en appliquant brutalement une pression très élevée sur le piston à réduire le volume à 30% du volume initial. Donnez la nature du gaz (mono ou diatomique) ?

3/ On considère maintenant 1 mole d'Hélium.

a) Donner l'expression de l'énergie d'agitation thermique du gaz, qui se confond dans ce cas avec l'énergie interne U en fonction de T puis en fonction de P et V.

Dans les trois transformations suivantes, on part toujours de l'état P_1, V_1, T_1. Pour chacune des transformations, on calculera et on donnera la valeur numérique des rapports $\frac{V_2}{V_1}$ et $\frac{U_2}{U_1}$.

b) La première transformation est celle associée à la question **1/** avec $P = 10 bar$**.**
c) La seconde transformation est ***une compression adiabatique quasi-statique***, où l'on monte progressivement la pression du gaz de P_1 à $P_2 = 10\ bar$. Par application du premier principe, montrer que :

$$5\frac{dV}{V} + 3\frac{dP}{P} = 0$$

Pour calculer les rapports, intégrer cette relation entre les états 1 et 2.

d) La troisième transformation est ***une compression isotherme quasi-statique*** conduisant à la même pression finale $P_2 = 10\ bar$.

Exercice 4 : Compresseur d'air à deux étage

On veut faire passer de l'air d'un état initial A (p_0, T_0) à un état final B ($p_2, T_2 = T_0$). Pour des raisons de simplicité, on raisonnera sur 1 mole de gaz et on considérera toutes les transformations comme réversibles.

- Dans une première transformation, le gaz est comprimé par le premier étage du compresseur de p_0à $p_1$en étant thermiquement isolé. De A (p_0, T_0) à A' (p_1, T_1).
- Le gaz est ensuite refroidi de façon isobare dans un échangeur jusqu'à la température T_0 où il atteint l'état d'équilibre intermédiaire C (p_1, T_0).

Le deuxième étage fonctionne comme le premier :

- Le gaz est comprimé de la pression p_1 jusqu'à la pression finale p_2 en étant thermiquement isolé.
- Le gaz est ensuite refroidi de façon isobare dans un échangeur jusqu'à la température finale T_0 . L'état d'équilibre final est atteint B (p_2, T_0).

On donne les valeurs suivantes :

$$p_0 = 1\ bar;\ p_2 = 64\ bar;\ \ T_0 = 300\ K\ ;\ C_p = \frac{7}{2}R$$

1/ Représenter l'isotherme T_0, ainsi que les différentes transformations dans un diagramme (p, V) mises en jeu.

2/ Donner l'expression, en fonction de T_0 et T_1 du travail $W_{AA'}$ que le compresseur a fourni au gaz pendant la compression adiabatique AA'.

3/ Donner l'expression en fonction de T_0 et T_1 de la quantité de chaleur Q'_1 fournie au gaz par le milieu ambiant pendant le refroidissement isobare $A'C$. En déduire le travail W'_1 pendant le refroidissement.

4/ Exprimer en fonction des températures T_0, T_1 et T_2 le travail total W fourni au gaz quand il passe de la pression p_0 à p_2, c'est-à-dire pendant toutes les transformations mettant en jeu le compresseur à deux étages. Donner son expression en fonction de T_0, p_0, p_1, p_2. On posera $\alpha = \frac{1-\gamma}{\gamma}$.

5/ Comment choisir p_1 en fonction de p_0 et p_2 pour minimiser le travail fourni au gaz ? donner la valeur numérique de p_1. (on pourra chercher les extrema de l'expression de la fonction W calculée en question précédente).

6/ En considérant la réponse à la question précédente, donnez la valeur de W.

7/ On suppose maintenant que le compresseur n'a qu'un étage. Décrire les transformations qui font passer le gaz du même état initial au même état final que précédemment. Calculer le travail fourni au gaz et comparer avec le travail obtenu pour le compresseur à deux étages.