

Soit un manomètre à liquide constitué d'un **réservoir** à section constante **S** relié à un tube en **U** de section **s**. Celui-ci est rempli de liquide de masse volumique ρ . Dans le réservoir, on a une pression $p = p_0 + \Delta p$. Lorsque la surpression est nulle, les niveaux du liquide sont égaux à z_0 . Lorsque $\Delta p \neq 0$, le niveau de liquide dans le réservoir est z_r , celui du tube est z .

La pression au niveau du point A est notée p , celle au niveau du point B est notée p_0 .

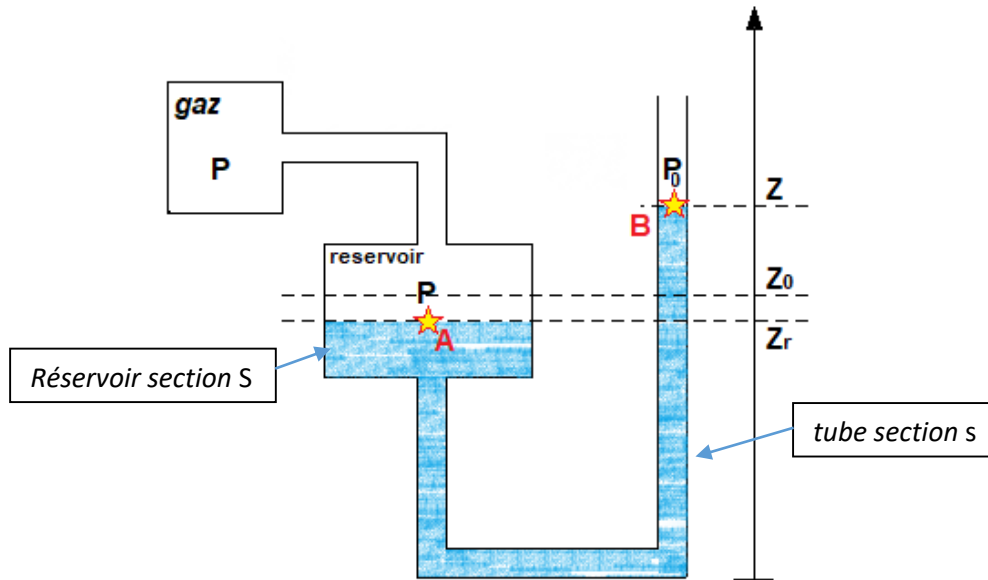


Figure 1 : Schématisation d'un manomètre différentielle.

1/ Quand la pression varie, c'est à dire lorsque l'on évolue de l'état $\Delta p = 0$, à $\Delta p \neq 0$, les niveaux de liquide se déplacent et passent d'un état d'équilibre à un autre. Exprimer $(z_0 - z_r)$ fonction de $((z - z_0), s$ et $S)$ en utilisant la conservation du volume de liquide.

Soit V_{total}^{liq} Le volume de liquide dans le système tube + réservoir. Celui-ci reste constant.

- Ainsi quand $\Delta p = 0$, on a :

$$(V_{total}^{liq})_{\Delta p=0} = V_{res}^{liq} + V_{tube}^{liq}$$

- Ainsi quand $\Delta p \neq 0$, on a :

$$(V_{total}^{liq})_{\Delta p \neq 0} = V_{res}^{liq} + \Delta V_{res}^{liq} + V_{tube}^{liq} + \Delta V_{tube}^{liq} = (V_{total}^{liq})_{\Delta p=0}$$

Cette dernière relation implique :

$$\Delta V_{res}^{liq} + \Delta V_{tube}^{liq} = 0$$

$$S(z_0 - z_r) + s(z_0 - z) = 0$$

$$(z_0 - z_r) = \frac{s}{S}(z - z_0)$$

2/ Exprimer $\Delta p = p - p_0$ en fonction de $(z, z_r, \rho$ et $g)$. En déduire une expression de z_r . En déduire une expression de Δp en fonction de $(z, z_0, \rho$ et $g, s, S)$.

L'hydrostatique des fluides nous permet d'exprimer la différence de pression entre les point A et B :

$$[p]_A^B = p - p_0 = -\rho g [z]_A^B = -\rho g(z_r - z) = \rho g(z - z_r)$$

On en déduit une expression de z_r :

$$z_r = -\frac{\Delta p}{\rho g} + z$$

En injectant cette expression dans la relation obtenue à la question 1 :

$$z_0 - z + \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{s}{S}(z - z_0)$$

Et finalement,

$$\Delta p = \rho g(z - z_0) \left(\frac{s}{S} + 1 \right)$$

3/ Soit $\Delta z = (z - z_0)$. Exprimer la sensibilité σ du manomètre ($\sigma = \frac{\Delta z}{\Delta p}$). Que pouvez-vous dire de la sensibilité du manomètre à section variable par rapport à un manomètre à section constante ? Calculer la sensibilité σ du manomètre en ($mm/mbar$) avec les données suivantes :

$$s = 20mm^2, S = 40cm^2, \rho = 1000 kg/m^3$$

Si $(z - z_0) = \Delta z$, alors on peut écrire :

$$\Delta p = \rho g \Delta z \left(\frac{s}{S} + 1 \right)$$

Exprimons la sensibilité du manomètre :

$$\sigma = \frac{\Delta z}{\Delta p} = \frac{1}{\rho g \left(\frac{s}{S} + 1 \right)}$$

La sensibilité du manomètre à section variable est supérieure à la sensibilité d'un manomètre à section constante, en effet :

$$\sigma_{const} = \frac{1}{2\rho g} > \frac{1}{\rho g \left(\frac{s}{S} + 1 \right)}$$

En effet $\frac{s}{S} + 1 < 2$ car le rapport $\frac{s}{S} < 1$.

4/ On incline maintenant le tube d'un angle α par rapport au plan horizontale. Faire un schéma.

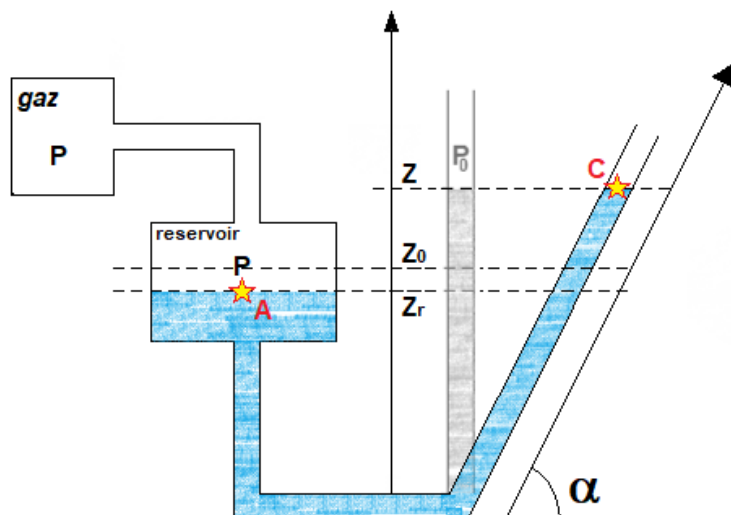


Figure 2 schématisation du manomètre après inclinaison du tube.

5/ Sachant que la lecture du niveau se fait toujours parallèlement au tube. Montrer que la sensibilité σ du manomètre est améliorée par rapport à la situation précédente.

Si on incline le tube, la variation de pression ici entre les points A et C est la même que celle entre les points A et B, on peut toujours écrire :

$$\Delta p = \rho g \Delta z \left(\frac{S}{S} + 1 \right)$$

Mais la lecture se faisant sur l'axe du tube, quand le tube est incliné on a :

$$\sigma = \frac{\Delta z^{axe\ tube}}{\Delta p}$$

Pour calculer $\Delta z^{axe\ tube}$, Il suffit de projeter $\Delta z = (z - z_0)$ sur l'axe du tube, ayant maintenant un angle α avec l'horizontal :

$$\Delta z^{axe\ tube} = \frac{\Delta z}{\sin \alpha}$$

La sensibilité du manomètre devient :

$$\sigma = \frac{\Delta z^{axe\ tube}}{\Delta p} = \frac{1}{\rho g \left(\frac{S}{S} + 1 \right) \sin \alpha}$$

Ainsi la sensibilité du manomètre est supérieure quand le tube est incliné.

Un densimètre consiste en un tube cylindrique gradué lestée à son extrémité inférieure. Lorsqu'on le met dans l'eau, il flotte verticalement et l'eau atteindra le niveau 1 du densimètre. Pur un liquide de densité 2, le densimètre sera immergé jusqu'à la gradation 2

Soit S la section du tube du densimètre, et h_0 la distance entre chaque gradation. Le densimètre a un poids P .

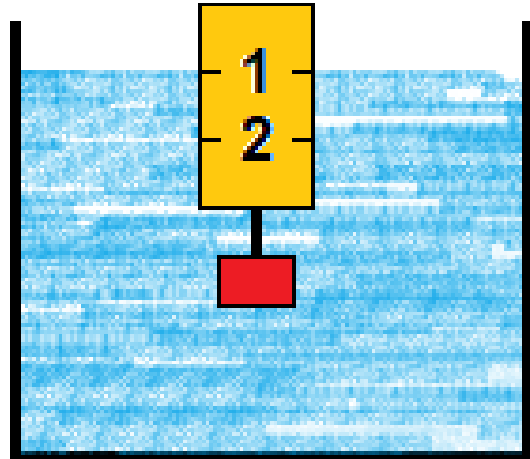


Figure 3 densimètre dans l'eau

1/ Montrer que quel que soit le liquide étudié, le produit de sa masse volumique par son volume immergé reste constant.

Dans le cas d'un objet immergé de poids P , on sait que le volume immergé V est tel que la poussée d'Archimède équilibre le poids de l'objet :

$$P = \rho_{\text{liq}} g V_{\text{immergé}}$$

Or le poids de l'objet est constant, ainsi quel que soit le liquide étudié, le produit $\rho_{\text{liq}} V_{\text{immergé}}$ est constant.

2/ soient :

$$S = 2 \text{ cm}^2 \quad \text{et} \quad h_0 = 15 \text{ cm}$$

Quels sont les volumes immergés dans le cas d'un liquide de densité 1 et dans le cas d'un liquide de densité 2.

On a vu précédemment que $\rho_{\text{liq}} V_{\text{immergé}} = \text{constante}$

Si V_1 est le volume immergé associé au liquide de densité 1 et V_2 le volume immergé dans le cas d'un liquide de densité de 2, alors on peut écrire

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$$

$$V_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} V_1$$

Pour liquide de densité 2, on a par définition $\rho_2 = 2 \times \rho_{\text{eau}} = 2\rho_1$, on a donc :

$$V_2 = \frac{V_1}{2}$$

Connaissant les dimensions du densimètre, on peut écrire :

$$V_1 - V_2 = V_1 - \frac{V_1}{2} = \frac{V_1}{2} = h_0 S = 15 \times 2 = 30 \text{ cm}^3$$

On en déduit

$$V_1 = 60 \text{ cm}^3 \quad \text{et} \quad V_2 = 30 \text{ cm}^3$$

3/ A quel niveau h (en centimètre), repéré par rapport à la graduation 1, affleurerá un liquide de densité 1.5.

$$V_{1.5} = \frac{\rho_1}{\rho_{1.5}} V_1$$

Pour liquide de densité 1.5, on a par définition $\rho_{1.5} = 1.5 \times \rho_{eau} = 1.5\rho_1$, on a donc :

$$\frac{\rho_1}{\rho_{1.5}} = \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$$

Et donc :

$$V_{1.5} = \frac{2}{3} V_1$$

Calculons,

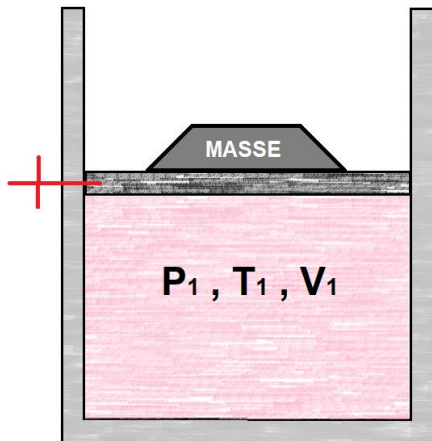
$$V_1 - V_3 = V_1 - \frac{2V_1}{3} = \frac{V_1}{3} = h \cdot S$$

$$h = \frac{V_1}{3 \cdot S} = 10 \text{ cm} = \frac{2}{3} h_0$$

Le liquide de densité 1.5 affleurerá à h=10 cm !

Soit un cylindre rempli d'**1 mole de gaz parfait**. Le cylindre est fermé par un piston. Le système cylindre/piston a une capacité thermique négligeable. On considère la chaleur spécifique à volume constant du gaz comme constant (ne varie pas avec la température).

Soit R la constante universelle des gaz parfait, tel que $R = 8.314 \text{ J/Mole/K}$



Initialement le piston est bloqué. P_1, V_1, T_1 sont respectivement la pression, le volume et la température dans les **conditions initiales** de remplissage. On donne :

$$T_1 = 300\text{K} \text{ et } V_1 = 10 \text{ L}$$

Soient P_2, V_2, T_2 , la pression, le volume et la température dans les conditions d'équilibre finales.

1/ le système est thermiquement isolé (transformation adiabatique), le piston est toujours bloqué, on établit au-dessus de ce dernier une pression $P = 10\text{bar}$ (masse sur le piston).

a) Calculer la pression P_1 .

On considère la loi des gaz parfaits pour 1 mole de gaz parfait :

$$P_1 V_1 = RT_1 \quad \longrightarrow \quad P_1 = \frac{RT_1}{V_1} = \frac{8.314 \times 300}{10^2} = 249\,420 \text{ Pa} \approx 2.5 \text{ bar}$$

b) On libère maintenant le piston. Quel est le sens d'évolution de ce dernier ?

La pression appliquée sur le piston est $P = 10 \text{ bar} > P_1$, donc le piston descend jusqu'à l'équilibre

c) Comment va évoluer la température du gaz ? va-t-il refroidir ou se réchauffer ? Cette tendance est-elle plus ou moins marquée pour un gaz diatomique ?

Le gaz se comprime lors de cette transformation, il va donc se réchauffer, on peut le prouver en considérant la variation de l'énergie interne durant la transformation. Pour une transformation adiabatique, la variation d'énergie interne s'écrit :

$$\Delta U = W = -P\Delta V = -P(V_2 - V_1)$$

$$(V_2 - V_1) < 0 \quad \longrightarrow \quad W > 0 \quad \longrightarrow \quad \Delta U > 0 \quad \longrightarrow \quad U_2 > U_1$$

Ainsi, l'énergie interne a augmenté lors de la transformation impliquant une augmentation de la température.

Pour un gaz diatomique ou monoatomique, on a $\Delta U = C_V \cdot \Delta T$. Pour une même variation d'énergie interne, quelle serait la variation de température pour un gaz diatomique ? et pour un gaz monoatomique.

On sait que $\Delta T = \frac{\Delta U}{C_V}$, or pour un gaz monoatomique, $C_V = \frac{3}{2}R$ et pour un diatomique $C_V = \frac{5}{2}R$

Ainsi, $\Delta T_{monoatomique} = \frac{2}{3R} \Delta U$ et $\Delta T_{diatomique} = \frac{2}{5R} \Delta U$. Donc pour une même variation d'énergie interne la température d'un gaz diatomique augmente moins que celle d'un gaz monoatomique.

d) Que vaut la pression P_2 à l'équilibre ?

A l'équilibre la pression P_2 du gaz est égale à la pression appliquée sur le piston $P_2 = P = 10 \text{ bar}$

e) Appliquer le premier principe de la thermo et exprimer la variation d'énergie interne du gaz lors de la transformation. En déduire le rapport $\frac{V_2}{V_1}$ en fonction du paramètre $x = \frac{P}{P_1}$ et du rapport $\frac{C_V}{R}$.

$$\Delta U = C_V(T_2 - T_1) = -P(V_2 - V_1) = W$$

Pour un gaz monoatomique : $C_V = \frac{3}{2}R$, ainsi

$$\frac{C_V}{R}(P_2V_2 - P_1V_1) = P(V_1 - V_2)$$

$$V_2 \left(\frac{C_V}{R}P_2 + P \right) = V_1 \left(\frac{C_V}{R}P_1 + P \right) \longrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(\frac{C_V}{R}P_1 + P \right)}{\left(\frac{C_V}{R}P_2 + P \right)}$$

Mais on sait que $P_2 = P = xP_1$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(\frac{C_V}{R}P_1 + P \right)}{P \left(\frac{C_V}{R} + 1 \right)} = \frac{\left(\frac{C_V}{R}P_1 + xP_1 \right)}{xP_1 \left(\frac{C_V}{R} + 1 \right)} = \frac{\left(\frac{C_V}{Rx} + 1 \right)}{\left(\frac{C_V}{R} + 1 \right)}$$

f) A.N calculer V_2 et T_2 pour un gaz monoatomique.

Si l'on fait une application numérique, à l'issue de la transformation, on a $P = xP_1 = 10 \text{ bar}$, $P_1 = 2.5 \text{ bar}$ de plus pour un gaz monoatomique on a $C_V = \frac{3}{2}R$.

$$x = \frac{10}{2.5} = 4$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{11}{20} = 0.55 \longrightarrow V_2 = 5.5 \text{ L}$$

$$T_2 = \frac{P_2V_2}{R} = 661 \text{ K}$$

2/ on réitère l'expérience en considérant les mêmes conditions de remplissage initiales que pour la question 1/. Cette fois on fait varier la pression P de la façon suivante: $P = x P_1$ ($x > 1$). Pour chaque valeur de x , on note le volume $V_2(x)$.

a) Montrer que si P augmente indéfiniment, le volume finale tend vers une valeur finie que l'on exprimera en fonction de R , C_V et V_1

On a donné l'expression suivante pour le rapport des volumes :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(\frac{C_V}{Rx} + 1 \right)}{\left(\frac{C_V}{R} + 1 \right)}$$

On cherche la valeur limite de ce rapport si P augmente indéfiniment :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{C_V}{R} + 1\right)}{\left(\frac{C_V}{R} + 1\right)} = \frac{1}{\left(\frac{C_V}{R} + 1\right)} = \frac{R}{(C_V + R)}$$

Ainsi dans le cas d'un gaz monoatomique $C_V = \frac{3}{2}R$:

$$\frac{V_2}{V_1} < \frac{R}{\left(\frac{3}{2}R + R\right)} = \frac{2}{5} = 0.4$$

- b) Avec un gaz donné, on parvient expérimentalement en appliquant brutalement une pression très élevée sur le piston à réduire le volume à 30% du volume initial. Donnez la nature du gaz (mono ou diatomique) ?

Pour un gaz diatomique $C_V = \frac{5}{2}R$:

$$\frac{V_2}{V_1} < \frac{R}{\left(\frac{5}{2}R + R\right)} = \frac{2}{7} = 0.28$$

Au vue des relations établies à la question précédente et ci-contre, le gaz utilisé est certainement un diatomique car $V_2 = 0.3 V_1 \sim 0.28 V_1$.

3/ On considère maintenant 1 mole d'Hélium.

- a) Donner l'expression de l'énergie d'agitation thermique du gaz, qui se confond dans ce cas avec l'énergie interne U en fonction de T puis en fonction de P et V .

Dans le cas d'un gaz parfait, l'énergie interne du gaz s'exprime de la façon suivante $U = C_V T = \frac{C_V}{R} PV$

Dans les trois transformations suivantes, on part toujours de l'état P_1, V_1, T_1 . Pour chacune des transformations, on calculera et on donnera la valeur numérique des rapports $\frac{V_2}{V_1}$ et $\frac{U_2}{U_1}$.

- b) La première transformation est celle associée à la question 1/ avec $P = 10 \text{ bar}$.

On souhaite calculer les rapports $\frac{V_2}{V_1}$ et $\frac{U_2}{U_1}$.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{661}{300} = 2.2$$

Mais,

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} \longrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{U_2 P_1}{U_1 P_2} = \frac{2.2}{4} = 0.55$$

- c) La seconde transformation est **une compression adiabatique quasi-statique**, où l'on monte progressivement la pression du gaz de P_1 à $P_2 = 10 \text{ bar}$. Par application du premier principe, montrer que :

$$5 \frac{dV}{V} + 3 \frac{dP}{P} = 0$$

On est maintenant dans le cas d'une compression adiabatique quasi-statique, on a

$$dU = C_V dT = \frac{C_V}{R} d(PV)$$

$$dU = \frac{C_V}{R} P dV + \frac{C_V}{R} V dP$$

Mais également,

$$dU = -P dV$$

Ainsi, il vient :

$$\frac{C_V}{R}PdV + \frac{C_V}{R}VdP = -PdV$$
$$\left(\frac{C_V}{R} + 1\right)PdV + \frac{C_V}{R}VdP = 0$$

Or pour un gaz monoatomique tel que l'Hélium $C_V = \frac{3}{2}R$. Finalement :

$$\frac{5}{2}PdV + \frac{3}{2}VdP = 0$$

En multipliant cette expression par $\frac{2}{PV}$, on obtient l'expression attendue.

$$5\frac{dV}{V} + 3\frac{dP}{P} = 0$$

Pour calculer les rapports, intégrer cette relation entre les états 1 et 2.

$$5\frac{dV}{V} = -3\frac{dP}{P} \longrightarrow d(\ln V) = -\frac{3}{5} \times d(\ln P)$$

Cette expression s'intègre aisément,

$$[\ln V]_1^2 = -\frac{3}{5}[\ln P]_1^2 \longrightarrow \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{5} \ln \frac{P_1}{P_2}$$

Et finalement,

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{3/5} = 0.435$$

On en déduit $\frac{U_2}{U_1}$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{P_2V_2}{P_1V_1} = 4 \times 0.435 = 1.74$$

d) La troisième transformation est **une compression isotherme quasi-statique** conduisant à la même pression finale $P_2 = 10 \text{ bar}$.

Nous sommes maintenant dans le cas d'une compression isotherme quasi-statique. $T_2 = T_1 = 300K$

$$\frac{U_2}{U_1} = 1 \longrightarrow P_2V_2 = P_1V_1 \longrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = 0.25$$

On veut faire passer de l'air d'un état initial A (p_0, T_0) à un état final B ($p_2, T_2 = T_0$). Pour des raisons de simplicité, on raisonnera sur 1 mole de gaz et on considèrera toutes les transformations comme réversibles.

- Dans une première transformation, le gaz est comprimé par le premier étage du compresseur de p_0 à p_1 en étant thermiquement isolé. De A (p_0, T_0) à A' (p_1, T_1).
- Le gaz est ensuite refroidi de façon isobare dans un échangeur jusqu'à la température T_0 où il atteint l'état d'équilibre intermédiaire C (p_1, T_0).

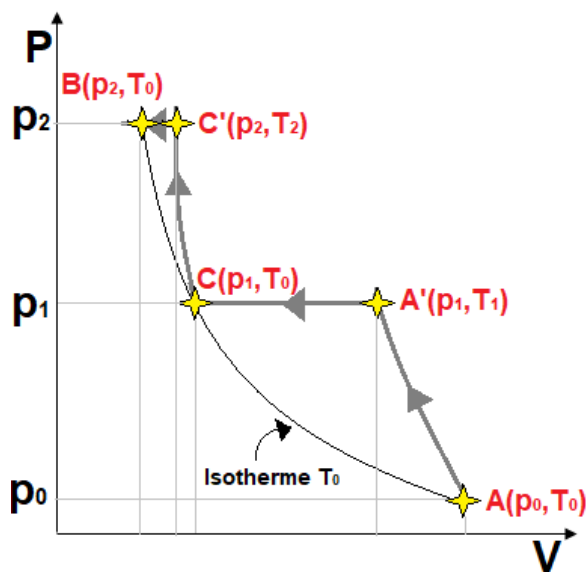
Le deuxième étage fonctionne comme le premier :

- Le gaz est comprimé de la pression p_1 jusqu'à la pression finale p_2 en étant thermiquement isolé. De C (p_1, T_0) à C' (p_2, T_2).
- Le gaz est ensuite refroidi de façon isobare dans un échangeur jusqu'à la température finale T_0 . L'état d'équilibre final est atteint B (p_2, T_0).

On donne les valeurs suivantes :

$$p_0 = 1 \text{ bar}; p_2 = 64 \text{ bar}; T_0 = 300 \text{ K}; C_p = \frac{7}{2}R$$

1/ Représenter les différentes transformations dans un diagramme (p, V) ainsi que l'isotherme T_0 .



- On a tracé l'isotherme T_0
- Compression de p_0 à p_1
- Refroidissement isobare vers l'isotherme T_0
- Compression de p_1 à p_2
- Refroidissement isobare vers l'isotherme T_0

2/ Donner l'expression, en fonction de T_0 et T_1 du travail $W_{AA'}$ que le compresseur a fourni au gaz pendant la transformation adiabatique AA' .

On est dans le cas d'une compression adiabatique (car thermiquement isolée) réversible. La variation d'énergie interne ΔU est donc égale au travail fourni par le compresseur W_1 .

$$\Delta U_{AA'} = C_V(T_1 - T_0) = W_{AA'} = W_1$$

3/ Donner l'expression en fonction de T_0 et T_1 de la quantité de chaleur Q'_1 fournie au gaz par le milieu ambiant pendant le refroidissement isobare $A'C$. En déduire le travail W'_1 fournie au gaz pendant le refroidissement.

$$Q'_1 = -Q'_{A'C} = -C_p(T_0 - T_1)$$

$$\Delta U_{A'C} = Q'_{A'C} + W_{A'C} = C_V(T_0 - T_1) = -W_{AA'}$$

$$W'_{1} = W_{A'C} = -W_{AA'} - Q'_{A'C} = C_V(T_0 - T_1) - C_p(T_0 - T_1) = (C_V - C_p)(T_0 - T_1)$$

$$W'_{1} = W_{A'C} = R(T_1 - T_0)$$

Le travail fourni au gaz est :

$$W'_{1} = W_{A'C} = R(T_1 - T_0)$$

4/ Exprimer en fonction des températures T_0, T_1 et T_2 le travail total W fourni au gaz quand il passe de la pression p_0 à p_2 , c'est-à-dire pendant toutes les transformations mettant en jeu le compresseur à deux étages. Donner son expression en fonction de T_0, p_0, p_1, p_2 . On posera $\alpha = \frac{1-\gamma}{\gamma}$.

Le travail totale W fourni au gaz est tel que :

$$W = W_{AB} = W_{AA'} + W_{A'C} + W_{CC'} + W_{C'B}$$

$$W = W_{AB} = C_V(T_1 - T_0) + R(T_1 - T_0) + C_V(T_2 - T_0) + R(T_2 - T_0)$$

$$W = W_{AB} = C_p(T_1 - T_0) + C_p(T_2 - T_0) = C_p(T_2 - 2T_0 + T_1)$$

Or les transformations de AA' et CC' sont des compressions adiabatiques réversibles donc on sait que :

$$pV^\gamma = \text{const}$$

On peut mettre cette relation sous la forme :

$$p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot T = p^\alpha \cdot T = \text{const}$$

Ainsi,

$$T_1 = T_0 \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^\alpha \quad \text{et} \quad T_2 = T_0 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^\alpha$$

$$W = W_{AB} = C_p \left(T_0 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^\alpha - 2T_0 + T_0 \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^\alpha \right) = C_p T_0 \left(\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^\alpha + \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^\alpha - 2 \right)$$

5/ Comment choisir p_1 en fonction de p_0 et p_2 pour minimiser le travail fourni au gaz ? donner la valeur numérique de p_1 . (on pourra chercher les extrema de l'expression de la fonction W calculée en question précédente).

Pour minimiser le travail W , il faut annuler la dérivée :

$$\frac{dW}{dp_1} = \alpha C_p T_0 \left(\frac{p_1^{\alpha-1}}{p_2^\alpha} - \frac{p_0^\alpha}{p_1^{\alpha+1}} \right)$$

On cherche maintenant la valeur de p_1 qui annule la dérivée.

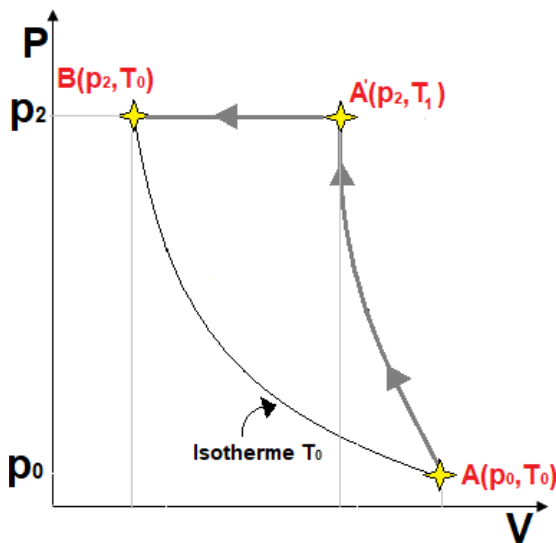
$$\alpha C_p T_0 \left(\frac{p_1^{\alpha-1}}{p_2^\alpha} - \frac{p_0^\alpha}{p_1^{\alpha+1}} \right) = 0 \text{ ssi } p_1^{2\alpha} = (p_0 p_2)^\alpha$$

$$p_1 = \sqrt{p_0 p_2} = 8 \text{ bar}$$

6/ En considérant la réponse à la question précédente, donnez la valeur de W .

$$W = W_{AB} = T_0 \frac{7R}{2} \left(\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^\alpha + \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^\alpha - 2 \right) \approx 14.2 \text{ kJ}$$

7/ On suppose maintenant que le compresseur n'a qu'un étage. Décrire les transformations qui font passer le gaz du même état initial au même état final que précédemment. Calculer le travail fourni au gaz et comparer avec le travail obtenu pour le compresseur à deux étages.



- On a tracé l'isotherme T_0
- Compression adiabatique de p_0 à p_2
- Refroidissement à T_0

On peut facilement transposer les résultats obtenus pour le compresseur à deux étages au compresseur à un seul étage.

Pour la compression adiabatique $Q_{AA'} = 0$

$$\Delta U_{AA'} = C_V(T_2 - T_0) = W_{AA'}$$

Pour le refroidissement :

$$\Delta U_{A'B} = Q_{A'B} + W_{A'B} = Q_{A'B} + W_{A'B} = C_V(T_0 - T_2) = -W_{AA'}$$

$$W_{A'B} = -W_{AA'} - Q_{A'B} = -C_V(T_2 - T_0) - C_P(T_0 - T_2) = (C_V - C_P)(T_0 - T_2) = R(T_2 - T_0)$$

On peut calculer le travail total :

$$W_{AB} = W_{AA'} + W_{A'B} = C_V(T_2 - T_0) + R(T_2 - T_0) = C_P(T_2 - T_0) = \frac{7R}{2}(T_2 - T_0)$$

$$T_2 = T_0 \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^\alpha$$

$$W_{AB} = \frac{7R}{2} T_0 \left(\left(\frac{p_0}{p_2} \right)^\alpha - 1 \right) \approx 20 \text{ kJ}$$

$$\frac{(W_{AB})_{1 \text{ étage}}}{(W_{AB})_{2 \text{ étages}}} \approx 1.42$$

Le travail nécessaire pour comprimer le gaz dans un compresseur à deux étages est inférieure au travail à fournir dans un compresseur à un seul étage qui excède d'environ 40 % le travail calculé précédemment! On voit donc l'intérêt de multiplier le nombre d'étage du compresseur !